КАТАЛОГ
изданных томов

Итоги науки и техники
(математические серии)

Серия
СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ.
ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ
ЗА ПЕРИОД 1985-1991 ГГ.

Научный редактор и составитель
член-корреспондент АН СССР Р.В. Гамкрелидзе
ISSN 0233-6723
Серия издавалась с 1985 по 1993 год. Всего издано 67 томов этой серии. Тома 40, 44, 47, 52, 53, 56, 60, 61, 67, 68, 71, 73, 75, 76, 78-80, 84, 86, 87-99 не опубликованы.

Том 1
ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ — 1
Редакторы-консультанты:
профессор Д.В. Аносов, член-корреспондент АН СССР В.И. Арнольд

УДК 517.91/517.93

I. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В.И. Арнольд, Ю.С. Ильяшенко

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 11
Глава 1. Основные понятия . . . 13
§ 1. Определения . . . 13
1.1. Поля направлений и их интегральные кривые . . . 13
1.2. Векторные поля, автономные дифференциальные уравнения, интегральные и фазовые кривые . . . 13
1.3. Поля направлений и неавтономные дифференциальные уравнения . . . 14
1.4. Диффеоморфизмы и фазовые потоки . . . 14
1.5. Особые точки . . . 15
1.6. Действие диффеоморфизма на векторное поле . . . 16
1.7. Первые интегралы . . . 16
1.8. Дифференциальные уравнения с комплексным временем . . . 17
1.9. Голоморфные поля направлений в комплексной области . . . 17
1.10. Дифференциальные уравнения высших порядков . . . 18
1.11. Дифференциальные уравнения на многообразии . . . 18
§ 2. Основные теоремы . . . 18
2.1. Теорема о выпрямлении векторного поля . . . 18
2.2. Теорема существования и единственности . . . 19
2.3. Теорема о выпрямлении поля направлений . . . 20
2.4. Приближенное решение дифференциальных уравнений . . . 20
2.5. Теорема о продолжении . . . 21
2.6. Теорема о дифференцируемой и аналитической зависимости от начальных условий и параметров . . . 22
2.7. Уравнение в вариациях . . . 22
2.8. Теорема о непрерывной зависимости . . . 23
2.9. Теорема о локальном фазовом потоке . . . 23
2.10. Теорема о первых интегралах . . . 23
§ 3. Линейные дифференциальные уравнения . . . 23
3.1. Экспонента линейного оператора . . . 23
3.2. Теорема о связи фазовых потоков линейных векторных полей и экспонент линейных операторов . . . 24
3.3. Комплексификация фазового пространства . . . 24
3.4. Седло, узел, фокус, центр . . . 25
3.5. Формула Лиувилля – Остроградского . . . 25
3.6. Линейные уравнения высших порядков . . . 27

§ 4. Устойчивость . . . 27
4.1. Устойчивость по Ляпунову и асимптотическая . . . 27
4.2. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению . . . 29
4.3. Функция Ляпунова и функция Четаева . . . 29
4.4. Особые точки общего положения . . . 29
§ 5. Циклы . . . 30
5.1. Строение фазовых кривых вещественных дифференциальных уравнений . . . 31
5.2. Преобразование монодромии замкнутой фазовой кривой. Предельные циклы . . . 31
5.3. Кратность циклов . . . 32
5.4. Мультипликаторы . . . 32
5.5. Предельные множества и теорема Пуанкаре – Бендиксона . . . 34
§ 6. Системы с симметриями . . . 35
6.1. Группа симметрии дифференциального уравнения . . . 35
6.2. Факторсистемы . . . 36
6.3. Однородные уравнения . . . 36
6.4. Использование симметрии для понижения порядка . . . 36
§ 7. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной . . . 38
7.1. Основные понятия: криминанта, интегральные кривые . . . 38
7.2. Регулярные особые точка . . . 38
7.3. Сложенные седла, узлы и фокусы . . . 39
7.4. Нормальные формы сложенных особых точек . . . 39
7.5. Сборки . . . 40
§ 8. Аттракторы . . . 41
8.1. Определения . . . 41
8.2. Оценка сверху размерности максимальных аттракторов . . . 42
8.3. Приложения . . . 43
Глава 2. Дифференциальные уравнения на поверхностях . . . 44
§ 1. Структурно устойчивые уравнения на окружности и сфере . . . 44
1.1. Определения . . . 44
1.2. Одномерный случай . . . 44
1.3. Структурно устойчивые системы на двумерной сфере . . . 45
§ 2. Дифференциальные уравнения на двумерном торе . . . 45
2.1. Двумерный тор и векторные поля на нем . . . 45
2.2. Преобразование монодромии . . . 46
2.3. Число вращения . . . 47
§ 3. Структурно устойчивые дифференциальные уравнения на торе . . . 47
3.1. Описание структурно устойчивых уравнений . . . 47
3.2. Оценка числа циклов . . . 48
3.3. Приложения теории формальных нормальных форм . . . 59
3.4. Полиномиальные нормальные формы . . . 60
§ 4. Интегральные многообразия и теорема сведения . . . 61
4.1. Теорема Адамара – Перрона . . . 61
4.2. Теорема о центральном многообразии . . . 62
4.3. Принцип сведения . . . 63
§ 5. Критерии устойчивости и топологическая классификация особых точек в случае вырождений малой коразмерности . . . 63
5.1. Структура критериев . . . 63
5.2. Топологическая классификация ростков гладких векторных полей до вырожденной коразмерности 2 включительно . . . 64
5.3. Фазовые портреты нормальных форм . . . 67
5.4. Критерии устойчивости по Ляпунову для вырождений для коразмерности 3 включительно . . . 68
5.5. Диаграмма примыканий . . . 71
5.6. Теоремы об алгебраической разрешимости . . . 72
§ 6. Гладкая классификация ростков векторных полей . . . 72
6.1. Соотношение формальной и гладкой классификации . . . 72
6.2. Ростки векторных полей с симметриями . . . 72
6.3. Квазигиперболичность . . . 73
6.4. Конечно гладкая эквивалентность ростков векторных полей . . . 74
§ 7. Нормальные формы векторных полей, линейная часть которых нильпотентная жорданова клетка . . . 74
7.1. Центрированные цепочки . . . 74
7.2. Неубиваемые невязки . . . 75
7.3. Стандартное представление группы $SL(2)$ и алгебры $sl(2)$ . . . 75
7.4. Продолжение нильпотентного оператора до представления алгебры Ли $sl(2)$ . . . 76
7.5. Окончание доказательства теоремы . . . 76
Глава 4 Особые точки дифференциальных уравнений в многомерном комплексном фазовом пространстве . . . 77
§ 1. Линейные нормальные формы . . . 77
1.1. Области Пуанкаре и Зигеля. Малые знаменатели . . . 77
1.2. Сходимость нормализующих рядов . . . 78
1.3. Аналитические теоремы о расходимости нормализующих рядов . . . 78
1.4. Геометрические теоремы о расходимости нормализующих рядов . . . 79
§ 2. Связь формальной и аналитической классификации . . . 80

2.1. Условие A 80
2.2. Замечание 80
§ 3. Аналитические инвариантные многообразия 81
3.1. Теорема об инвариантном многообразии 81
3.2. Следствия 82
3.3. Об аналитическом центральном многообразии дифференциальных уравнений на плоскости . . 83
§ 4. Топологическая классификация особых точек в комплексной области 84
4.1. Линейные векторные поля 84
4.2. Нелинейный случай 85
Глава 5. Особые точки векторных полей на вещественной и комплексной плоскости 85
§ 1. Разрешение особенностей 85
1.1. Раздутие или σ-процесс на плоскости 85
1.2. Элементарные особые точки 87
1.3. Хорошие раздутия 87
§ 2. Гладкая орбитальная классификация элементарных особых точек на плоскости 86
2.1. Таблица нормальных форм: аналитический случай 88
2.2. Нормальные формы в гладком случае 88
§ 3. Топологическая классификация сложных особых точек с характеристической траекторией 89
3.1. Основная альтернатива 89
3.2. Топологическая классификация дифференциальных уравнений на плоскости в окрестности особой точки 90
3.3. Топологическая конечная определенность. Диаграммы Ньютона векторных полей 91
3.4. Исследование векторных полей по главной части 92
§ 4. Проблема различения центра и фокуса 93
4.1. Постановка проблемы 93
4.2. Алгебраическая неразрешимость 93
4.3. Центр по линейным членам 94
4.4. Нильпотентная жорданова клетка 94
4.5. Особые точки без исключительных направлений 95
4.6. Общий случай 96
4.7. Обобщенная первая фокусная величина 96
4.8. Полиномиальные векторные поля 96
§ 5. Аналитическая классификация элементарных особых точек в комплексной области 97
5.1. Ростки конформных отображений с тождественной линейной частью 97
5.2. Классификация резонансных отображений и векторных полей с нелинейностями общего положения 98
5.3. Продолжение предыдущего: вырожденные элементарные особые точки 99
5.4. Геометрия аналитических нормальных форм 100
5.5. Приложения 100
5.6. Добавление об аналитических нормальных формах 101
§ 6. Орбитальная топологическая классификация элементарных особых точек на комплексной плоскости . 101
6.1. Нерезонансный случай 101
6.2. Седловые резонансные векторные поля 101
6.3. Вырожденные элементарные особые точки 101
Глава 6. Циклы 102
§ 1. Преобразование монодромии 102
1.1. Определения 102
1.2. Реализация 103
§ 2. Локальная теория диффеоморфизмов 104
2.1. Линейные нормальные формы 104
2.2. Резонансный случай 105
2.3. Инвариантные многообразия ростков диффеоморфизмов 106
2.4. Инвариантные многообразия цикла 106
2.5 Раздутия 107
§ 3. Уравнения с периодической правой частью 108
3.1. Нормальная форма линейного уравнения с периодическими коэффициентами 108
3.2. Линейные нормальные формы 109
3.3. Резонансные нормальные формы 109
§ 4. Предельные циклы полиномиальных векторных полей на плоскости 110
4.1. Проблема конечности и сложные циклы 110
4.2. Преобразование монодромии сложного цикла 111
4.3. Открытые вопросы 112
4.4. Одна теорема конечности 112
4.5. Метод доказательства теоремы Дюлака и ее обобщений 112
4.6. Полиномиальные векторные поля второй степени 113
§ 5. Предельные циклы систем, близких к гамильтоновым 113
5.1. Рождение вещественных предельных циклов 113
5.2. Рождение комплексных циклов 114
5.3. Исследование вариации 115
5.4. Ослабленная проблема Гильберта 115
5.5. Специальные случаи 116
§ 6. Полиномиальные дифференциальные уравнения на комплексной плоскости 117
6.1. Допустимые поля 117

6.2. Полиномиальные поля . . . 117
Глава 7. Аналитическая теория дифференциальных уравнений . . . 119
§ 1. Уравнения без подвижных критических точек . . . 119
1.1. Определение . . . 119
1.2. Подвижные критические точки уравнения первого порядка . . . 120
1.3. Уравнения Риккати . . . 120
1.4. Уравнения, не разрешенные относительно производной . . . 121
1.5. Уравнения Пенлеве . . . 121
§ 2. Локальная теория линейных уравнений с комплексным временем . . . 122
2.1. Регулярные и иррегулярные особые точки . . . 122
2.2. Формальная, голоморфная и мероморфная эквивалентность . . . 124
2.3. Монодромия . . . 124
2.4. Формальная, теория линейных систем с фуксовой особой точкой . . . 125
2.5. Формальная теория линейных систем с нефуксовой особой точкой . . . 126
2.6. Асимптотические ряды и явление Стокса . . . 127
2.7. Аналитическая классификация нерезонансных систем в окрестности иррегулярной особой точки . . . 128
§ 3. Теория линейных уравнений в целом . . . 129
3.1. Уравнения и систем и класса Фукса . . . 129
3.2. Продолжимость и монодромия . . . 130
3.3. Теорема Римана – Фукса . . . 131
3.4. Аналитические функции от матриц . . . 132
3.5. Связь с теорией клейновых групп . . . 132
3.6. Интегрируемость в квадратурах . . . 133
3.7. Замечания о специальных уравнениях . . . 133
3.8. Группа монодромии уравнения Гаусса . . . 134
§ 4. Проблема Римана – Гильберта . . . 134
4.1. Постановка проблемы . . . 135
4.2. Проблема Римана – Гильберта для круга . . . 135
4.3. Проблема Римана – Гильберта для сферы . . . 137
4.4. Проблема Римана – Гильберта для фуксовых систем . . . 138
4.5. Обобщения . . . 138
4.6. Векторные расслоения на сфере . . . 139
4.7. Применения к проблеме Римана – Гильберта . . . 139
4.8. Изомонодромные деформации и уравнения Пенлеве . . . 140
Литература . . . 141
Предметный указатель . . . 147

УДК 517.91/517.93

II. ГЛАДКИЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие (Д.В. Аносов) . . . 152
Глава 1. Исходные понятия (Д.В. Аносов) . . . 156
§ 1. Понятие динамической системы . . . 156
1.1. Потоки и каскады . . . 156
1.2. Случайные процессы как динамические системы. Символическая динамика . . . 158
1.3. Траектории, движения, инвариантные множества . . . 162
1.4. Обращение и замена времени . . . 163
1.5. Морфизмы динамических систем . . . 164
1.6. Различные замечания . . . 165
§ 2. Гладкие динамические системы . . . 167
2.1. Гладкие потоки . . . 167
2.2. Уравнение в вариациях . . . 169
2.3. Отображение последования . . . 171
2.4. Положения равновесия и периодические траектории . . . 173
2.5. Индекс Морса (морсовский индекс) . . . 177
Глава 2. Элементарная теория (Д.В. Аносов) . . . 178
§ 1. Введение . . . 178
1.1. Содержание главы . . . 178
1.2. Типичность и грубость . . . 179
§ 2. Индекс Кронекера – Пуанкаре и смежные вопросы . . . 182
2.1. Индекс Кронекера – Пуанкаре . . . 182
2.2. Сводка топологических результатов о неподвижных точках . . . 183
2.3. Индекс Фуллера . . . 186
2.4. Дзета-функция . . . 188
§ 3. Системы Морса – Смейла . . . 189
3.1. Общие сведения о системах Морса – Смейла . . . 189

3.2. Строение фазовых многообразий систем Морса – Смейла . . . 193
3.3. Существование системы Морса – Смейла с заданными топологическими свойствами порождающего диффеоморфизма или векторного поля, а также с заданными свойствами периодических траекторий . . . 199
3.4. Другие вопросы . . . 202
Глава 3. Топологическая динамика (Д.В. Аносов, И.У. Бронштейн) . . . 204
§ 1. Введение . . . 204
§ 2. Аттракторы, наборы Морса, фильтрации и цепная рекуррентность . . . 206
2.1. Аттракторы и наборы Морса . . . 206
2.2. Цепная рекуррентность . . . 208
2.3. Функции Ляпунова . . . 209
§ 3 Индексы изолированных инвариантных множеств . . . 210
3.1. Изолированные инвариантные множества . . . 210
3.2. Изолирующие блоки и индексные пары . . . 212
3.3. Гомологический и гомотопический индексы . . . 214
3.4. Индекс Морса – Конли . . . 216
§ 4. “Повторяющиеся” движения . . . 219
4.1. Неблуждающие точки. Центр . . . 219
4.2. Варианты понятия неблуждаемости. Пролонгации . . . 221
4.3. Минимальные множества . . . 222
4.4. Дистальность и некоторые типы расширений минимальных множеств . . . 224
§ 5. Расширения динамических систем и неавтономные дифференциальные уравнения . . . 225
5.1. Неавтономные дифференциальный уравнения . . . 225
5.2. Линейные расширения . . . 227
Глава 4. Потоки на двумерных многообразиях (С.Х. Арансон, В.З. Гринес) . . . 229
§ 1. Особые траектории . . . 229
§ 2. Число вращения Пуанкаре. Транзитивные и сингулярные потоки на торе . . . 232
§ 3. Гомотопический класс вращения. Классификация транзитивных потоков и нетривиальных минимальных, множеств потоков на поверхностях . . . 233
§ 4. Типичные свойства потоков на поверхностях . . . 236
Литература . . . 237
Предметный указатель . . . 241

Год издания 1985

Том 2
ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ — 2
Редактор-консультант: профессор Я.Г. Синай

УДК 517.987 + 519.213.84

I. ОБЩАЯ ЭРГОДИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ГРУПП ПРЕОБРАЗОВАНИЙ С ИНВАРИАНТНОЙ МЕРОЙ

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Первоначальные понятия и основные примеры эргодической теории (И.П. Корнфельд, Я.Г. Синай) . 7
§ 1. Динамические системы с инвариантной мерой . . . 7
§ 2. Первые следствия существования инвариантной меры. Эргодические теоремы . . . 16
§ 3. Эргодичность. Разложение на эргодические компоненты. Различные типы перемешивания . . . 24
§ 4. Общие конструкции . . . 29
4.1. Прямое произведение динамических систем . . . 29
4.2. Косое произведение динамических систем . . . 30
4.3. Факторсистемы . . . 31
4.4. Производные и интегральные автоморфизмы . . . 32
4.5. Специальные потоки и специальные представления потоков . . . 33
4.6. Естественные расширения эндоморфизмов . . . 34
Глава 2. Спектральная теория динамических систем (И.П. Корнфельд, Я.Г. Синай) . . . 35
§ 1. Группы унитарных и полугруппы изометрических операторов, сопряженные с динамическими системами 35
§ 2. Структура динамических систем с чисто точечным и квазидискретным спектром . . . 38
§ 3. Примеры спектрального анализа динамических систем . . . 41
§ 4. Спектральный анализ гауссовских динамических систем . . . 42
Глава 3. Энтропийная теория динамических систем (И.П. Корнфельд, Я.Г. Синай) . . . 44
§ 1. Энтропия разбиения, условная энтропия разбиения . . . 45
§ 2. Энтропия динамической системы . . . 47

§ 3. Структурные теоремы о динамических системах с положительной энтропией 50
§ 4. Проблема изоморфизма автоморфизмов Бернулли и K-систем 52
§ 5. Эквивалентность динамических систем в смысле Какутани 61
§ 6. Сдвиги в пространстве последовательностей и гиббсовские меры 66
Глава 4. Периодические аппроксимации и их приложения. Эргодические теоремы, спектральная и энтропийная теория для действий общих групп (А.М. Вершик, И.П. Корнфельд) 70
§ 1. Теория аппроксимации динамических систем периодическими динамическими системами. Потоки на двумерном торе 70
§ 2. Потоки на поверхностях рода $p \geq 1$ и перекладывания 75
§ 3. Действия общих групп 78
3.1. Введение 78
3.2. Общее определение действия локально компактных групп на пространствах Лебега 79
3.3. Эргодические теоремы 81
3.4. Спектральная теория 83
§ 4. Энтропийная теория действий общих групп 85
Глава 5. Траекторная теория (А.М. Вершик) 89
§ 1. Основные формулировки 89
§ 2. Набросок доказательств. Ручные разбиения 94
§ 3. Траекторная теория для аменабельных групп 99
§ 4. Траекторная теория для неаменабельных групп. Жесткость 102
§ 5. Заключительные замечания. Связь с теорией алгебр с инволюцией 105
Литература 106

УДК 517.938-517.987

II. ЭРГОДИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ГЛАДКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 6. Стохастичность гладких динамических систем. Элементы теории КАМ (Я.Г. Синай) 115
§ 1. Интегрируемые и неинтегрируемые гладкие динамические системы. Иерархия стохастических свойств детерминированной динамики 115
§ 2. Теория Колмогорова – Арнольда – Мозера (теория КАМ) 118
Глава 7. Общая теория гладких гиперболических динамических систем (Я.Б. Песин) 123
§ 1. Гиперболичность отдельных траекторий 123
1.1. Вводные замечания 123
1.2. Равномерная гиперболичность 124
1.3. Неравномерная гиперболичность 125
1.4. Локальные многообразия 126
1.5. Глобальные многообразия 128
§ 2. Основные классы гладких гиперболических динамических систем. Определения и примеры . . . 129
2.1. Системы Аносова 129
2.2. Гиперболические множества 131
2.3. Локально максимальные гиперболические множества 134
2.4. A-диффеоморфизмы 135
2.5. Гиперболические аттракторы 135
2.6. Частично гиперболические динамические системы 137
2.7. Теория Мозера 138
2.8. Неравномерно гиперболические динамические системы. Показатели Ляпунова 140
§ 3. Эргодические свойства гладких гиперболических динамических систем 142
3.1. u-гиббсовские меры 142
3.2. Символическая динамика 144
3.3. Меры с максимальной энтропией 146
3.4. Конструкция u-гиббсовских мер 146
3.5. Топологическое давление и топологическая энтропия 147
3.6. Свойства u-гиббсовских мер 149
3.7. Малые случайные возмущения 151
3.8. Равновесные состояния, их эргодические свойства 151
3.9. Эргодические свойства динамических систем с ненулевыми показателями Ляпунова 152
3.10. Эргодические свойства систем Аносова и РЧГ-систем 155
3.11. Динамические системы с непрерывным временем 156
§ 4. Гиперболические геодезические потоки 157
4.1. Многообразия отрицательной кривизны 157
4.2. Римановы метрики без сопряженных точек 161
4.3. Энтропия геодезического потока 163
§ 5. Геодезические потоки на многообразиях постоянной отрицательной кривизны 164
§ 6. Размерностные характеристики инвариантных множеств динамических систем 167
6.1. Водные замечания 167

6.2. Хаусдорфова размерность . . . 167
6.3. Размерность относительно динамической системы . . . 170
6.4. Емкостные и другие характеристики . . . 171
Глава 8. Системы гиперболического типа с особенностями (Л.А. Бунимович) . . . 173
§ 1. Биллиарды . . . 174
1.1. Общее определение биллиарда . . . 174
1.2. Биллиарды в многоугольниках и многогранниках . . . 176
1.3. Биллиарды в областях с (гладкой) выпуклой границей . . . 177
1.4. Рассеивающие биллиарды (биллиарды Синая) . . . 179
1.5. Газ Лоренца и газ твердых шаров . . . 186
1.6. Полурассеивающие биллиарды . . . 187
1.7. Биллиарды в областях с границей, имеющей фокусирующие участки . . . 188
1.8. Гиперболические динамические системы с особенностями (общий подход) . . . 191
1.9. Марковские разбиения и символическая динамика для рассеивающих биллиардов . . . 193
1.10. Статистические свойства рассеивающих биллиардов и газа Лоренца . . . 194
§ 2. Странные аттракторы . . . 197
2.1. Определение стохастического аттрактора . . . 197
2.2. Аттрактор Лоренца . . . 198
2.3. Другие примеры гиперболических странных аттракторов . . . 203
Глава 9. Эргодическая теория одномерных отображений (М.В. Якобсон) . . . 204
§ 1. Растягивающие отображения . . . 204
1.1. Определения, примеры, формула для энтропии . . . 204
1.2. Теорема Уолтерса . . . 208
§ 2. Абсолютно непрерывные инвариантные меры для преобразований, не являющихся растягивающими . 210
2.1. Некоторые примеры . . . 210
2.2. Чередование стохастичности и устойчивости . . . 211
2.3. Эргодические свойства абсолютно непрерывных мер . . . 213
§ 3. Универсальность Фейгенбаума . . . 216
3.1. Явление универсальности . . . 216
3.2. Свойства преобразования удвоения . . . 217
3.3. Описание окрестности неподвижной точки . . . 220
3.4. Свойства отображений, лежащих на устойчивом многообразии . . . 222
§ 4. Рациональные эндоморфизмы сферы Римана . . . 223
4.1. Множество Жюлиа и его дополнение . . . 223
4.2. Свойства устойчивости рациональных отображений . . . 225
4.3. Эргодические и размерностные свойства множества Жюлиа . . . 226
Литература . . . 227

УДК 519.248.2

III. ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ И КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 10. Динамические системы статистической механики (Р.Л. Добрушин, Я.Г. Синай, Ю.М. Сухов) . 235
§ 1. Введение . . . 235
§ 2. Фазовое пространство систем статистической механики и гиббсовские меры . . . 237
2.1. Конфигурационное пространство . . . 237
2.2. Пуассоновские меры . . . 239
2.3. Конфигурационное распределение Гиббса . . . 239
2.4. Потенциал парного взаимодействия. Существование и единственность конфигурационного распределения Гиббса . . . 242
2.5. Фазовое пространство. Распределение Гиббса . . . 245
2.6. Гиббсовские распределения с общим потенциалом . . . 247
2.7. Моментная мера и моментная функция . . . 243
§ 3. Динамика системы взаимодействующих частиц . . . 250
3.1. Постановка задачи . . . 250
3.2. Построение динамики и временной эволюции . . . 252
3.3. Цепочка уравнений Н.Н. Боголюбова . . . 255
§ 4. Равновесная динамика . . . 256
4.1. Определение и конструкция равновесной динамике . . . 256
4.2. Постулат Гиббса . . . 259
4.3. Вырожденные модели . . . 261
4.4. Асимптотические свойства мер P_t . . . 261
§ 5. Идеальный газ и близкие системы . . . 262
5.1. Пуассоновская надстройка . . . 262

5.2. Асимптотическое поведение распределения P_t при $t \to \infty$ . . . 264
5.3. Динамическая система одномерных твердых стержней . . . 265
§ 6. Кинетические уравнения . . . 266
6.1. Постановка задачи . . . 266
6.2. Уравнение Больцмана . . . 270
6.3. Уравнение А.А. Власова . . . 274
6.4. Уравнение Л.Д. Ландау . . . 275
6.5. Гидродинамические уравнения . . . 276
Литература . . . 279
Глава 11. Теоремы существования и единственности для уравнения Больцмана (Н.Б. Маслова) . . . 285
§ 1. Формулировка краевых задач. Свойства интегральных операторов . . . 285
1.1. Уравнение Больцмана . . . 285
1.2. Формулировка краевых задач . . . 289
1.3. Свойства интеграла столкновений . . . 290
§ 2. Линейные стационарные задачи . . . 292
2.1. Асимптотика . . . 292
2.2. Внутренние задачи . . . 293
2.3. Внешние задачи . . . 294
2.4. Задача Крамерса . . . 295
§ 3. Нелинейные стационарные задачи . . . 296
§ 4. Нестационарные задачи . . . 298
4.1. Релаксация в однородном газе . . . 298
4.2. Задача Коши . . . 299
4.3. Краевые задачи . . . 300
§ 5. О связи уравнения Больцмана с уравнениями гидродинамики . . . 301
5.1. Постановка задачи . . . 301
5.2. Задача Коши . . . 302
Литература . . . 306

Год издания 1985

Том 3
ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ — 3
Редактор-консультант:
член-корреспондент АН СССР В.И. Арнольд

УДК 517.933:521.1

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ КЛАССИЧЕСКОЙ И НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ

В.И. Арнольд, В.В. Козлов, А.И. Нейштадт

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 9
Глава 1. Основные принципы классической механики . . . 11
§ 1. Ньютонова механика . . . 11
1.1. Пространство, время, движение . . . 11
1.2. Принцип детерминированности Ньютона – Лапласа . . . 12
1.3. Принцип относительности . . . 14
1.4. Основные динамические величины. Законы сохранения . . . 16
§ 2. Лагранжева механика . . . 18
2.1. Предварительные замечания . . . 18
2.2. Вариации и экстремали . . . 20
2.3. Уравнения Лагранжа . . . 22
2.4. Уравнения Пуанкаре . . . 24
2.5. Движение со связями . . . 27
§ 3. Гамильтонова механика . . . 31
3.1. Симплектическая структура и уравнения Гамильтона . . . 31
3.2. Производящие функции . . . 33
3.3. Симплектическая структура кокасательного расслоения . . . 34
3.4, Задача n точечных вихрей . . . 36
3.5. Действие в фазовом пространстве . . . 37

3.6. Интегральные инварианты . . . 38
3.7. Приложение к динамике идеальной жидкости . . . 41
3.8. Принцип стационарности укороченного действия . . . 41
§ 4. Вакономная механика . . . 43
4.1. Задача Лагранжа . . . 44
4.2. Вакономная механика . . . 45
4.3. Принцип детерминированности . . . 48
4.4. Уравнения Гамильтона в избыточных координатах . . . 49
§ 5. Гамильтонов формализм со связями . . . 50
5.1. Задача Дирака . . . 50
5.2. Двойственность . . . 52
§ 6. Реализация связей . . . 53
6.1. Различные способы реализации связей . . . 53
6.2. Голономные связи . . . 54
6.3. Анизотропное трение . . . 55
6.4. Присоединенные массы . . . 56
6.5. Присоединенные массы и анизотропное трение . . . 58
6.6. Малые массы . . . 60
Глава 2. Задача n тел . . . 61
§ 1. Задача двух тел . . . 61
1.1. Орбиты . . . 61
1.2. Аномалии . . . 65
1.3. Столкновения и регуляризация . . . 68
1.4. Геометрия задачи Кеплера . . . 69
§ 2. Столкновения и регуляризация . . . 70
2.1. Необходимое условие устойчивости . . . 70
2.2. Одновременные столкновения . . . 71
2.3. Парные столкновения . . . 72
2.4. Особенности решений задачи n тел . . . 74
§ 3. Частные решения . . . 77
3.1. Центральные конфигурации . . . 77
3.2. Гомографические решения . . . 78
3.3. Приведенный потенциал и относительные равновесия . . . 79
§ 4. Финальные движения в задаче трех тел . . . 80
4.1. Классификация финальных движений по Шази . . . 80
4.2. Симметрия прошлого и будущего . . . 81
§ 5. Ограниченная задача трех тел . . . 82
5.1. Уравнения движения. Интеграл Якоби . . . 82
5.2. Относительные равновесия и области Хилла . . . 83
5.3. Задача Хилла . . . 85
§ 6. Эргодические теоремы небесной механики . . . 88
6.1. Устойчивость по Пуассону . . . 88
6.2. Вероятность захвата . . . 89
Глава 3. Группы симметрии и понижение порядка . . . 91
§ 1. Симметрии и линейные интегралы . . . 91
1.1. Теорема Нётер . . . 91
1.2. Симметрии в неголономной механике . . . 95
1.3. Симметрии в вакономной механике . . . 97
1.4. Симметрии в гамильтоновой механике . . . 97
§ 2. Приведение систем с симметриями . . . 99
2.1. Понижение порядка (лагранжев аспект) . . . 99
2.2. Понижение порядка (гамильтонов аспект) . . . 104
2.3. Примеры: свободное вращение твердого тела и задача трех тел . . . 110
§ 3. Относительные равновесия и бифуркации интегральных многообразий . . . 115
3.1. Относительные равновесия и приведенный потенциал . . . 115
3.2. Интегральные многообразия, области возможности движения и бифуркационные множества . . . 116
3.3. Бифуркационное множество в плоской задаче трех тел . . . 118
3.4. Бифуркационные множества и интегральные многообразия в задаче о вращении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой . . . 119
Глава 4. Интегрируемые системы и методы интегрирования . . . 121
§ 1. Краткий обзор различных подходов к интегрируемости гамильтоновых систем . . . 121
1.1. Квадратуры . . . 121
1.2. Полная интегрируемость . . . 123
1.3. Нормальные формы . . . 125
§ 2. Вполне интегрируемые системы . . . 128
2.1. Переменные действие — угол . . . 128
2.2. Некоммутативные наборы интегралов . . . 132
2.3. Примеры вполне интегрируемых систем . . . 134
§ 3. Некоторые методы интегрирования гамильтоновых систем . . . 138
3.1. Метод разделения переменных . . . 138
3.2. Метод $L - A$ пары . . . 144

§ 4. Интегрируемые неголономные системы . . . 145
4.1. Дифференциальные уравнения с инвариантной мерой . . . 145
4.2. Некоторые решенные задачи неголономной механики . . . 148
Глава 5. Теория возмущений интегрируемых систем . . . 152
§ 1. Усреднение возмущений . . . 152
1.1. Принцип усреднения . . . 152
1.2. Процедура исключения быстрых переменных. Нерезонансный случай . . . 156
1.3. Процедура исключения быстрых переменных. Резонансный случай . . . 159
1.4. Усреднение в одночастотных системах . . . 160
1.5. Усреднение в системах с постоянными частотами . . . 167
1.6. Усреднение в нерезонансной области . . . 169
1.7. Влияние отдельного резонанса . . . 170
1.8. Усреднение в двухчастотных системах . . . 175
1.9. Усреднение в многочастотных системах . . . 179
§ 2. Усреднение в гамильтоновых системах . . . 181
2.1. Применение принципа усреднения . . . 181
2.2. Процедуры исключения быстрых переменных . . . 189
§ 3. Теория КАМ . . . 197
3.1. Невозмущенное движение. Условия невырожденности . . . 197
3.2. Инвариантные торы возмущенной системы . . . 198
3.3. Системы с двумя степенями свободы . . . 200
3.4. Диффузия медленных переменных в многомерных системах и ее экспоненциальная оценка . . . 203
3.5. Разные варианты теоремы об инвариантных торах . . . 205
3.6. Вариационный принцип для инвариантных торов. Канторо-торы . . . 208
3.7. Приложения теории КАМ . . . 211
§ 4. Адиабатические инварианты . . . 214
4.1. Адиабатическая инвариантность переменной “действие” в одночастотных системах . . . 214
4.2. Адиабатические инварианты многочастотных гамильтоновых систем . . . 219
4.3. Процедура исключения быстрых переменных. Время сохранения адиабатического инварианта . . . 221
4.4. Точность сохранения адиабатического инварианта . . . 222
4.5. Вечное сохранение адиабатических инвариантов . . . 224
Глава 6. Неинтегрируемые системы . . . 226
§ 1. Гамильтоновы системы, мало отличающиеся от интегрируемых . . . 226
1.1. Метод Пуанкаре . . . 227
1.2. Рождение изолированных решений — препятствие к интегрируемости . . . 229
1.3. Приложения метода Пуанкаре . . . 232
§ 2. Расщепление асимптотических поверхностей . . . 235
2.1. Условия расщепления . . . 235
2.2. Расщепление асимптотических поверхностей — препятствие к интегрируемости . . . 239
2.3. Некоторые приложения . . . 242
§ 3. Квазислучайные колебания . . . 246
3.1. Отображение последования . . . 247
3.2. Символическая динамика . . . 250
3.3. Отсутствие аналитических интегралов . . . 252
§ 4. Неинтегрируемость в окрестности положения равновесия (метод К. Зигеля) . . . 253
§ 5. Ветвление решений и отсутствие однозначных интегралов . . . 257
5.1. Ветвление решений — препятствие к интегрируемости . . . 257
5.2. Группы монодромии гамильтоновых систем с однозначными интегралами . . . 260
§ 6. Топологические и геометрические препятствия к полной интегрируемости натуральных систем с двумя степенями свободы . . . 264
6.1. Топология пространства положений интегрируемой системы . . . 264
6.2. Геометрические препятствия к интегрируемости . . . 266
Глава 7. Теория малых колебаний . . . 267
§ 1. Линеаризация . . . 267
§ 2. Нормальные формы линейных колебаний . . . 268
2.1. Нормальная форма линейной лагранжевой натуральной системы . . . 268
2.2. Теоремы Релея – Фишера – Куранта о поведении собственных частот при увеличении жесткости и наложении связи . . . 269
2.3. Нормальные формы квадратичных гамильтонианов . . . 269
§ 3. Нормальные формы гамильтоновых систем около равновесия . . . 271
3.1. Приведение к нормальной форме . . . 271
3.2. Фазовые портреты систем с двумя степенями свободы в окрестности равновесия при резонансе . . . 274
3.3. Устойчивость равновесий гамильтоновых систем с двумя степенями свободы при резонансах . . . 280
§ 4. Нормальные формы гамильтоновых систем около замкнутых траекторий . . . 282
4.1. Сведение к равновесию системы с периодическим коэффициентами . . . 282
4.2. Приведение системы с периодическими коэффициентами к нормальной форме . . . 283
4.3. Фазовые портреты систем с двумя степенями свободы около замкнутой траектории при резонансе . . . 283
§ 5. Устойчивость равновесия в потенциальном поле . . . 287
Комментарии к списку литературы . . . 291
Рекомендуемая литература . . . 292
Литература . . . 294

Предметный указатель 301

Год издания 1985

Том 4
ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ — 4
Редакторы-консультанты:
член-корреспондент АН СССР В.И. Арнольд, академик С.П. Новиков

УДК 514 + 515.16

СИМПЛЕКТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

В.И. Арнольд, А.Б. Гивенталь

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 7
Глава 1. Линейная симплектическая геометрия 8
§ 1. Симплектическое пространство 8
1.1. Кососкалярное произведение 8
1.2. Подпространства 8
1.3. Лагранжев грассманиан 9
§ 2. Линейные гамильтоновы системы 10
2.1. Симплектическая группа и ее алгебра Ли 10
2.2. Комплексная классификация гамильтонианов 12
2.3. Линейные вариационные задачи 12
2.4. Нормальные формы вещественных квадратичных гамильтонианов 13
2.5. Знакоопределенные гамильтонианы и принцип минимакса 14
§ 3. Семейства квадратичных гамильтонианов 15
3.1. Понятие миниверсальной деформации 15
3.2. Миниверсальные деформации квадратичных гамильтонианов 17
3.3. Семейства общего положения 17
3.4. Бифуркационные диаграммы 19
§ 4. Симплектическая группа 20
4.1. Спектр симплектического преобразования 20
4.2. Экспоненциальное отображение и параметризация Кэли 21
4.3. Подгруппы симплектической группы 21
4.4. Топология симплектической группы 22
4.5. Линейные гамильтоновы системы с периодическими коэффициентами 23
Глава 2. Симплектические многообразия 26
§ 1. Локальная симплектическая геометрия 26
1.1. Теорема Дарбу 26
1.2. Пример: вырождения замкнутых 2-форм в $\mathbb{R}^4$ 26
1.3. Ростки подмногообразий симплектического пространства 27
1.4. Классификация ростков подмногообразий 28
1.5. Внешняя геометрия подмногообразий 29
1.6. Комплексный случай 30
§ 2. Примеры симплектических многообразий 30
2.1. Кокасательные расслоения 30
2.2. Кокасательные проективные многообразия 31
2.3. Кэлеровы и симплектические многообразия 32
2.4. Орбиты коприсоединенного действия групп Ли 33
§ 3. Скобка Пуассона 34
3.1. Алгебра Ли функций Гамильтона 34
3.2. Пуассоновы многообразия 35
3.3. Линейные Пуассоновы структуры 37
3.4. Проблема линеаризации 38
§ 4. Лагранжевы подмногообразия и расслоения 39
4.1. Примеры лагранжевых многообразий 39
4.2. Лагранжевы расслоения 40
4.3. Пересечения лагранжевых многообразий и неподвижные точки симплектоморфизмов 42
Глава 3. Симплектическая геометрия и механика 46
§ 1. Вариационные принципы 46

1.1. Лагранжева механика . . . 47
1.2. Гамильтонова механика . . . 48
1.3. Принцип наименьшего действия . . . 49
1.4. Вариационные задачи со старшими производными . . . 51
1.5. Многообразие характеристик . . . 52
1.6. Кратчайший обход препятствия . . . 53
§ 2. Вполне интегрируемые системы . . . 55
2.1. Интегрируемость по Лиувиллю . . . 55
2.2. Переменные “действие — угол” . . . 56
2.3. Эллиптические координаты и геодезические на эллипсоиде . . . 58
2.4. Пуассоновы пары . . . 61
2.5. Функции и инволюции на орбитах коалгебр Ли . . . 62
2.6. Представление Лакса . . . 63
§ 3. Гамильтоновы системы с симметриями . . . 65
3.1. Пуассоновские действия и отображения моментов . . . 65
3.2. Приведенное приведенные гамильтонианы . . . 66
3.3. Скрытые симметрии . . . 67
3.4. Пуассоновы группы . . . 68
3.5. Геодезические левоинвариантных метрик и уравнение Эйлера . . . 68
3.6. Относительные равновесия . . . 70
3.7. Некоммутативная интегрируемость гамильтоновых систем . . . 71
3.8. Пуассоновские действия торов . . . 72
Глава 4. Контактная геометрия . . . 75
§ 1. Контактные многообразия . . . 75
1.1. Контактная структура . . . 75
1.2. Примеры . . . 76
1.3. Геометрия подмногообразий контактного пространства . . . 78
1.4. Вырождения дифференциальных 1-форм в $\mathbb{R}^n$ . . . 80
§ 2. Симплектизация и контактные гамильтонианы . . . 82
2.1. Симплектизация . . . 82
2.2. Алгебра Ли инфинитезимальных контактоморфизмов . . . 83
2.3 Контактизация . . . 85
2.4. Лагранжевы вложения в $\mathbb{R}^{2n}$ . . . 85
§ 3. Метод характеристик . . . 87
3.1. Характеристики на гиперповерхности в контактном пространстве . . . 87
3.2. Уравнения с частными производными первого порядка . . . 87
3.3. Геометрическая оптика . . . 88
3.4. Уравнение Гамильтона – Якоби . . . 89
Глава 5. Лагранжевы и лежандровы особенности . . . 91
§ 1. Лагранжевы и лежандровы отображения . . . 91
1.1. Фронты и лежандровы отображения . . . 91
1.2. Производящие семейства гиперповерхностей . . . 93
1.3. Каустики и Лагранжевы отображения . . . 95
1.4. Производящие семейства функций . . . 96
1.5 Резюме . . . 98
§ 2 Классификация критических точек функций . . . 98
2.1. Версальные деформация: неформальное описание . . . 98
2.2. Критические точки функций . . . 100
2.3. Простые особенности . . . 101
2.4. Платоновы тела . . . 101
2.5. Миниверсальные деформации . . . 102
§ 3. Особенности волновых фронтов и каустик . . . 103
3.1. Классификация особенностей волновых фронтов и каустик в малых размерностях . . . 104
3.2. Краевые особенности . . . 105
3.3. Группы Вейля и простые фронты . . . 108
3.4. Перестройки волновых фронтов и каустик . . . 110
3.5. Фронты в задаче об обходе препятствия . . . 114
Глава 6. Лагранжевы и лежандровы кобордизмы . . . 117
§ 1. Индекс Маслова . . . 117
1.1. Квазиклассическая асимптотика решений уравнения Шрёдингера . . . 118
1.2. Индекс Морса и индекс Маслова . . . 118
1.3. Индекс Маслова замкнутых кривых . . . 120
1.4. Лагранжев грассманиан и универсальный класс Маслова . . . 121
1.5. Кобордизмы волновых фронтов на плоскости . . . 123
§ 2. Кобордизмы . . . 125
2.1. Лагранжев и лежандров край . . . 125
2.2. Кольцо классов кобордизма . . . 126
2.3. Векторные расслоения с тривиальной комплексификацией . . . 126
2.4. Кобордизмы гладких многообразий . . . 127
2.5. Группы лежандровых кобордизмов как гомотопические группы . . . 128
2.6. Группы лагранжевых кобордизмов . . . 129

§ 3. Характеристические числа . . . 130
3.1. Характеристические классы векторных расслоений . . . 130
3.2. Характеристические числа классов кобордизма . . . 131
3.3. Комплексы особенностей . . . 132
3.4. Сосуществование особенностей . . . 133
Литература . . . 136

УДК 514.8 + 517.956

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ КВАНТОВАНИЕ

А.А. Кириллов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 141
§ 1. Постановка задачи . . . 142
1.1. Математическая модель классической механики в гамильтоновом формализме . . . 142
1.2. Математическая модели квантовой механики . . . 147
1.3. Постановка задачи квантования. Связь с методом орбит в теории представлений . . . 149
§ 2. Предквантование . . . 150
2.1. Представление Купмана – ван Хова – Сигала . . . 150
2.2. Эрмитовы расслоения со связностью. Предквантование Сурьо – Костанта . . . 152
2.3. Примеры. Предквантование двумерной сферы и двумерного тора . . . 155
2.4. Предквантование симплектических супермногообразий . . . 157
§ 3. Поляризации . . . 158
3.1. Определение поляризации . . . 158
3.2. Поляризации на однородных многообразиях . . . 160
§ 4. Квантование . . . 163
4.1. Пространство квантования . . . 163
4.2. Квантование плоского пространства . . . 165
4.3. Связь с индексом Маслова и представлением Вейля . . . 171
4.4. Общая схема геометрического квантования . . . 173
4.5. Операторы квантования . . . 174
Литература . . . 176

УДК 512.77+517.912+517.958

ИНТЕГРИРУЕМЫЕ СИСТЕМЫ. I

Б.А. Дубровин, И.М. Кричевер, С.П. Новиков

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 179
Глава 1. Гамильтоновы системы. Классические методы интегрирования . . . 181
§ 1. Общее понятие скобки Пуассона. Важнейшие примеры . . . 181
§ 2. Интегралы и понижение порядка гамильтоновых систем. Системы с симметриями . . . 196
§ 3. Теорема Лиувилля. Переменные действие — угол . . . 207
§ 4. Уравнение Гамильтона – Якоби. Метод разделения переменных — классический метод интегрирования и нахождения переменных действие — угол . . . 211
Глава 2. Современные представления об интегрируемости эволюционных систем . . . 214
§ 1. Коммутационные представления эволюционных систем . . . 214
§ 2. Алгебро-геометрическая интегрируемость конечномерных λ-пучков . . . 227
§ 3. Гамильтонова теория гиперэллиптических λ-пучков . . . 244
§ 4. Важнейшие примеры систем, интегрируемых в двумерных тэта-функциях . . . 251
§ 5. Полюсные системы . . . 262
§ 6. Интегрируемые системы и алгебро-геометрическая спектральная теория линейных периодических операторов 266
Литература . . . 277

Год издания 1985

Том 5
ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ — 5
Редактор-консультант:
член-корреспондент АН СССР В.И. Арнольд

УДК 517.925 + 517.928

УДК 514 + 515.16

I. ТЕОРИЯ БИФУРКАЦИИ

В.И. Арнольд, В.С. Афраймович, Ю.С. Ильяшенко, Л.П. Шильников

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 9
Глава 1. Бифуркации положений равновесия . . . 12
§ 1. Семейства и деформации . . . 13
1.1. Семейства векторных полей . . . 13
1.2. Пространство струй . . . 13
1.3. Лемма Сарда и теоремы трансверсальности . . . 14
1.4. Простейшие приложения: особые точки типичных векторных полей . . . 15
1.5. Топологически версальные деформации . . . 16
1.6. Теорема сведения . . . 17
1.7. Типичные и главные семейства . . . 18
§ 2. Бифуркации особых точек в типичных однопараметрических семействах . . . 20
2.1. Типичные ростки и главные семейства . . . 20
2.2. Мягкая и жесткая потеря устойчивости . . . 20
§ 3. Бифуркации особых точек в многопараметрических семействах общего положения при однократном вырождении линейной части . . . 23
3.1. Главные семейства . . . 23
3.2. Бифуркационные диаграммы главных семейств (3*) . . . 23
3.3. Бифуркационные диаграммы (относительно слабой эквивалентности) и фазовые портреты главных семейств (4*) . . . 24
§ 4. Бифуркации особых точек векторных полей с двукратным вырождением линейной части . . . 26
4.1. Список вырождений . . . 26
4.2. Два нулевых собственных значения . . . 26
4.3. Редукции к двумерным системам . . . 27
4.4. Нулевое и пара чисто мнимых собственных значений . . . 28
4.5. Две чисто мнимых пары . . . 31
4.6. Главные деформации уравнений трудного типа в задаче о двух мнимых парах (по Жолондеку) . . . 35
§ 5. Показатели мягкой и жесткой потери устойчивости . . . 39
5.1. Определения . . . 39
5.2. Таблица показателей . . . 40
Глава 2. Бифуркация предельных циклов . . . 42
§ 1. Бифуркация предельных циклов в типичных однопараметрических семействах . . . 43
1.1. Мультипликатор 1 . . . 43
1.2. Мультипликатор -1 и бифуркация удвоенного периода . . . 43
1.3. Пара комплексных сопряженных мультипликаторов . . . 45
1.4. Нелокальные бифуркации в однопараметрических семействах диффеоморфизмов . . . 47
1.5. Нелокальная бифуркация периодических решений . . . 49
1.6. Бифуркация распада инвариантных торов . . . 49
§ 2. Бифуркации циклов в типичных двупараметрических семействах при однократном дополнительном вырождении 52
2.1. Перечень вырождений . . . 52
2,2. Мультипликатор 1 или -1 с дополнительным вырождением в нелинейных членах . . . 53
2.3. Пара мультипликаторов из единичной окружности с дополнительным вырождением в нелинейных членах 53
§ 3. Бифуркации циклов в типичных двупараметрических семействах при сильных резонансах порядка $q \neq 4$ 55
3.1. Нормальная форма в случае унипотентной жордановой клетки . . . 56
3.2. Усреднение в слоениях Зейферта и Мёбиуса . . . 57
3.3. Главные поля и деформации . . . 57
3.4. Нереальность главных деформаций . . . 58
3.5. Бифуркации стационарных решений периодических дифференциальных уравнений при сильных резонансах порядка $q \neq 4$ . . . 58
§ 4. Бифуркации предельных циклов при прохождении пары мультипликаторов через $\pm i$ . . . 62

4.1 Вырожденные семейства . . . 62
4.2. Вырожденные семейства, найденные аналитически . . . 63
4.3. Вырожденные семейства, найденные численно . . . 64
4.4. Бифуркации в невырожденных семействах . . . 66
4.5. Предельные циклы систем с симметрией четвертого порядка . . . 66
§ 5. Конечногладкие нормальные формы локальных семейств . . . 66
5.1. Обзор результатов . . . 67
5.2. Определения и примеры . . . 67
5.3. Общие теоремы и деформации нерезонансных ростков . . . 69
5.4. Приведение к линейной нормальной форме . . . 71
5.5. Деформации ростков диффеоморфизмов типа Пуанкаре . . . 71
5.6. Деформации однорезонансных гиперболических ростков . . . 72
5.7. Деформации ростков векторных полей с одним нулевым собственным значением в особой точке . 74
5.8. Функциональные инварианты диффеоморфизмов прямой . . . 75
5.9. Функциональные инварианты локальных семейств диффеоморфизмов . . . 76
5.10. Функциональные инварианты семейств векторных полей . . . 77
5.11. Функциональные инварианты топологической классификации локальных семейств диффеоморфизмов прямой (по Руссари) . . . 77
§ 6. Универсальность Фейгенбаума для диффеоморфизмов и потоков . . . 79
6.1. Каскад удвоений . . . 79
6.2. Перестройки неподвижных точек . . . 80
6.3. Каскад n-кратных увеличений периода . . . 81
6.4. Удвоение в гамильтоновых системах . . . 81
6.5. Оператор удвоения для одномерных отображений . . . 82
6.6. Механизм универсального удвоения для диффеоморфизмов . . . 84
Глава 3. Нелокальные бифуркации . . . 85
§ 1. Вырождения коразмерности 1. Сводка результатов . . . 87
1.1 Локальные и нелокальные бифуркации . . . 87
1.2. Негиперболические особые точки . . . 88
1.3. Негиперболические циклы . . . 90
1.4. Нетрансверсальные пересечения многообразий . . . 91
1.5. Контуры . . . 92
1.6. Бифуркационные поверхности . . . 94
1.7. Характеристики бифуркаций . . . 95
1.8. Сводка результатов . . . 97
§ 2. Нелокальные бифуркации потоков на двумерных поверхностях . . . 97
2.1. Полулокальные бифуркации потоков на поверхностях . . . 98
2.2. Нелокальные бифуркация на сфере; однопараметрический случай . . . 99
2.3. Типичные семейства векторных полей . . . 100
2.4. Условия типичности . . . 102
2.5. Однопараметрические семейства на поверхностях, отличных от сферы . . . 102
2.6. Глобальные бифуркации систем с глобальной секущей на торе . . . 104
2.7. Некоторые глобальные бифуркация на бутылке Клейна . . . 105
2.8. Бифуркации на двумерной сфере. Многопараметрический случай . . . 106
2.9. Некоторые открытые вопросы . . . 110
§ 3. Бифуркации гомоклинических траекторий негиперболической особой точки . . . 111
3.1. Узел по гиперболическим переменным . . . 111
3.2. Седло по гиперболическим переменным: одна гомоклиническая траектория . . . 112
3.3. Топологическая схема Бернулли . . . 112
3.4. Седло по гиперболическим переменным: несколько гомоклинических траекторий . . . 113
3.5. Главные семейства . . . 114
§ 4. Бифуркации гомоклинических траекторий негиперболического цикла . . . 115
4.1. Структура семейства гомоклинических траекторий . . . 115
4.2. Критические и некритические циклы . . . 116
4.3. Рождение гладкого двумерного аттрактора . . . 116
4.4. Рождение сложных инвариантных множеств (некритический случай) . . . 117
4.5. Критический случай . . . 118
4.6. Двухшаговый переход от устойчивости к турбулентности . . . 121
4.7. Некомпактное множество гомоклинических траекторий . . . 121
4.8. Перемежаемость . . . 122
4.9. Достижимость, недостижимость . . . 122
4.10. Устойчивость семейств диффеоморфизмов . . . 124
4.11. Некоторые открытые вопросы . . . 126
§ 5. Гиперболические особые точки с гомоклинической траекторией . . . 127
5.1. Предварительные понятия: ведущие направления и седловые величины . . . 127
5.2. Бифуркации гомоклинических траекторий седла, происходящие на границе множества систем Морса – Смейла . . . 127
5.3. Требования общности положения . . . 128
5.4. Главные семейства в $\mathbb{R}^3$ и их свойства . . . 129
5.5. Версальность главных семейств . . . 132
5.6. Седло с комплексным ведущим направлением в $\mathbb{R}^3$ . . . 133

5.7. Добавление: бифуркации гомоклинических петель вне границы множества систем Морса – Смейла 137
§ 6. Бифуркации, связанные с нетрансверсальными пересечениями . . . 138
6.1. Векторные поля без контуров и гомоклинических траекторий . . . 138
6.2. Теорема о недостижимости . . . 139
6.3 Модули . . . 140
6.4. Системы с контурами . . . 141
6.5. Диффеоморфизмы с нетривиальными базисными множествами . . . 141
6.6. Векторные поля в $\mathbb{R}^3$ с гомоклинической траекторией цикла . . . 142
6.7. Символическая динамика . . . 143
6.8. Бифуркации “подков Смейла” . . . 145
6.9. Векторные поля на бифуркационной поверхности . . . 147
6.10. Диффеоморфизмы с бесконечным множеством устойчивых периодических траекторий . . . 148
§ 7. Бесконечные неблуждающие множества . . . 149
7.1 Векторные поля из двумерном торе . . . 149
7.2. Бифуркации систем с двумя гомоклиническими кривыми седла . . . 150
7.3. Системы с аттракторами Фейгенбаума . . . 151
7.4. Рождение неблуждающих множеств . . . 152
7.5. Сохранение и гладкость инвариантных многообразий (по Фенхелю) . . . 153
7.6. Вырожденное семейство и его окрестность в функциональном пространстве . . . 154
7.7. Рождение торов в трехмерном фазовом пространстве . . . 155
§ 8. Аттракторы и их бифуркации . . . 156
8.1. Вероятностно предельные множества (по Милнору) . . . 157
8.2. Статистически предельные множества . . . 157
8.3. Внутренние бифуркации и кризисы аттракторов . . . 159
8.4. Внутренние бифуркации и кризисы положений равновесия и циклов . . . 160
8.5. Бифуркации двумерного тора . . . 161
Глава 4. Релаксационные колебания . . . 165
§ 1. Основные понятия . . . 166
1.1. Пример. Уравнение Ван дер Поля . . . 166
1.2. Быстрые и медленные движения . . . 167
1.3. Медленная поверхность и медленное уравнение . . . 168
1.4. Медленное движение как аппроксимация возмущенного . . . 169
1.5. Явление срыва . . . 170
§ 2. Особенности быстрого и медленного движений . . . 171
2.1. Особенности быстрого движения в точках срыва систем с одной быстрой переменной . . . 171
2.2. Особенности проектирования медленной поверхности . . . 173
2.3. Медленное движение систем с одной медленной переменной . . . 174
2.4. Медленное движение систем с двумя медленными переменными . . . 175
2.5. Нормальные формы фазовых кривых медленного движения . . . 176
2.6. Связь с теорией уравнений, не разрешенных относительно производной . . . 179
2.7. Вырождение контактной структуры . . . 181
§ 3. Асимптотика релаксационных колебаний . . . 183
3.1. Вырожденные системы . . . 183
3.2. Системы первого приближения . . . 184
3.3. Нормализация быстро-медленных уравнений с двумя медленными переменными при $s > 0$ . . . 185
3.4. Вывод систем первого приближения . . . 188
3.5. Исследование систем первого приближения . . . 188
3.6. Воронки . . . 190
3.7. Периодические релаксационные колебания на плоскости . . . 190
§ 4. Затягивание потерн устойчивости при переходе пары собственных значений через мнимую ось . . . 192
4.1. Типичные системы . . . 192
4.2. Затягивание потери устойчивости . . . 193
4.3. Жесткость потери устойчивости в аналитических системах типа 2 . . . 194
4.4. Гистерезис . . . 195
4.5. Механизм затягивания . . . 195
4.6. Вычисление момента срыва в аналитических системах . . . 196
4.7. Затягивание при потере устойчивости циклом . . . 199
4.8. Затягивание потерн устойчивости и “утки” . . . 199
§ 5. Решения-утки . . . 199
5.1. Пример: особая точка на складке медленной поверхности . . . 200
5.2. Существование решений-уток . . . 202
5.3. Эволюция простых вырожденных уток . . . 203
5.4. Полулокальное явление: утки с релаксацией . . . 204
5.5. Утки в $\mathbb{R}^3$ и $\mathbb{R}^n$ . . . 205
Рекомендуемая литература . . . 207
Литература . . . 209

УДК 515.164.15+517.925

II. ТЕОРИЯ КАТАСТРОФ

В.И. Арнольд

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Основные понятия . . . 221
1.1. Катастрофы и бифуркации . . . 221
1.2. Катастрофы и особенности . . . 222
1.3. Машина Зимана . . . 222
1.4. Катастрофические модели . . . 224
1.5. Проверка моделей . . . 225
1.6. Неадекватная модель . . . 225
1.7. Адекватные модели . . . 227
§ 2. Теория катастроф до Пуанкаре . . . 227
2.1. Эволюты и каустики, эвольвенты и фронты . . . 227
2.2. Семейства функций у Гамильтона и его последователей . . . 227
2.3. Точки перегиба и ласточкины хвосты . . . 228
2.4. Зонтик и омбилические особенности каустик . . . 229
2.5. Трансверсальность . . . 231
§ 1 Теория бифуркации у Пуанкаре . . . 231
3.1. Классификация особенностей и нормальные формы . . . 231
3.2. Подготовительная теорема, конечная определенность и версальные деформации . . . 232
3.3. Пуанкаре и современная математика . . . 232
3,4. Наивные и абстрактные определения . . . 233
3.5. Теория катастроф у Пуанкаре . . . 234
3.6. Аналитичность и гладкость . . . 235
§ 4. Теория бифуркаций у А.А. Андронова . . . 236
4.1. Точка зрения функционального пространства . . . 236
4.2. Структурная устойчивость . . . 238
4.3. Бифуркационные множества . . . 237
4.4. Степени негрубости . . . 239
4.5. Структурная устойчивость и деформационная устойчивость . . . 240
4.6. Бифуркация рождения цикла . . . 241
4.7. Затягивание потери устойчивости . . . 243
4.8. Сборка (pleat) у А.А. Андронова . . . 244
§ 5. Катастрофы у физиков до теории катастроф . . . 245
5.1. Термодинамика . . . 245
5.2. Тепловой взрыв . . . 247
5.3. Коротковолновые асимптотики . . . 248
5.4. Теория упругости . . . 249
5.5. Работы Л.Д. Ландау . . . 250
§ 6. Гипотеза Тома . . . 251
6.1. Градиентная динамика . . . 251
6.2. Классификация критических точек функций . . . 252
6.3. Классификация градиентных систем . . . 253
6.4. Бифуркации градиентных систем . . . 254
6.5. Уточненная гипотеза Тома . . . 255
6.6. Бифуркации градиентных систем типа D_4 . . . 256
§ 7. Классификации особенностей и катастроф . . . 257
7.1. Коразмерность и модальность . . . 257
7.2. Простые объекты . . . 258
7.3. Функциональные модули . . . 260
7.4. Выбор классифицирующей группы . . . 262
7.5. Принципы отбора классификаций . . . 263
7,6. Повторяемость особенностей . . . 266
7.7. Задача об обходе препятствия . . . 269
Рекомендуемая литература . . . 272
Литература . . . 273

Год издания 1986

Том 6
ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ — 6
Редакторы-консультанты:
Консультирующий редактор-составитель член-корреспондент АН СССР В.И. Арнольд

УДК 512.761 + 515.164.15

ОСОБЕННОСТИ. I.
ЛОКАЛЬНАЯ И ГЛОБАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ

В.И. Арнольд. В.А. Васильев, В.В. Горюнов, О.В. Ляшко

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 8
Глава I. Критические точки функций . . . 11
§ 1. Инварианты критических точек . . . 11
1.1. Вырожденные и невырожденные критические точки . . . 12
1.2. Эквивалентность критических точек . . . 12
1.3. Стабильная эквивалентность . . . 13
1.4. Локальная алгебра и кратность особенности . . . 14
1.5. Конечная определенность изолированной особенности . . . 15
1.6. Действие группы Ли на многообразии . . . 16
1.7. Версальная деформация критической точки . . . 17
1.8. Инфинитезимальная версальность . . . 18
1.9. Модальность критической точки . . . 19
1.10. Бифуркационная диаграмма нулей . . . 20
1.11. Усеченная версальная деформация и бифуркационная диаграмма функций . . . 22
§ 2. Классификация критических точек . . . 24
2.1. Нормальные формы . . . 24
2.2. Классы малой модальности . . . 25
2.3. Особенности модальности . . . 26
2.4. Простые и клейновы особенности . . . 27
2.5. Разрешение простых особенностей . . . 28
2.6. Унимодальные и бимодальные особенности . . . 30
2.7. Примыкания особенностей . . . 32
2.8. Вещественные особенности . . . 34
§ 3. Приведение к нормальным формам . . . 36
3.1. Диаграмма Ньютона . . . 36
3.2. Квазиоднородные функции и фильтрации . . . 37
3.3. Кратность и образующие локальной алгебры полуквазиоднородной функции . . . 39
3.4. Квазиоднородные отображения . . . 40
3.5. Квазиоднородные диффеоморфизмы и векторные поля . . . 42
3.6. Нормальная форма полуквазиоднородной функции . . . 44
3.7. Нормальная форма квазиоднородной функции . . . 45
3.8. Фильтрация Ньютона . . . 47
3.9. Спектральная последовательность . . . 48
3.10. Теоремы о нормальных формах для спектральной последовательности . . . 50
Глава 2. Группы монодромии критических точек . . . 52
§ 1. Теория Пикара – Лефшеца . . . 53
1.1. Топология неособого многообразия уровня . . . 53
1.2. Классическая монодромия и оператор вариации . . . 54
1.3. Монодромия морсовской особенности . . . 56
1.4. Группа монодромии изолированной особенности . . . 58
1.5. Исчезающие циклы и отмеченные базисы . . . 60
1.6. Матрица пересечений особенности . . . 63
1.7. Стабилизация особенностей . . . 65
1.8. Диаграммы Дынкина . . . 66
1.9. Преобразования базиса и его диаграммы Дынкина . . . 67
1.10. Милноровское расслоение над дополнением к бифуркационной диаграмме нулей . . . 71
1.11. Топологический тип особенности вдоль страта $\mu = \mathrm{const}$ . . . 73
§ 2. Диаграммы Дынкина и группы монодромии . . . 75
2.1. Матрицы пересечения особенностей функций двух переменных . . . 75
2.2. Матрица пересечений прямой суммы особенностей . . . 78
2.3. Особенности Фама . . . 80
2.4. Полярная кривая и матрица пересечений . . . 81
2.5. Модальность и квадратичные формы особенностей . . . 85
2.6. Группа монодромии и форма пересечений . . . 88
2.7. Группа монодромии в кососимметрическом случае . . . 90
§ 3. Комплексная монодромия и отображения периодов . . . 91
3.1. Когомологическое расслоение и связность Гаусса – Манина . . . 92
3.2. Сечения расслоения когомологий . . . 93
3.3. Расслоения исчезающих когомологий . . . 94
3.4. Отображение периодов . . . 95

3.5. Форма-вычет . . . 96
3.6. Тривиализации когомологического расслоения . . . 96
3.7. Классическая комплексная монодромия . . . 99
3.8. Дифференциальные уравнения и асимптотика интегралов . . . 100
3.9. Невырожденные отображения периодов . . . 103
3.10. Устойчивость отображения периодов . . . 105
3.11. Отображение периодов и форма пересечений . . . 106
3.12. Характеристический многочлен и дзета-функция оператора монодромии . . . 107
§ 4. Смешанная структура Ходжа в исчезающих когомологиях . . . 111
4.1. Чистая структура Ходжа . . . 111
4.2. Смешанная структура Ходжа . . . 112
4.3. Асимптотическая фильтрация Ходжа в слоях когомологического расслоения . . . 114
4.4. Весовая фильтрация . . . 114
4.5. Асимптотическая смешанная структура Ходжа . . . 116
4.6 Числа Ходжа и спектр особенности . . . 117
4.7. Вычисление спектра . . . 118
4.8. Полунепрерывность спектра . . . 120
4.9. Спектр и геометрический род . . . 121
4.10. Смешанная структура Ходжа и форма пересечений . . . 122
4.11. Число особых точек комплексной проективной гиперповерхности . . . 123
4.12. Обобщенные неравенства Петровского – Олейник . . . 124
§ 5. Простые особенности . . . 126
5.1. Группы, порожденные отражениями . . . 126
5.2. Ласточкин хвост группы, порожденной отражениями . . . 129
5.3. Группа кос Артина – Брискорна . . . 131
5.4. Сворачивание инвариантов группы Кокстера . . . 132
5.5. Системы корней и группы Вейля . . . 134
5.6. Простые особенности и группы Вейля . . . 136
5.7. Векторные поля, касающиеся бифуркационной диаграммы нулей . . . 137
5.8. Дополнение к бифуркационной диаграмме функций . . . 139
5.9. Примыкания и распадения простых особенностей . . . 140
5.10. Конечные подгруппы SU_2 простые особенности и группы Вейля . . . 141
5.11. Параболические особенности . . . 142
§ 6. Топология дополнений к дискриминантам особенностей . . . 145
6.1. Дополнения к дискриминантам и группы кос . . . 145
6.2. Когомологии группы кос $\mathrm{mod}\,2$ . . . 146
6.3. Приложение: суперпозиции алгебраических функций . . . 147
6.4. Целочисленные когомологии групп кос . . . 148
6.5. Когомологии групп кос с подкрученными коэффициентами . . . 148
6.6. Род накрытий, связанных с алгебраической функцией, и сложность алгоритмов вычисления корней многочленов . . . 149
6.7. Когомологии групп кос Брискорна и дополнения к дискриминантам особенностей серий C, D . . . 151
6.8. Стабильные когомологии дополнений к бифуркационным диаграммам нулей . . . 151
6.9. Характеристические классы когомологических расслоений Милнора . . . 154
6.10. Стабильная неприводимость стратов дискриминантов . . . 154
Глава 6. Основные свойства отображений . . . 155
§ 1. Устойчивые и конечнократные отображения . . . 156
1.1. Лево-правая эквивалентность . . . 156
1.2. Устойчивость . . . 156
1.3. Трансверсальность . . . 159
1.4. Классы Тома – Бордмана . . . 162
1.5. Инфинитезимальная устойчивость . . . 163
1.6. Группы $\mathcal{G}$ и $\mathcal{K}$ . . . 164
1.7. Нормальные формы устойчивых ростков . . . 165
1.8. Примеры . . . 166
1.9. Хорошие и неплохие размерности . . . 168
1.10. Конечнократные отображения . . . 169
1.11. Число корней системы уравнений . . . 171
1.12. Индекс особой точки вещественного ростка и полиномиальные векторные поля . . . 172
§ 2. Конечная определенность ростков отображений и их версальные деформации . . . 176
2.1. Касательные пространства и коразмерности . . . 176
2.2. Конечная определенность . . . 177
2.3. Версальные деформации . . . 178
2.4. Примеры . . . 179
2.5. Геометрические подгруппы . . . 181
2.6. Порядок достаточной струн . . . 190
2.7. Определенность относительно преобразований конечной гладкости . . . 191
§ 3. Топологическая эквивалентность . . . 191
3.1. Плотность топологически устойчивых отображений . . . 191
3.2. Стратификации Уитни . . . 193
3.3. Топологическая классификация ростков гладких отображений . . . 194

3.4. Топологические инварианты 195
3.5. Топологическая тривиальность и топологическая версальность деформаций полуквазиоднородных отображений 198
Глава 4. Глобальная теория особенностей 198
§ 1. Полиномы Тома для отображений гладких многообразий 198
1.1. Циклы особенностей и топологические инварианты отображений 198
1.2. Теорема Тома о существовании полиномов Тома 199
1.3. Разрешение особенностей замыканий классов Тома – Бордмана 201
1.4. Полиномы Тома для особенностей первого порядка 203
1.5. Сводка результатов о полиномах Тома для старших особенностей 204
§ 2. Целочисленные характеристические классы и универсальные комплексы особенностей 205
2.1. Примеры: индекс Маслова и первый класс Понтрягина 205
2.2. Универсальный комплекс особенностей гладких функций 207
2.3. Когомологии комплексов R_0-инвариантных особенностей и инварианты слоений 210
2.4. Вычисления в комплексах особенностей функций; геометрические следствия 211
2.5. Универсальные комплексы лагранжевых и лежандровых особенностей 213
2.6. Об универсальных комплексах общих отображений многообразий 215
§ 3. Кратные точки к мультиособенности 216
3.1. Формула кратных точек иммерсий и препятствия к вложению многообразий 216
3.2. Тройные точки на особых поверхностях 216
3.3. Кратные точки комплексных отображений 217
3.4. Самопересечения лагранжевых многообразий 218
3.5. Комплексы мультиособенностей 218
3.6. Мультиособенности и умножение в когомологиях пространства — цели отображения 221
§ 4. Пространства функций с критическими точками умеренной сложности 222
4.1. Функции с особенностями проще A_3 222
4.2. Группа кривых без горизонтальных касательных перегиба 223
4.3. Гомотопические свойства дополнений к раскрытым ласточкиным хвостам 226
§ 5. Устранение особенностей и решение дифференциальных условий 227
5.1. Сокращение зонтиков и сборок Уитни. Проблема иммерсии 227
5.2. Теорема Смейла – Хирша 228
5.3. С. г. з.-н г-принципы 229
5.4. Теорема Громова – Лиса о лагранжевых иммерсиях 230
5.5. Устранение особенностей Тома – Бордмана 231
5.6. Пространства функций без особенностей A_3 231
§ 6. Тангенциальные особенности и исчезающие перегибы 232
6.1. Исчисление тангенциальных особенностей 232
6.2. Исчезающие перегибы: случай плоских кривых 233
6.3. Перегибы, исчезающие в морсовской особой точке 233
6.4. Интегрирование по эйлеровой характеристике и его приложения 234
Литература 236

Год издания 1988

Том 7
КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ – МНОГИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ — 1
Редактор-консультант член-корреспондент АН СССР А.Г. Витушкин

УДК 517.55+515.17

I. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ФАКТЫ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛИЗА

А. Г. Витушкин

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Феномен продолжаемости 5
§ 2. Области голоморфности 7
§ 3. Голоморфные отображения. Вопросы классификации 9
§ 4. Интегральные представления функций 10
§ 5. Аппроксимация функций 12
§ 6. Выделение неголоморфной части функции 14
§ 7. Построение функции с заданными нулями 16
§ 8. Многообразия Штейна 18
§ 9. Деформации комплексной структуры 21

УДК 517.552

II. МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ В КОМПЛЕКСНОМ АНАЛИЗЕ

Г.М. Хенкин

СОДЕРЖАНИЕ

§ 0. Введение . . . 24
0.1. Основные проблемы . . . 24
0.2. Обзор результатов . . . 28
§ 1. Формулы Бохнера, Мартинелли и их приложения . . . 31
1.1. Формула Мартинелли – Бохнера и теорема Гартогса . . . 31
1.2. Интегральные представления Бохнера и Хуа Ло-кена в классических областях . . . 36
§ 2. Формула Вейля и теория Ока – Картана . . . 39
2.1. Интегральные представления в аналитических полиэдрах . . . 39
2.2. Решение основных проблем в областях голоморфности . . . 43
§ 3. Интегральные формулы и проблема Е. Леви . . . 46
3.1. Псевдовыпуклые области. Теоремы Е. Леви и Г. Леви . . . 46
3.2. Решение Ока проблемы Е. Леви . . . 49
3.3. Приложения и обобщения . . . 52
§ 4. Формулы Коши – Фантаппье . . . 55
4.1. Формулы Коши – Лере и Коши – Вальбрука . . . 55
4.2. Многомерные аналоги формулы Коши – Грина . . . 56
4.3. Интегральные представления в строго псевдовыпуклых областях . . . 57
4.4. Теорема Фантаппье – Мартино об аналитических функционалах . . . 59
4.5. Формула Коши – Фантаппье в областях с кусочной-гладкой границей . . . 60
4.6. Интегральные представления в псевдовыпуклых полиэдрах и областях Зигеля . . . 63
§ 5. Интегральные представления в задачах теории функций в псевдовыпуклых областях . . . 66
5.1. Оценки интегралов типа Коши – Фантаппье и асимптотика ядер Сегё и Бергмана в строго псевдовыпуклых областях . . . 66
5.2. Разделение особенностей и равномерная аппроксимация ограниченных голоморфных функций . . . 69
5.3. Интерполяция и деление с равномерными оценками . . . 72
§ 6. Формулы для решений $\overline{\partial}$-уравнения в псевдовыпуклых областях и их приложения . . . 75
6.1. $\overline{\partial}$-уравнение. Теорема Дольбо . . . 75
6.2. Проблемы Кузена и Пуанкаре как $\overline{\partial}$-уравнения. Потоки Лелона и Шварца . . . 77
6.3. $\overline{\partial}$-задача Неймана – Спенсера . . . 79
6.4. Формулы для решения $\overline{\partial}$-уравнения . . . 80
6.5. Уравнение Пуанкаре – Лелона. Построение . . . 83
§7. Интегральные представления в теории CR-функций . . . 86
7.1. Аппроксимации и аналитические представления CR-функций . . . 87
7.2. CR-функции и теоремы об “острии клина” . . . 91
7.3. Голоморфные представления CR-функций с вогнутых CR-многообразий . . . 94
7.4. Эффекты Гартогса – Бохнера и Г. Леви на 1-вогнутых CR-многообразиях . . . 97
7.5. Аналитические диски и голоморфные оболочки CR-многообразий . . . 101
§ 8. $\overline{\partial}$-когомологии p-выпуклых и q-вогнутых многообразий и преобразование Радона – Пенроуза . . . 103
8.1. $\overline{\partial}$-когомологии. Теоремы Андреотти и Грауэрта . . . 103
8.2. Интегральные представления дифференциальных форм и $\overline{\partial}$-когомологии с равномерными оценками 108
8.3. Уравнения Коши – Римана на q-вогнутых CR-многообразиях . . . 112
8.4. Преобразование Радона – Пенроуза . . . 115
Литература . . . 121

УДК 515.17 + 517.55

III. КОМПЛЕКСНЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ МНОЖЕСТВА

Е.М. Чирка

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 126
§ 1. Локальная структура аналитических множеств . . . 127
1.1. Нули голоморфных функций . . . 127
1.2. Аналитические множества. Регулярные точки. Размерность . . . 127
1.3. Множества коразмерности 1 . . . 128
1.4. Собственные проекции . . . 129

1.5. Аналитические накрытия . . . 130
1.6. Неприводимые компоненты . . . 132
1.7. Одномерные аналитические множества . . . 133
§ 2. Касательные конусы, кратности и теория пересечений . . . 134
2.1. Касательный конус . . . 134
2.2. Конусы Уитни . . . 135
2.3. Кратности голоморфных отображений . . . 137
2.4. Кратность аналитического множества в точке . . . 138
2.5. Индексы пересечений. Дополнительные коразмерности . . . 139
2.6. Индексы пересечений. Общий случай . . . 140
2.7. Алгебраические множества . . . 141
§ 3. Метрические свойства аналитических множеств . . . 143
3.1. Фундаментальная форма и теорема Виртингера . . . 143
3.2. Интегрирование по аналитическим множествам . . . 144
3.3. Формулы Крофтона . . . 146
3.4. Числа Лелона . . . 147
3.5. Оценки объемов аналитических множеств снизу . . . 148
3.6. Объемы трубок . . . 148
3.7. Интегрируемость классов Чжэня . . . 149
§ 4. Голоморфные цепи . . . 150
4.1. Характеризация голоморфных цепей . . . 150
4.2. Формулы Пуанкаре – Лелона . . . 152
4.3. Характеристические функции. Формулы Йенсена . . . 152
4.4. Вторая проблема Кузена . . . 154
4.5. Оценки роста плоских сечений . . . 155
§ 5. Аналитическое продолжение и граничные свойства . . . 156
5.1. Устранение метрически тонких особенностей . . . 156
5.2. Устранение плюриполярных особенностей . . . 157
5.3. Принцип симметрии . . . 158
5.4. Препятствия малых CR-размерностей . . . 159
5.5. Продолжение через псевдовогнутые поверхности . . . 160
5.6. Задача Плато для аналитических множеств . . . 160
5.7. Границы одномерных аналитических множеств . . . 162
5.8. Некоторые перспективы . . . 163
Литература . . . 164

УДК 514.763.47 + 517.553

IV. ГОЛОМОРФНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ И ГЕОМЕТРИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

А. Г. Витушкин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 168
§ 1. Нормальная форма записи поверхности . . . 171
1.1. Линейная нормальная форма . . . 171
1.2. Начальные данные нормализации . . . 172
1.3. Теорема Мозера . . . 173
1.4. О классификации гиперповерхностей . . . 174
1.5. Доказательство теоремы Мозера . . . 174
§2. Стандартная нормализация . . . 180
2.1. Определение стандартной нормализации . . . 180
2.2. Приближение нормализации дробно-линейным отображением . . . 181
2.3. Параметризация отображений . . . 181
§ 3. Семейство цепей . . . 182
3.1. Определение цепи . . . 182
3.2. Цепи квадрики . . . 183
4.3. Линейный нормальный параметр . . . 184
§ 4. Уравнение цепи . . . 185
4.1. Распрямление поверхности вдоль аналитической кривой . . . 185
4.2. Уравнение цепи в натуральном параметре . . . 185
4.3. Вывод уравнения . . . 187
§ 5. Круговая нормальная форма . . . 187
5.1. Запись поверхности в круговых координатах . . . 187
5.2. Начальные данные круговой нормализации . . . 188
5.3. Вид замены, сохраняющей цепь . . . 189
5.4. Продолжение нормализации вдоль цепи . . . 189

§ 6. Нормальная параметризация цепей . . . 190
6.1. Круговой нормальный параметр . . . 190
6.2. Формула замены параметра . . . 191
6.3. Начальные данные параметризации . . . 191
6.4. Нормальная параметризация и продолжение отображений . . . 192
6.5. Уравнение перехода к нормальному параметру . . . 193
§ 7. Характеристика несферичности поверхности . . . 194
7.1. Оценка радиуса сходимости и нормы задающих рядов . . . 194
7.2. Характеристика несферичности . . . 195
7.3. Изменение характеристики при отображении . . . 196
7.4. Цепи поверхности, близкой к квадрике . . . 198
7.5. Поведение цепи вблизи точек большой кривизны . . . 199
§ 8. Строго псевдовыпуклые гиперповерхности . . . 201
8.1. Теорема о ростке отображения . . . 201
8.2. Свойства группы стабильности . . . 202
8.3. Компактность группы глобальных автоморфизмов . . . 203
8.4. Продолжение ростка отображения вдоль компактной поверхности . . . 203
8.5. Классификация накрывающих . . . 204
8.6. Обсуждение примеров непродолжаемых отображений . . . 204
8.7. Отображения поверхностей со знакопеременной формой Леви . . . 204
8.8. Доказательство леммы 8.1 . . . 205
§ 9. Автоморфизмы гиперповерхности . . . 208
9.1. Оценка размерности группы стабильности . . . 208
9.2. Параметризация группы автоморфизмов . . . 209
9.3. Линеаризация группы . . . 209
9.4. Доказательство теоремы Кружилина и Лободы . . . 210
9.5. Доказательство теоремы Белошапки и Лободы . . . 211
§ 10. Гладкие гиперповерхности . . . 217
10.1. Инвариантные структуры на гладкой поверхности . . . 217
10.2. Компактность группы глобальных автоморфизмов . . . 220
10.3. Цепи на гладких поверхностях . . . 221
10.4. Свойства группы стабильности . . . 221
10.5. Линеаризация локальных автоморфизмов . . . 223
Литература . . . 224

УДК 515.171.334 + 512.73 + 517.55

V. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ МНОГОМЕРНЫХ ВЫЧЕТОВ

П. Дольбо

СОДЕРЖАНИЕ

§ 0. Введение . . . 228
0.1. Одномерная формула вычетов . . . 228
0.2. Одномерная теорема о вычетах . . . 228
0.3. Теорема Лере – Норге . . . 229
0.4. Символ вычета Гротендика . . . 231
0.5. Обобщения и применения . . . 231
§ 1. Вычет-гомоморфизм . . . 232
1.1. Гомологический вычет . . . 232
1.2. Когомологический вычет . . . 232
1.3. Связь между точными последовательностями (1.1) и (1.2) . . . 233
§ 2. Главные значения. Вычетный поток . . . 233
2.1. Случай $n = 1$ . . . 233
2.2. Полуголоморфные дифференциальные операторы . . . 234
2.3. Случай нормальных пересечений . . . 234
2.4. Общий случай . . . 235
2.5. Вычетный поток . . . 236
§ 3. Вычетные потоки . . . 236
3.1. Полуаналитические цепи . . . 236
3.2. Некоторые определения . . . 237
3.3. Трубки . . . 237
3.4. Существенное пересечение семейства $\mathcal{F}$ . . . 238
3.5. Основные результаты . . . 238
3.6. Доказательство основных результатов . . . 239
3.7. Свойства вычетных потоков . . . 240
3.8. Обобщение на аналитические пространства и аналитические циклы . . . 240

§ 4. Дифференциальные формы с особенностями произвольных коразмерностей . . . 241
4.1. Параметрикс для комплекса де Рама . . . 241
4.2. Определения . . . 242
4.3. Случай канонического вложения . . . 242
4.4. Комплексный случай, $\mathrm{codim}_{\mathbb{C}} Y = 1$ . . . 242
4.5. Комплексный случай, $\mathrm{codim}_{\mathbb{C}} Y \geq 2$ . . . 242
§ 5. Интерпретация вычета-гомоморфизма . . . 243
5.1. Комплексный случай, $\mathrm{codim}_{\mathbb{C}} Y = 1$ . . . 243
5.2. Комплексный случай, $\mathrm{codim}_{\mathbb{C}} Y \geq 2$ . . . 244
5.3. Вещественно аналитический случай, Y субаналитично и произвольной коразмерности . . . 244
5.4. Снова комплексный случай . . . 244
5.5. Соотношение между гомологиями потоков и гомологиями Бореля – Мура . . . 245
§ 6. Теорема о вычете и теорема Лере . . . 245
6.1. Теорема о вычете . . . 245
6.2. Теорема Гриффитса о вычетах . . . 246
6.3. Обращение теоремы о вычетах; теорема Лере . . . 246
6.4. Обращение теоремы Гриффитса о вычетах . . . 247
§ 7. Формула вычета . . . 247
7.1. Случай ориентированных C^{ω}-подмножеств . . . 247
7.2. Индекс Кронекера двух потоков . . . 247
7.3. Случай замкнутых q-субаналитических цепей Y в X . . . 248
Литература . . . 248

Год издания 1985

Том 8
КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ – МНОГИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ — 2
Редакторы-консультанты:
член-корреспондент АН СССР А.Г. Витушкин,
доктор физ.-мат. наук Г.М. Хенкин

УДК 515.171.334 + 512.73 + 517.55

I. МНОГОМЕРНЫЕ ВЫЧЕТЫ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Методы вычисления многомерных вычетов (А.П. Южаков) . . . 6
Введение . . . 6
§ 1. Теория Лере. Теорема о разложении Фруассара . . . 7
1.1. Кограница Лере . . . 7
1.2. Форма-вычет, класс-вычет, формула вычета Лере . . . 8
1.3. Признака кограницы Лере. Теорема о разложении Фруассара . . . 10
1.4. Когомологическое понижение порядка полюсов . . . 11
1.5. Обобщение теории Лере на случая подмногообразий коразмерности $q > 1$ . . . 13
§ 2. Применение двойственности Александера – Понтрягина и двойственности де Рама . . . 14
2.1. Применение двойственности Александера – Понтрягина . . . 14
2.2. Вычеты рациональных функций двух переменных . . . 15
2.3. Применение двойственности де Рама . . . 17
§ 3. Гомологические методы исследования интегралов, зависящих от параметров. Применение вычетов в комбинаторном анализе . . . 20
3.1. Аналитическое продолжение интегралов, зависящих от параметров. Теорема об изотопии . . . 20
3.2. Ветвление вокруг множества Ландау. Формула Пикара – Лефшеца . . . 22
3.3. Некоторые примеры интегралов, зависящих от параметров . . . 25
3.4. Применение вычетов в комбинаторном анализе . . . 27
Глава 2. Многомерный логарифмический вычет и его приложения (Л.А. Айзенберг) . . . 29
§ 1. Многомерный логарифмический вычет . . . 29
§ 2. Разложение неявных функций в ряды . . . 36
§ 3. Применение многомерного логарифмического вычета к системам нелинейных уравнений . . . 38
§ 4. Вычисление кратности нуля голоморфного отображения . . . 42
§ 5. Применение многомерного логарифмического вычета к теория чисел . . . 44
Глава 3. Вычет Гротендика и его приложения к алгебраической геометрии (А.К. Цах) . . . 45
Введение . . . 45

§ 1. Интегральное определение и основные свойства локального вычета . . . 45
1.1. Определения . . . 45
1.2. Представление локального вычета через интеграл по границе области . . . 46
1.3. Формула преобразования локального вычета . . . 47
1.4. Локальная теорема двойственности . . . 47
§ 2. Выражение локального вычета через след . . . 48
2.1. Определение следа и его основные свойства . . . 48
2.2. Алгебраическая интерпретация . . . 49
§ 3. Полная сумма локальных вычетов . . . 51
3.1. Полная сумма вычетов на компактном многообразии. Формула Эйлера – Якоби . . . 51
3.2. Приложение к плоской проективной геометрии . . . 53
3.3. Обращение теоремы о полной сумме вычетов . . . 53
3.4. О теореме Абеля и ее обращении . . . 54
3.5. Теорема о вычетах для векторных расслоений . . . 56
3.6. Полная сумма вычетов относительно полиномиального отображения в $\mathcal{C}^n$ . . . 57
§ 4. Применение вычетов Гротендика к алгебре полиномов и локальному кольцу $\mathcal{O}_a$ . . . 58
4.1. Теорема Маколея . . . 58
4.2. Теорема Нётера – Ласкера в $\mathbf{CP}^n$ . . . 58
4.3. Проверка локальных условий Нётера . . . 59
4.4. Следствие из глобальной двойственности . . . 60
Литература . . . 61

УДК 517.55 + 517.559

II. ПЛЮРИСУБГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

А. Садуллаев

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 66
Глава 1. Начала теории плюрисубгармонических функций . . . 67
§ 1. Субгармонические функции . . . 67
1.1 Определение и простейшие свойства . . . 67
1.2. Интеграл Пуассона . . . 68
1.3. Полярные множества . . . 69
1.4. Аппроксимация субгармонических функций . . . 70
1.5. Представление Рисса . . . 70
1.6. Лемма Гартогса . . . 71
§ 2. Плюрисубгармонические функции и их простейшие свойства . . . 72
2.1. Аппроксимация . . . 72
2.2. Оператор dd^c . . . 73
2.3. Верхняя огибающая psh функций . . . 74
2.4. Связь с голоморфными функциями . . . 74
Глава 2 Комплексная теория потенциала . . . 76
§ 1. Комплексный оператор Монжа – Ампера . . . 77
1.1. Оператор $(dd^c u)^*$ . . . 77
1.2. Интегральные оценки . . . 78
1.3. Задача Дирихле . . . 80
§ 2. Экстремальные функции и емкости . . . 81
2.1. $\mathcal{P}$ мера . . . 81
2.2. Емкость конденсатора . . . 83
2.3. Решение первой проблемы Лелона . . . 86
§ 3. Емкостные свойства рзп функций . . . 86
3.1. C-свойства psh функций . . . 86
3.2. Сходимость $(dd^c)^*$ . . . 89
3.3. Структура иррегулярных точек . . . 90
3.4. Измеримость борелевских множеств . . . 92
Глава 3. Применения комплексной теории потенциала . . . 94
§ 1. Рациональные приближения и плюриполярные множества . . . 94
1.1. Принцип максимума для псевдовогнутых множеств . . . 95
1.2. Плюриполярность псевдовогнутого множества . . . 95
1.3. Свойства класса R^0 . . . 96
1.4. Другие свойства псевдовогнутых множеств . . . 97
§ 2. Голоморфное продолжение вдоль фиксированного направления . . . 99
2.1. Аналитичность особого множества . . . 99
2.2. Псевдовогнутые множества и аналитические трубки . . . 101
§ 3. Многомерный аналог теоремы Бернштейна – Уолша и сепаратно-аналитические функции . . . 101

3.1. Обобщенная функция Грина . . . 101
3.2. Основной результат . . . 103
3.3. Функция Грина круговых множеств. Проективная емкость . . . 105
3.4. Сепаратно-аналитические функции . . . 107
Литература . . . 111

УДК 517.55

III. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ В ШАРЕ

А.Б. Александров

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 117
Глава 1. Введение . . . 118
§1. Предварительные сведения . . . 118
1.1. Обозначения . . . 118
1.2. Интегрирование по сфере . . . 118
1.3. Операторы дифференцирования . . . 120
1.4. Многообразия . . . 121
§ 2. Автоморфизмы шара . . . 122
2.1. Описание автоморфизмов шара . . . 122
2.2. Метрика Бергмана . . . 123
2.3. Преобразование Кэли . . . 124
§ 3. $\mathcal{U}$-инвариантные подпространства . . . 125
3.1. Пространства $H(p,q)$ . . . 125
3.2. Явные формулы для ядра $K_{p,q}(x,\zeta)$ . . . 126
3.3. Обобщенные функции на сфере S . . . 127
3.4. Касательные уравнения Коши – Римана . . . 128
3.5. Мультипликативные свойства пространств $H(p,q)$ . . . 128
3.6. Полиномы Рыля – Войтащика . . . 129
§ 4. Неизотропная квазиметрика на сфере S . . . 130
4.1. Простейшие свойства неизотропной квазиметрики . . . 130
4.2. Мера и размерность Хаусдорфа . . . 131
Глава 2. Основные интегральные представления . . . 132
§ 1. Основные пространства голоморфных в шаре функций . . . 132
1.1. Обозначения . . . 133
1.2. Классы Неванлинны и Смирнова . . . 134
1.3. Классы Харди . . . 135
§ 2. Основные интегральные представления . . . 137
2.1. Ядро Коши . . . 137
2.2. Ядро Бергмана . . . 137
2.3. Инвариантное ядро Пуассона . . . 138
2.4. “Гармоническое” ядро Пуассона . . . 138
2.5. Какую задачу решает инвариантный интеграл Пуассона? . . . 139
2.6. $H(p,q)$-разложение ядер Коши и Пуассона . . . 140
Глава 3. Граничные свойства интеграла Коши и инвариантного интеграла Пуассона . . . 141
§ 1. Максимальная функция . . . 141
1.1. Свойства максимальной функции . . . 141
1.2. K-пределы . . . 143
1.3. Теорема Линделёфа – Чирки . . . 144
1.4. Меры Карлесона . . . 145
§ 2. “Вещественные” классы Харди . . . 145
2.1. Теорема Карлесона – Дьюрена – Хёрмандера . . . 145
2.2. Атомное разложение классов Харди . . . 149
§ 3. Сопряженные пространства для классов $\mathcal{H}^p$ и пространства гладких функций . . . 149
3.1. Сопряженные пространства и пространства мультипликаторов . . . 149
3.2. Интеграл Коши в пространствах гладких функций . . . 151
§ 4. Сопряженные пространства для некоторых пространств голоморфных функций . . . 152
4.1. Теорема Дьюрена – Ромберга – Шилдса . . . 152
4.2. Пространство, сопряженное с $\mathcal{H}^1$ . . . 153
§ 5. Операторы Тёплица и Ганкеля . . . 154
5.1. Операторы Тёплица и Ганкеля на пространстве $H^2(B)$ . . . 154
5.2. Операторы Тёплица и Ганкеля на пространствах $H^p(B)$ $(0 < p \leq \infty)$ . . . 156
5.3. Операторы Тёплица и мультипликаторы . . . 156
5.4. Приложение операторов Тёплица к проблеме Глисона . . . 157
Глава 4. Корни голоморфных в шаре функций . . . 159

§ 1. Описание корней функций классов Смирнова, Неванлинны и Неванлинны – Джрбашяна 159
1.1. Одномерные результаты 159
1.2. Теорема Хенкина – Скоды 160
1.3. Обсуждение условия Бляшке 161
1.4. Теорема Хенкина – Даутова 162
§ 2. Корни функций классов Харди $H^2(B)$ 163
2.1. Равномерное условие Бляшке 163
2.2. Кусочно-линейные аналитические множества 164
2.3. Коран ограниченных голоморфных функций 165
Глава 5. Интерполяция, множества типа, A-меры 167
§ 1. Представляющие меры и A-меры 167
1.1. A-меры, представляющие меры, вполне сингулярные меры и их свойства 167
1.2. A-меры и граничное поведение ограниченных голоморфных функций 168
1.3. A-меры и изоморфная классификация банаховых пространств аналитических функций . . . 169
§ 2. Нуль-множества и интерполяция на сфере S функциями класса $A(B)$ 169
2.1. Z-множества, P-множесгва, I-множества и нуль-множества 169
2.2. Примеры и свойства I-множеств 170
2.3. Граничные множества единственности 171
2.4. Множества максимума модуля 172
2.5. Интерполяция функциями классов $A(B)$ и $H^p(B)$ внутри шара B 173
§ 3. P-меры 173
3.1. Интегральные представления P-мер 173
3.2. Асимптотическая формула С.А. Виноградова – С.В. Хрущева 174
3.3. Свойства “гладкости” и “правильности” P-мер 175
§ 4. P-меры и граничное поведение голоморфных функций 177
4.1. P-меры и классы Харди – Люмера 177
4.2. P-меры и граничные значения голоморфных функций 178
4.3. SC-свойство 180
4.4. Внешние функции 181
§ 5. Множества пика для гладких функций 182
5.1. Множества пика и локальные множества пика 182
5.2. Множества пика и интерполяция 182
5.3. Конечно порожденные идеалы алгебры $A^\infty(B)$ 183
Указатель задач из монографии Рудина [98], решенных к настоящему времени 183
Литература 186

УДК 517.55

IV. КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ В ТРУБЕ БУДУЩЕГО

В.С. Владимиров, А.Г. Сергеев

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 192
Глава I. Геометрия трубы будущего 195
§ 1. Труба будущего 195
1.1. Определение, описание границы 195
1.2. Касательное пространство. Форма Леви 197
1.3. Групповая структура, автоморфизмы 198
§ 2. Труба будущего как классическая область 198
2.1. Реализация трубы будущего в виде обобщенного единичного круга 198
2.2. Геометрия обобщенного единичного круга 200
2.3. Реализация трубы будущего в виде шара Ли 201
§ 3. Представление Пенроуза и некоторые физические приложения 204
3.1. Представление Пенроуза и теория твисторов 204
3.2. Конформная компактификация пространства Минковского 206
§ 4. Голоморфная нераспрямляемость 208
4.1. Голоморфная нераспрямляемость 208
4.2. Аппроксимация строго псевдовыпуклыми полиэдрами 210
§ 5. Обобщения 211
5.1. Трубчатые конусы 211
5.2. Тубоиды 213
Глава 2. Граничные свойства голоморфных функций 214
§ 1. Граничные значения в классах L^p и $\mathcal{H}_s$ 214
1.1. Пространства $H^p(T^c)$ 214
1.2. Пространства $H^s(C)$ 215
§ 2. Граничные значения в пространствах обобщенных функций и гиперфункций 215

2.1. Пространство $H(C)$ . . . 215
2.2. Граничные значения в смысле гиперфункций . . . 210
2.3. Обобщенные граничные значения в тубоидах . . . 217
§ 3. Граничные значения ограниченных голоморфных функций . . . 218
3.1. Вспомогательные результаты . . . 218
3.2. Теоремы Фату и Линделёфа . . . 220
3.3. Теоремы единственности . . . 221
§ 4. Внутренние функции и голоморфные отображения . . . 222
4.1. Рациональные внутренние функции . . . 222
4.2. Произвольные внутренние функции . . . 223
4.3. Голоморфные отображения . . . 224
§ 5. Интерполяционные множества . . . 225
5.1. Свойства интерполяционных множеств . . . 225
5.2. Интерполяционные многообразия . . . 226
Глава 3. Теорема об “острие клина” и родственные вопросы . . . 227
§ 1. Теорема об “острие клина” Боголюбова . . . 227
1.1. Теорема Боголюбова . . . 227
1.2. Теорема Мартино . . . 228
§ 2. Теорема о “C-выпуклой оболочке” . . . 229
2.1. Теорема о “C-вылуклой оболочке” . . . 229
2.2. Оболочки голоморфности и области Дайсона . . . 230
§ 3. Аналитические представления . . . 232
3.1. Разложение гиперфункций в тубоидах. Обобщения теоремы об “острие клина” . . . 232
3.2. Обобщенные преобразования Фурье и Радона . . . 234
3.3. Факторизация гиперфункций . . . 236
Глава 4. Интегральные представления . . . 236
§ 1. Интегральное представление Коши – Бохнера . . . 237
1.1. Интеграл Коши – Бохнера в трубчатых конусах . . . 237
1.2. Интеграл Коши – Бохнера для некоторых классических областей . . . 239
1.3. Преобразование Гильберта . . . 239
1.4. Оценки интеграла Коши – Бохнера . . . 240
1.5. Представление Шварца . . . 241
§ 2. Интегральное представление Пуассона . . . 242
2.1. Интеграл Пуассона в трубчатых конусах . . . 242
2.2. Интеграл Пуассона для некоторых классических областей . . . 243
2.3. Граничные свойства интеграла Пуассона . . . 243
2.4. Интеграл Пуассона в пространствах N и N. . . . 246
2.5. Плюригармонические функции . . . 248
2.6. Функции, представимые интегралом Пуассона . . . 248
§ 3. Другие интегральные представления . . . 249
3.1. Представление Бергмана . . . 249
3.2. Представления типа Коши – Фантаппье . . . 250
3.3. Представление Йоста – Лемана – Дайсона . . . 253
3.4. Представления для решений $\overline{\partial}$-уравнения . . . 255
§ 4. Функции с неотрицательной мнимой частью . . . 256
4.1. Свойства функций с неотрицательной мнимой частью в трубчатых конусах . . . 256
4.2. Интегральное представление . . . 257
4.3. Тауберовы теоремы . . . 259
4.4. Линейные пассивные системы . . . 264
Литература . . . 261

Год издания 1986

Том 9
КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ – МНОГИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ — 3
Редактор-консультант
доктор физико-математических наук Г.М. Хенкин

УДК 517.555

I. ЦЕЛЫЕ ФУНКЦИИ

Л.И. Ронкин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 5
§ 1. Характеристики роста 7
1.1. Порядки и типы. Класс A 7
1.2. Рост по выделенной переменной. Класс B 9
1.3. Индикаторы роста 10
§ 2. Распределение нулевых точек 11
2.1. Функции $n_f(t)$ и $N_f(t)$ 12
2.2. Функции $n_f(r_1, ldots, r_n)$ и $N_f(r_1, \ldots, r_n)$ 14
2.3. Распределение точек дивизора D_f в выделенном направлении 15
§ 3. Аналоги канонического произведения Вейерштрасса 16
§ 4. Интерполяция 19
4.1. Голоморфное продолжение с алгебраических многообразий 20
4.2. Продолжение с аналитических множеств общего характера 24
§ 5. Целые функции экспоненциального типа 25
5.1. Целые функции экспоненциального типа и функции, ассоциированные с ними по Борелю . . . 26
5.2. Функции экспоненциального типа и преобразования Фурье 27
53. Дискретные вещественные множества единственности 27
5.4. Нормирующие множества и эквивалентные нормы 29
§ 6. Другие классы целых функций и отдельные результаты 30
6.1. Целые функции вполне регулярного роста 30
6.2. Квазиполиномы 32
6.3. Отдельные результаты 33
Литература 34

УДК 515.172.2 + 517.55

II. МНОГОМЕРНАЯ ТЕОРИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ

И.М. Дегтярев

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение. Мотивировки 37
§ 2. Примеры Фату – Бибербаха и Корнальбы – Шиффмана 38
§ 3. Исчерпания 40
§ 4. Кратность голоморфного отображения 42
§ 5. Непроинтегрированная и проинтегрированная Первая основная теорема 45
§ 6. Простейшие следствия из Первой основной теоремы. Теоремы о равнораспределенности 49
§ 7. Вторая основная теорема. Соотношение дефектов 53
§ 8. Еще о функциях $T(r)$ и $N(r, a)$ 61
§ 9. Приложения 64
Литература 69

УДК 515.171.7 + 517.55

III. ИНВАРИАНТНЫЕ МЕТРИКИ

Е.А. Полецкий, Б.В. Шабат

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 73
§ 1. Метрика Каратеодори 74
1.1. Определение и основные свойства 74
1.2. Дальнейшие свойства 77
1.3. Области ограниченной голоморфности и полнота 79
1.4. Пренебрежимость и устранение особенностей 81
1.5 Применения 82
§ 2. Метрика Кобаяси 84
2.1. Определение и основные свойства 84
2.2. Другие свойства 87
2.3. Гиперболические многообразия 90
2.4. Гиперболическая вложенность 93
2.5. Обобщения 95

2.6. Геометрические методы . . . 96
2.7. Автоморфизмы гиперболических многообразий . . . 100
2.8. Вариационные задачи . . . 101
2.9. Инвариантная функция Грина . . . 103
§ 3. Метрика Бергмана . . . 108
3.1. Определение и основные свойства . . . 108
3.2. Вариационные свойства . . . 111
3.3. Другие свойства . . . 112
§ 4. Инвариантные формы объема . . . 114
4.1. Определения и простейшие свойства . . . 114
4.2. Объемная гиперболичность . . . 116
4.3. Применения . . . 117
4.4. Кривизна Риччи . . . 119
Заключительные замечания . . . 120
Литература . . . 122

УДК 512.763 + 515.172.2 + 517.55

IV. ТЕОРЕМЫ КОНЕЧНОСТИ ДЛЯ ГОЛОМОРФНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

Д.Г. Зайденберг, В.Я. Лин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 128
Глава 1. Теоремы об отсутствии голоморфных отображений и теоремы о совпадении . . . 131
§ 1. Лиувиллевские и пикаровские пространства . . . 131
1.1. Лиувиллевские пространства . . . 131
1.2. Пикаровские пространства . . . 137
§ 2. Неравенство Гурвица и его обобщения . . . 141
2.1. Классическое неравенство Гурвица . . . 141
2.2. Обобщения неравенства Гурвица . . . 141
§ 3. Теоремы о совпадении . . . 144
3.1. Теорема Бореля – Нарасимхана . . . 144
3.2. Теоремы о совпадении в размерности 1 . . . 147
3.3. Условия на прообразы дивизоров . . . 151
§ 4. Отдельные результаты об отсутствии отображений . . . 153
4.1. Отображения круговых колец . . . 153
4.2. О жесткости ограниченных областей . . . 155
4.3. Отображения пространств, связанных с полиномами без кратных корней . . . 153
Глава 2. Теоремы конечности . . . 162
§ 1. Непостоянные отображения . . . 162
1.1 Условия типа гиперболичности . . . 162
1.2. Отрицательность по Грауэрту . . . 162
1.3. Отображения ранга $\geq k$ . . . 165
§ 2. Доминантные отображения . . . 166
2.1. Предварительные сведения . . . 166
2.2. Отображения в пространства общего типа . . . 169
2.3. Ограничения на классы Чжэня . . . 173
2.4. Условия типа гиперболичности . . . 175
§ 3. Группы автоморфизмов . . . 176
3.1. Компактные пространства . . . 176
3.2. Некомпактные пространства . . . 179
§ 4. Оценки числа отображений . . . 180
4.1. Отображения квазипроективных многообразий . . . 180
4.2. Функции без двух значений . . . 182
§ 5. Другие теоремы конечности . . . 183
5.1. Конечность числа образов . . . 183
5.2. Семейства, сечения, структуры: отдельные результаты . . . 185
Литература . . . 188
Дополнительная литература . . . 190

УДК 517.55 + 515.172.3

V. ГОЛОМОРФНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ В $\mathbf{C}^n$ И ПРОБЛЕМА ГОЛОМОРФНОЙ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ

С.И. Пинчук

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 195
Глава 1. Задачи голоморфной эквивалентности и граничное поведение отображений . . . 197
§ 1. Основные понятия . . . 197
1.1. Форма Леви . . . 197
1.2. Собственные голоморфные отображения . . . 199
1.3. Алгеброидные отображения . . . 200
§ 2. Обзор некоторых результатов . . . 201
2.1. Голоморфные отображения областей с гладкими границами . . . 201
2.2. Области с некомпактными группами голоморфных автоморфизмов . . . 203
2.3. Отображения “из” . . . 205
Глава 2. Соответствие границ и голоморфная эквивалентность . . . 205
§ 1. Непрерывное продолжение . . . 205
1.1. Метрика Каратеодори . . . 205
1.2. Непрерывное продолжение . . . 207
§ 2. Гладкое и аналитическое продолжение . . . 208
2.1. Теорема Феффермана . . . 208
2.2. Аналитическое продолжение . . . 208
2.3. Применения . . . 211
2.4. Обобщения . . . 211
Глава 3. Аналитическое продолжение и голоморфная эквивалентность . . . 212
§ 1. Локальные преобразования вещественных гиперповерхностей и нормальные формы . . . 213
§ 2. Аналитическое продолжение локальных отображений . . . 218
Литература . . . 220

УДК 515.172 + 514.763.47

VI. ГЕОМЕТРИЯ CR-МНОГООБРАЗИЙ

А,Е. Туманов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 225
§ 1. CR-многообразия . . . 225
§ 2. Проблема эквивалентности CR-многообразий . . . 230
§ 3. Гиперповерхности в C^{n+1} . . . 234
§ 4. Принудительная гладкость и принципы продолжения . . . 241
Литература . . . 245

УДК 517.55 + 514.763.47 + 514.3

VII. СУПЕРСИММЕТРИЯ И КОМПЛЕКСНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

А.А. Рослый, О.М. Худавердян, А.С. Шварц

СОДЕРЖАНИЕ

§ 0. Введение . . . 247
§ 1. Равноправие полевых и пространственных переменных . . . 251
§ 2. Суперпространство . . . 256
§ 3. Суперсимметрия . . . 262
§ 4. Супергравитация . . . 264
§ 5. Приведение поверхностей к нормальному виду . . . 268
§ 6. Супергравитация и C-структуры . . . 271
§ 7. Суперкалибровочные поля . . . 273
§ 8. Геометрия суперсветовых геодезических . . . 279
Литература . . . 283

Год издания 1986

Том 10
КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ – МНОГИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ — 4
Редакторы-консультанты:
кандидат физико-математических наук С.Г. Гиндикин,
доктор физико-математических наук Г.М. Хенкин

УДК 515.17

I. МЕТОДЫ ТЕОРИИ ПУЧКОВ И ПРОСТРАНСТВА ШТЕЙНА

А.Л. Онищик

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 6
§ 1. Пучки . . . 6
1.1. Определение пучка . . . 6
1.2. Пучки ростков функций. Предпучки . . . 8
1.3. Простейшие понятия, связанные с пучками групп, алгебр и модулей . . . 10
1.4. Подъем сечений . . . 12
1.5. Продолжение сечений . . . 16
1.6. Прямые и обратные образы . . . 17
§ 2. Комплексные пространства . . . 18
2.1. Аналитические локальные алгебры . . . 19
2.2. Аналитические множества . . . 20
2.3. Окольцованные пространства . . . 22
2.4. Когерентные пучки модулей . . . 25
2.5. Аналитические пространства . . . 27
2.6. Нормальные пространства . . . 31
2.7. Конструкции комплексных пространств . . . 32
2.8. Голоморфные расслоения . . . 34
2.9. Мероморфные функции и дивизоры . . . 36
§ 3. Когомологии со значениями в пучке . . . 38
3.1. Препятствие к подъему сечения . . . 38
3.2. Симплициальные схемы и когомологии Чеха . . . 39
3.3. Основные свойства когомологий . . . 42
3.4. Вычисление когомологий при помощи резольвенты . . . 44
3.5. Комплексы дифференциальных форм . . . 45
3.6. Теоремы Кузена . . . 48
3.7. Когомологии со значениями в пучке неабелевых групп . . . 51
§ 4. Пространства Штейна . . . 53
4.1. Определение и примеры пространств Штейна . . . 54
4.2. Теоремы Картана . . . 56
4.3. Дальнейшие примеры и конструкции пространств Штейна . . . 60
4.4. Проблемы Кузена и Пуанкаре . . . 62
4.5. Топологические свойства . . . 63
4.6. Вложения в аффинное пространство . . . 64
4.7. Голоморфные расслоения со штейновыми базой и слоем . . . 64
4.8. Штейновы алгебры . . . 66
4.9. Голоморфно выпуклые пространства . . . 68
Литература . . . 69

УДК 515.176.3 + 515.171.3

II. ГОЛОМОРФНЫЕ ВЕКТОРНЫЕ РАССЛОЕНИЯ И ПРИНЦИП ОКА – ГРАУЭРТА

Ю. Лайтерер

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 75
§ 1. Предварительные сведения . . . 76
§ 2. Теорема о неявной функции и жесткость голоморфных векторных расслоений . . . 79
§ 3. Теорема Грауэрта . . . 85
§ 4. Доказательство теоремы Грауэрта. I. Фундаментальная проблема . . . 88
§ 5. Доказательство теоремы Грауэрта. II. Основная теорема . . . 89
§ 6. Доказательство теоремы Грауэрта. III. Вывод теоремы Грауэрта из основной теоремы . . . 93
§ 7. Теорема Грауэрта для пар Ока (по Форстеру и Рамшпотту) . . . 96
§ 8. Приложения . . . 97
§ 9. Бесконечномерные обобщения теоремы Грауэрта . . . 100
§ 10. Теорема Грауэрта для $\mathcal{A}$-расслоений . . . 103
§ 11. Характеризация штейновых областей в терминах принципа Ока . . . 104
§ 12. Голоморфные векторные расслоения над сферой Римана . . . 105
§ 13. D-равномерные расслоения над областями в $\mathbf{P}^n$ и их преобразование Пенроуза . . . 110
Литература . . . 119

УДК 515.179.2

III. ДЕФОРМАЦИИ КОМПЛЕКСНЫХ ПРОСТРАНСТВ

В.П. Паламодов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 124
Глава 1. Основные определения . . . 132
§ 1. Комплексные пространства . . . 132
§ 2. Ростки комплексных пространств . . . 136
§ 3. Плоские отображения . . . 139
§ 4. Деформации . . . 140
Глава 2. Общая теория деформаций . . . 142
§ 1. Резольвента и касательная когомология аналитической алгебры . . . 142
§ 2. Резольвента комплексного пространства . . . 146
§ 3. Касательный комплекс и когомология . . . 148
§ 4. Отображение Кодаиры – Спенсера и дифференциал деформации . . . 151
§ 5. Препятствия к продолжению деформаций . . . 153
§ 6. Версальные деформации . . . 155
§ 7. Модулярные деформации и вариация касательной когомологии . . . 156
Глава 3. Некоторые примеры и специальные вопросы . . . 159
§ 1. Версальные деформации ростков . . . 159
§ 2. Деформации компактных римановых поверхностей . . . 161
§ 3. Жесткие ростки и пространства . . . 163
§ 4. Деформации проективных полных пересечений . . . 164
§ 5. Деформации многообразий Хопфа . . . 169
§ 6. Особые ростки Клейна и разрешение их деформаций . . . 174
§ 7. Примеры препятствий . . . 176
Глава 4. Деформации других объектов аналитической геометрии . . . 179
§ 1. Функториальный язык . . . 179
§ 2. Деформация векторных расслоений и когерентных пучков . . . 181
§ 3. Деформации относительных пространств . . . 184
§ 4. Стабильные подмногообразия . . . 186
§ 5. Деформации голоморфных отображений . . . 187
§ 6. Устойчивость ростков гладких отображений . . . 190
§ 7. Деформации голоморфных слоений . . . 191
§ 8. Деформации CR-многообразий . . . 193
Глава 5. Геометрия деформаций и периоды дифференциальных форм . . . 196
§ 1. Структура базы деформации . . . 196
§ 2. Классификация ростков . . . 197
§ 3. Расслоение Милнора . . . 199
§ 4. Уравнения Пикара – Фукса в расслоении . . . 201
§ 5. Деформации особых точек вещественных гиперповерхностей . . . 204
§ 6. Периоды дифференциальных форм и теоремы Торелли . . . 207
§ 7. Вариации структур Ходжа . . . 210
§ 8. Смешанные структуры Ходжа и характеристические числа . . . 214
Литература . . . 216

УДК 515.177.5

IV. ОДНОРОДНЫЕ КОМПЛЕКСНЫЕ МНОГООБРАЗИЯ

Д.Н. Ахиезер

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 223
§ 1. Эрмитовы симметрические пространства 226
§ 2. Флаговые многообразия 235
§ 3. Однородные векторные расслоения 239
§ 4. Компактные однородные комплексные многообразия 245
§ 5. Голоморфные функции на однородных комплексных многообразиях 249
§ 6. Мероморфные функции на однородных комплексных многообразиях 254
§ 7. Почти однородные комплексные пространства 257
§ 8. Области Зигеля 263
§ 9. Однородные кэлеровы многообразия 269
Литература 271

Год издания 1986

Том 11
АЛГЕБРА — 1
Редакторы-консультанты:
член-корреспондент АН СССР А.И. Кострикин,
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 512

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ

И.Р. Шафаревич

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 7
§ 1. Что такое алгебра? 9
Идея координатизации. Примеры: словарь квантовой механики и координатизация конечных моделей аксиом сочетания и параллельности
S 2. Поля 15
Аксиомы поля. Изоморфизм. Поле рациональных функций от независимых переменных, поле рациональных функций на плоской алгебраической кривой, поле рядов Лорана и формальных рядов Лорана.
§ 3. Коммутативные кольца 21
Аксиомы кольца. Делители нуля и целостные кольца. Поле частных. Кольцо многочленов. Кольцо полиномиальных функций на плоской алгебраической кривой. Кольцо степенных рядов и формальных степенных рядов. Булевы кольца. Прямые суммы колец. Кольцо непрерывных функций. Разложение на множители. Факториальные кольца. Примеры факториальных колец.
§ 4. Гомоморфизмы и идеалы 29
Гомоморфизмы, идеалы, факторкольца. Теорема о гомоморфизмах. Гомоморфизмы ограничения в кольцах функций. Кольца главных идеалов. Связь с факториальностью. Умножение идеалов. Характеристика поля. Расширение, в котором заданный многочлен имеет корень. Алгебраически замкнутые поля. Конечные поля. Представление элементов общих колец как функций на максимальных и простых идеалах. Целые числа как функции. Ультрапроизведения и нестандартный анализ. Коммутирующие дифференциальные операторы.
§ 5. Модули 40
Прямые суммы и свободные модули. Тензорные произведения. Тензорная, симметрическая и внешняя степень модуля, двойственный модуль. Эквивалентность идеалов и изоморфизм модулей. Модули дифференциальных форм и векторных полей. Семейства векторных пространств и модули.
§ 6. Алгебраический аспект размерности 49
Ранг модуля. Модули конечного типа. Модули конечного типа над кольцом главных идеалов. Нётеровы модули и кольца. Нётеровы кольца и кольца конечного типа. Случай градуированных колец. Степень трансцендентности расширения. Конечные расширения.

§ 7. Алгебраический аспект инфинитезимальных понятий 60

Функции с точностью до бесконечно малых второго порядка и касательное пространство к многообразию. Особые точки. Векторные поля и дифференциальные операторы первого порядка. Бесконечно малые высших порядков. Струи и дифференциальные операторы. Пополнения колец, p-адические числа. Нормированные поля. Нормы поля рациональных чисел и рациональных функций. Поля p-адических чисел в теории чисел.

§ 8. Некоммутативные кольца 72

Основные определения. Алгебры над кольцами. Кольцо эндоморфизмов модуля. Групповая алгебра. Кватернионы и тела. Твисторное расслоение. Эндоморфизмы n-мерного пространства над телом. Тензорная алгебра и кольцо некоммутативных многочленов. Внешняя алгебра. Супералгебры. Алгебра Клиффорда. Простые кольца и алгебры. Левые и правые идеалы кольца эндоморфизмов векторного пространства над телом.

§ 9. Модули над некоммутативными кольцами 86

Модули и представления. Представления алгебр на матричном языке. Простые модули, композиционные ряды, теорема Жордана – Гёльдера. Длина модуля и кольца. Эндоморфизмы модулей. Лемма Шура.

§ 10. Полупростые модули и кольца 92

Полупростота. Полупростота групповой алгебры. Модули, над полупростым кольцом. Полупростые кольца конечной длины: теорема Веддербёрна. Простые кольца конечной длины и основная теорема проективной геометрии. Факторы и непрерывные геометрии. Полупростые алгебры конечного ранга над алгебраически замкнутым полем. Применения к представлениям конечных групп.

§ 11. Тела конечного ранга 104

Тела конечного ранга над полем вещественных чисел и конечными полями. Теорема Тзена и квазиалгебраически замкнутые поля. Центральные тела конечного ранга над полем p-адических и полем рациональных чисел.

§ 12. Понятие группы 110

Группы преобразований. Симметрии. Автоморфизмы. Симметрии динамических систем и законы сохранения. Симметрии физических законов. Группы, регулярное действие. Подгруппы, нормальные делители, факторгруппы. Порядок элемента. Группа классов идеалов. Группа расширений модуля. Группа Брауэра, Прямое произведение двух групп.

§ 13. Примеры групп: конечные группы 124

Симметрические и знакопеременные группы. Группы симметрий правильных многоугольников и правильных многогранников. Группы симметрий решеток. Кристаллографические классы. Конечные группы, порожденные отражениями.

§ 14. Примеры групп: бесконечные дискретные группы 141

Дискретные группы преобразований. Кристаллографические группы. Дискретные группы движений плоскости Лобачевского. Модулярная группа. Свободные группы. Задание групп соотношениями. Логические проблемы. Фундаментальная группа. Группа узла. Группа кос.

§ 15. Примеры групп: группы Ли и алгебраические группы 158

Группы Ли. Торы. Их роль в теореме Лиувилля. Классические компактные группы и некоторые связи между ними. Классические комплексные группы Ли. Некоторые другие группы Ли. Группа Лоренца. Алгебраические группы. Группы аделей.

§ 16. Общие результаты теории групп 171

Прямые произведения. Теорема Веддербёрна – Ремака – Шмидта. Композиционные ряды. Теорема Жордана – Гёльдера. Простые группы. Разрешимые группы. Простые компактные группы Ли. Простые комплексные группы Ли. Простые конечные группы.

§ 17. Представления групп 180

Представления конечных групп. Соотношения ортогональности. Представления компактных групп. Интеграл по группе. Теория Гельмгольца – Ли. Характеры коммутативных компактных групп и ряды Фурье. Тензоры Вейля и Риччи в четырехмерной римановой геометрии. Представления групп $SU(2)$ и $SO(3)$. Эффект Зеемана. Представления некомпактных групп Ли. Полная приводимость представлений конечномерных классических комплексных групп Ли.

§ 18. Некоторые приложения групп 199

Теория Галуа. Разрешимость уравнений в радикалах. Теория Галуа дифференциальных уравнений. Классификация неразветвленных накрытий и фундаментальная группа. Первая основная теорема теории инвариантов. Представления групп и классификация элементарных частиц.

§ 19. Алгебры Ли и неассоциативная алгебра 212

Скобка Пуассона как пример алгебры Ли. Кольца и алгебры Ли. Теория Ли. Группы Ли и движения твердого тела. Числа Кэли. Квазикомплексная структура на шестимерных подмногообразиях восьмимерного пространства. Неассоциативные вещественные тела.

§ 20. Категории 226

Диаграммы и категории. Функторы. Функторы, возникающие в топологии: пространства петель, надстройки. Группы в категории. Гомотопические группы.

§ 21. Гомологическая алгебра 239

Комплексы и их гомологии. Гомологии и когомологии полиэдров. Теорема о неподвижной точке. Дифференциальные формы и когомологии де Рама. Теорема де Рама. Точная последовательность когомологий. Когомологии модулей. Когомологии групп. Топологический смысл когомологий дискретных групп. Пучки. Когомологии пучков. Теоремы конечности. Теорема Римана – Роха.

§ 22. K-теория 259

Топологическая K-теория Векторные расслоения и функтор $\mathrm{Vec}\,(X)$. Теорема периодичности и функторы $K_n(X)$. Группа $K_i(X)$ и бесконечномерная линейная группа. Символ эллиптического дифференциального оператора. Теорема об индексе. Алгебраическая K-теория. Группа классов проективных модулей. Группы K_0, K_1 и K_n кольца. Группа K поля и ее связь с группой Брауэра, K-теория и арифметика.

Комментарий к литературе 269

Литература 274

Именной указатель 280
Предметный указатель 282

Год издания 1986

Том 12
ТОПОЛОГИЯ — I
Редакторы-консультанты:
академик С.П. Новиков,
кандидат физико-математических наук Д.Б. Фукс

УДК 515.14

ТОПОЛОГИЯ

С.П. Новиков

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Простейшие топологические свойства 8
Глава 2. Топологические пространства. Расслоения. Гомотопии 17
§ 1. Замечания из общей топологии. Терминология 17
§ 2. Гомотопии. Гомотопический тип 20
§ 3. Накрывающая гомотопия. Расслоения 22
§ 4. Гомотопические группы и расслоения. Точные последовательности. Примеры 25
Глава 3. Симплициальные и клеточные комплексы. Гомологии и когомологии. Связь с теорией гомотопий. Препятствия 40
§ 1. Симплициальные комплексы 40
§ 2. Гомологии и когомологии. Двойственность Пуанкаре 46
§ 3. Относительные гомологии. Точная последовательность пары. Аксиомы теории гомологий. Клеточные комплексы 54
§ 4. Симллициальные комплексы и другие виды гомологий. Сингулярные гомологии. Покрытия н пучки. Точная последовательность пучков и гомологий 61
§ 5. Гомологии неодносвязных комплексов. Комплексы модулей. Кручение Рейдемейстера. Простой гомотопический тип 65
§ 6. Симплканальные и клеточные расслоения со структурной группой. Препятствия. Универсальные объекты — универсальные расслоения и универсальное свойство комплексов Эйленберга – Маклейна. Когомологические операции. Алгебра Стинрода. Спектральная последовательность Адамса 73
§ 7. Классический аппарат теории гомотопий. Спектральная последовательность Лере. Гомологии расслоений. Метод Картана – Серра. Башня Постникова. Стабильные резольвенты Адамса 93
§ 8. Определение и свойства K-теорий. Спектральная последовательность Атьи – Хирцебруха. Операции Адамса. Аналоги изоморфизма Тома и теоремы Римана – Роха. Эллиптические операторы н K-теория. Группы преобразований. Четырехмерные многообразия 101
§ 9. Бордизмы и кобордизмы как обобщенные гомологии и когомологии. Аналоги когомологических операций. Спектральная последовательность Адамса – Новикова. Формальные группы. Гладкие преобразования конечного порядка 111
Глава 4. Гладкие многообразия 125
§ 1. Основные понятия. Гладкие расслоения. Связности. Характеристические классы 125
§ 2. Гомологии гладких многообразий. Комплексные многообразия. Классическое вариационное исчисление в целом, H-пространства. Многозначные функции и функционалы 146
§ 3. Гладкие многообразия и теория гомотопий. Оснащенные многообразия. Бордизмы. Пространства Тома. Формулы Хирцебруха. Оценки порядка гомотопических групп сфер. Пример Милнора. Целочисленные свойства кобордизмов 179
§ 4. Классификационные проблемы теории гладких многообразий. Теория иммерсий. Многообразия гомотопического типа сферы. Взаимоотношения между гладкими и PL-многообразиями. Классы Понтрягина (целочисленные) 198
§ 5. Фундаментальная группа в аппарате топологии. Многообразия малых размерностей $n = 2, 3$. Узлы. Границы открытых многообразий. Топологическая инвариантность рациональных классов Понтрягина. Классификационная теория неодносвязных многообразий размерности ≥ 5. Высшие сигнатуры. Эрмитова K-теория. Геометрическая топология, конструкции непрерывных гомеоморфизмов. Пример Милнора. Гипотеза кольца. Топологические и PL-структуры 212
Заключительные замечания 238
Литература 239

УДК 515.16

КЛАССИЧЕСКИЕ МНОГООБРАЗИЯ

Д.Б. Фукс

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Сферы . . . 255
§ 1. Гомотопические группы . . . 255
1.1. Общие факты . . . 255
1.2. Табличная информация . . . 259
1.3. Группы $\pi_{n+1}(S^n)$ . . . 260
1.4. Группы $\pi_{n+2}(S^n)$ . . . 262
1.5. J-гомоморфизм Уайтхеда . . . 263
§ 2. Дифференциальные структуры . . . 264
2.1. Общая теория . . . 264
2.2. Конкретные конструкции экзотических сфер . . . 265
§ 3. Дополнения . . . 266
3.1. Структуры . . . 266
3.2. Векторные поля и поля плоскостей . . . 267
3.3. Слоения . . . 267
Глава 2. Группы Ли и многообразия Штифеля . . . 268
§ 1. Группы Ли: геометрическая информация . . . 268
1.1. Общие факты . . . 268
1.2. Некоторые группы Ли малых размерностей . . . 269
1.3. Гомотопические группы . . . 270
§ 2. Группы Ли: гомологическая информация . . . 272
2.1. Вещественные когомологии . . . 272
2.2. Когомологии по модулю “хороших простых чисел”. Целочисленные когомологии групп $U(n)$ и $Sp(n)$ 273
2.3. Когомологии ортогональных и спинорных групп по модулю 2 . . . 273
2.4. Когомологии исключительных групп . . . 274
2.5. K-функтор . . . 274
§ 3. Многообразия Штифеля . . . 275
3.1. Определения; геометрическая и гомотопическая информация . . . 275
3.2. Кольца когомологий . . . 276
Глава 3. Многообразия и пространства Грассмана . . . 277
§ 1. Геометрическая информация . . . 277
1.1. Определения . . . 277
1.2. Общие факты . . . 278
1.3. Реализация многообразий $G(m,n)$, $\mathbb{C}G(m,n)$, $G_+(m,n)$ в евклидовых и проективных пространствах . 280
§ 2. Гомологическая информация . . . 281
2.1. Клеточное разбиение . . . 281
2.2. Гомологии и когомологии: клеточные вычисления . . . 284
2.3. Кольца когомологии . . . 287
2.4. K-функтор . . . 291
Глава 4. Другие важные однородные пространства . . . 292
§ 1. Многообразия флагов . . . 292
1.1. Общие сведения . . . 292
1.2. Клеточное разбиение . . . 293
1.3. Гомологии и когомологии . . . 294
1.4. Случай многообразия полных флагов . . . 295
1.5. Обобщения . . . 295
§ 2. Многообразия $U(n)/SO(n)$ и $U(n)/O(n)$ . . . 296
2.1. Общие сведения . . . 296
2.2. Клеточные разбиения . . . 297
2.3. Клеточные вычисления гомологий . . . 298
2.4. Кольца когомологий . . . 299
§ 3. Многообразия $SO(2n)/U(n)$ и $U(2n)/Sp(n)$ . . . 301
Глава 5. Некоторые многообразия малых размерностей . . . 302
§ 1. Замкнутые поверхности . . . 302
1.1. Стандартные поверхности . . . 302
1.2. Гомотопические свойства . . . 303
1.3. Автоморфизмы . . . 304
1.4. Комплексные структуры . . . 305
§ 2. Некоторые трехмерные многообразия . . . 306
2.1. Линзы . . . 306
2.2. Сфера Пуанкаре . . . 308
§ 3. Некоторые четырехмерные многообразия . . . 309

Литература 312

Год издания 1986

Том 13
АНАЛИЗ — 1

УДК 517.15 + 517.44 + 517.518 + 517.52 + 517.53 + 517.54 + 517.58

I. РЯДЫ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ
М.А. Евграфов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 5
Глава 1. Развитие представлений о сходимости 7
§ 1. Числовые ряды 7
§ 2. Несобственные интегралы 10
§ 3. Регулярные методы суммирования 14
§ 4. Функциональные ряды 19
§ 5. Сходимость в функциональных пространствах 24
§ 6. Регуляризация интегралов 27
§ 7. Формальные ряды и асимптотические ряды 32
Глава 2. Техника действий с рядами и интегралами 37
§ 1. Ломаная Ньютона 37
§ 2. Отыскание коэффициентов степенных рядов 41
§ 3. Ряды простейших дробей 45
§ 4. Гамма-функция и формула Эйлера – Маклорена 50
§ 5. Дзета-функция и ряды Дирихле 54
§ 6. Преобразование Меллина 57
§ 7. Интегральные представления для сумм степенных рядов 63
§ 8. Метод Лапласа 69
§ 9. Другой вариант метода Лапласа 76
§ 10. Гипергеометрическая функция 80
§ 11. Теоремы об особых точках степенных рядов 86
Литература 90

УДК 517.15 + 517.538.64 + 517.54 + 517.58 + 517.92 + 517.95 + 517.968

II. АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В АНАЛИЗЕ
М.В. Федорюк

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 94
Глава 1. Интегралы и ряды 95
§ 1. Введение 95
1.1. Простейшие примеры 95
1.2. Интегрирование по частям 101
1.3. Стационарные точки 105
1.4. Пример нелокальной асимптотики 105
§ 2. Метод Лапласа 107
2.1. Принцип локализации 107
2.2. Асимптотика вкладов (одномерный случай) 109
2.3. Многомерный метод Лапласа 113
2.4. Логарифмическая асимптотика интегралов Лапласа 117
§ 3. Метод стационарной фазы 117
3.1. Принцип локализации 117
3.2. Одномерный случай 119
3.3. Многомерный случай 121

3.4. Преобразование Фурье и преобразование Лежандра . . . 123
§ 4. Метод перевала . . . 125
4.1. Эвристические соображения . . . 125
4.2. Локальная структура линий уровня гармонических функций . . . 126
4.3. Асимптотические формулы . . . 128
4.4. Примеры применения метода перевала . . . 129
4.5. Многомерный метод перевала . . . 137
§ 5. Дополнения. Суммы и ряды . . . 142
5.1. Слияние особенностей . . . 142
5.2. Интегралы со слабой особенностью . . . 148
5.3. Суммы и ряды . . . 150
Глава 2. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения . . . 154
§ 1. Постановка задачи. Регулярная зависимость от параметра . . . 154
1.1. Постановка задачи . . . 154
1.2. Регулярная зависимость от параметра . . . 155
1.3. Сингулярная зависимость от параметра . . . 156
§ 2. Уравнение второго порядка без точек поворота . . . 157
2.1. Формальные асимптотические решения . . . 157
2.2. Асимптотическая диагонализация систем . . . 160
2.3. ВКБ-оценки . . . 163
2.4. Асимптотика решений уравнения (2.8) . . . 165
2.5. Высшие приближения. Дополнительные параметры . . . 169
§ 3. Уравнения n-го порядка и системы без точек поворота . . . 171
3.1. Системы уравнений на конечном интервале . . . 171
3.2. Уравнения n-го порядка на конечном интервале . . . 173
3.3. Большие значения аргумента . . . 175
§ 4. Уравнения в комплексной области . . . 177
4.1. ВКБ-асимптотики . . . 177
4.2. Линии Стокса и области, ими ограниченные . . . 179
4.3. Граничные условия для решений в области применимости ВКБ-асимптотики . . . 182
4.4. Глобальная асимптотика решений уравнения (2.54) . . . 185
4.5. Уравнения n-го порядка и системы . . . 193
§ 5. Точки поворота . . . 195
5.1. Проблема формул связи . . . 195
5.2. Точки поворота уравнений второго порядка . . . 195
5.3. Точки поворота уравнений n-го порядка и систем . . . 202
5.4. Формулы связи для второго уравнения Пенлеве . . . 207
Литература . . . 208

УДК 517.44 + 517.95 + 517.968

III. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

М.В. Федорюк

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение . . . 211
§ 2. Преобразование Фурье . . . 215
2.1. Формулы обращения и коммутации . . . 215
2.2. Пространства $\mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$ и $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ . . . 219
2.3. Преобразование Фурье и обобщенные функции . . . 221
2.4. Задача Коши для уравнений с частными производными . . . 223
2.5. Фундаментальные решения уравнений с частными производными . . . 226
2.6. Интегральные уравнения . . . 232
2.7. Преобразование Радона . . . 234
§ 3. Преобразования Лапласа и Меллина . . . 235
3.1. Преобразование Лапласа . . . 235
3.2. Преобразование Лапласа и эволюционные уравнения . . . 240
3.3. Преобразование Меллина . . . 243
§ 4. Преобразование Бесселя . . . 245
4.1. Преобразование Ханкеля . . . 245
4.2. Другие преобразования, связанные с функциями Бесселя . . . 249
§ 5. Другие интегральные преобразования . . . 250
Литература . . . 252

Год издания 1986

Том 14
АНАЛИЗ — 2

УДК 514.172 + 517.518.244 + 517.972.8 + 517.977.5 + 517.982.254 + 519.85

I. ВЫПУКЛЫЙ АНАЛИЗ

В.М. Тихомиров

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 6
Глава 0. Введение
0.1. Что изучает выпуклый анализ? . . . 7
0.2. Двойственность и основные операторы выпуклого анализа . . . 8
0.3. Конечномерная выпуклая геометрия . . . 15
0.4. Выпуклое исчисление . . . 20
0.5. Краткий исторический очерк . . . 24
Список обозначений . . . 27
Глава 1. Основные понятия выпуклого анализа . . . 29
§ 1. Выпуклые множества и функции . . . 29
1.1. Подпространства, выпуклые конусы, аффинные многообразия, выпуклые множества . . . 29
1.2. Линейные, выпуклые конические, аффинные и выпуклые оболочки . . . 31
1.3. Выпуклые функции . . . 33
I 4. Операции над выпуклыми объектами . . . 34
§ 2. Двойственность линейных пространств. Двойственные операторы выпуклого анализа . . . 36
2.1. Определение двойственности . . . 36
2.2. Элементарные двойственные соотношения . . . 38
2.3. Основные операторы выпуклого анализа . . . 39
2.4. Примеры . . . 40
§ 3. Топологические свойства выпуклых множеств и функций . . . 43
3.1. Топологии двойственности . . . 43
3.2. Топологические свойства выпуклых множеств . . . 44
3.3. Топологические свойства выпуклых функций . . . 45
3.4. Топологические свойства конечномерных выпуклых объектов . . . 46
§ 4. Базисные теоремы . . . 46
4.1. Теоремы Хана – Банаха и отделимость . . . 46
4.2. Теорема Крейна – Мильмана . . . 48
4.3. Теорема Банаха – Алаоглу – Бурбаки . . . 48
4.4. Дополнения . . . 48
Глава 2. Выпуклое исчисление . . . 49
§ 1. Теоремы инволютивности . . . 49
1.1. Формулировки теорем . . . 49
1.2. Доказательство теоремы Фенхеля – Моро . . . 50
1.3. Некоторые соотношения между основными операторами . . . 51
1.4. Доказательство теорем 1 и 2 . . . 52
§ 2. Преобразование Лежандра – Юнга – Фенхеля . . . 53
2.1. Формулировки теорем . . . 53
2.2. Доказательства . . . 54
2.3. Некоторые свойства преобразования Лежандра – Юнга – Фенхеля . . . 55
2.4. Сопряженная функция от конволюционного интеграла . . . 55
§ 3. Исчисление выпуклых множеств и сублинейных функции . . . 56
3.1. Таблица основных формул . . . 56
3.2 Доказательства . . . 57
3.3. Некоторые свойства опорных функций . . . 58
§ 4 Субдифференциальное исчисление . . . 58
4.1. Простейшие свойства субдифференциалов . . . 58
4.2. Основные формулы субдифференциального исчисления . . . 61
4.3. Теорема об очистке . . . 61
§ 5. Выпуклый анализ в пространствах измеримых вектор-функций . . . 61
5.1. Введение . . . 61
5.2. Субдифференциалы выпуклых интегральных функционалов и их приложения . . . 62
5.3. Вычисление сопряженного функционала I_f^* . . . 62
Глава 3. Некоторые приложения выпуклого анализа . . . 63
§ 1. Линейное и выпуклое программирование . . . 64
1.1. Постановки задач . . . 64

1.2. Метод двойственности в выпуклом программировании . . . 65
1.3. Основные теоремы линейного программирования . . . 66
1.4. Выпуклое программирование . . . 67
§ 2. Выпуклость в геометрии . . . 67
2.1. Экстремальные геометрические неравенства . . . 68
2.2. Выпуклая геометрия и теория приближений . . . 69
§ 3. Выпуклый анализ и вариационные задачи . . . 73
3.1. Теорема А.А. Ляпунова и ее обобщения . . . 73
3.2. Существование решений и расширения . . . 74
3.3. Двойственность вариационных задач . . . 76
3.4. Двойственность в многомерных задачах . . . 79
3.5. Дополнения . . . 81
Глава 4. Расширения сферы выпуклого анализа и обобщения выпуклости . . . 84
§ 1. Негладкий анализ . . . 84
1.1. Введение . . . 84
1.2. Выпуклость и дифференцируемость . . . 85
1.3. Начала негладкого анализа. Подход Кларка . . . 86
1.4. Другие подходы . . . 88
§ 2. Выпуклость и порядок . . . 90
2.1. Основные определения . . . 90
2.2. Теоремы о продолжении и их следствия . . . 91
2.3. Субдифференциальное исчисление выпуклых операторов . . . 91
2.4. Метод общего положения . . . 92
2.5. Преобразование Лежандра – Юнга – Фенхеля . . . 92
§ 3. Теория Шоке и обобщения понятия выпуклости . . . 93
3.1. Введение . . . 93
3.2. Теоремы существования и единственности . . . 93
3.3. Другие обобщения выпуклости . . . 94
3.4. Супремальные генераторы . . . 95
Аннотированная литература . . . 96
Литература . . . 97

УДК 517.513.8 + 517.962.256

II. ТЕОРИЯ ПРИБЛИЖЕНИЙ

В.М. Тихомиров

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 105
1. Что такое теория приближений? . . . 105
2. Основные этапы теории приближений . . . 107
3. Обозначения . . . 109
Глава 1. Классическая теория приближений . . . 114
§ 1. О предыстории . . . 115
1.1. Вычисление числа π . . . 115
1.2. Аппроксимация функций . . . 116
1.3. Квадратуры . . . 116
1.4. Интерполяция . . . 116
1.5. Аппроксимация функционалов и операторов . . . 116
§ 2. Ортогональные полиномы и полиномы, наименее уклоняющиеся от нуля . . . 117
2.1. Введение . . . 117
2.2. Полиномы Лежандра и ортогональные полиномы . . . 119
2.3. Полиномы Чебышева I рода . . . 122
2.4. Полиномы Чебышева II рода . . . 124
2.5. Гауссовы квадратуры . . . 125
§ 3. Круг идей П.Л. Чебышева . . . 126
3.1. Введение . . . 126
3.2. Существование, единственность и альтернанс в случае полиномиальных приближений . . . 127
3.3. Точные решения . . . 128
3.4. Экстремальные свойства полиномов . . . 130
3.5. Дополнения . . . 131
§ 4. Теорема Вейерштрасса и ее обобщения . . . 132
4.1. Введение . . . 132
4.2. Доказательства теоремы Вейерштрасса . . . 133
4.3. Развитие и обобщение теоремы Вейерштрасса . . . 135
4.4. Теорема Стоуна – Вейерштрасса . . . 136

4.5. Дополнения . . . 137
§ 5. Конструктивная теория функций . . . 138
5.1. Введение . . . 138
5.2. Прямые теоремы. Приближение функций . . . 140
5.3. Обратные теоремы . . . 142
5.4. Постановка задачи о сравнении различных методов приближения. Приближения на классах . . . 145
5.5. О дальнейшем развитии конструктивной теории функций . . . 149
Глава 2. Классические средства приближения . . . 153
§ 1. Средства приближения . . . 153
1.1. Алгебраические полиномы . . . 153
1.2. Рациональные функции . . . 155
1.3. Тригонометрические полиномы и некоторые полиномиальные операторы . . . 156
1.4. Сплайны . . . 159
1.5. Интерполирование . . . 161
§ 2. Пространства гладких функций . . . 162
2.1. Гладкость и классы гладких функций . . . 162
2.2. Другие подходы к гладкости. Постановка задач о приближений гладких функций . . . 165
2.3. Основные теоремы гармонического анализа в $\mathbb{T}^n$ и $\mathbb{R}^n$ и теоремы о представлении . . . 166
2.4. Теоремы вложения для пересечения пространств . . . 168
§ 3. Гармонический анализ и приближения классов гладких функций . . . 170
3.1. Введение . . . 170
3.2. Наилучшие приближения периодических функций . . . 171
3.3. Наилучшие приближения функций на $\mathbb{R}^n$ . . . 173
3.4. Неравенства Бернштейна – Никольского для классов Соболева . . . 175
3.5. Дополнения . . . 176
§ 4. Линейные методы суммирования рядов Фурье . . . 176
4.1. Введение . . . 176
4.2. Условия сходимости . . . 177
4.3. Асимптотические результаты . . . 178
4.4. Точные асимптотики констант Колмогорова – Никольского для сумм Фурье . . . 179
4.5. Дополнения . . . 181
§ 5. Приближении рациональными функциями . . . 182
5.1. Скорость рациональной аппроксимации и структурные свойства функций . . . 183
5.2. Сравнение рациональных и полиномиальных приближений . . . 185
5.3. Рациональные приближения и особенности функций . . . 186
5.4. Рациональные приближения аналитических функций . . . 186
5.5. Дополнения . . . 187
§ 6. Сплайны в теории приближений . . . 188
6.1. О некоторых общих свойствах сплайнов . . . 188
6.2. Экстремальные свойства сплайнов . . . 190
6.3. Точные решения в задачах приближения классов гладких функций сплайнами . . . 193
§ 7. Дополнения . . . 195
7.1. Приближения линейными положительными операторами . . . 195
7.2. Приближение полиномами в комплексной области . . . 196
7.3. Приближение функций многих переменных . . . 199
7.4 О полиномиальной интерполяции и квадратурах . . . 200
7.5. Дополнения . . . 202
Глава 3. Наилучшие методы приближения и восстановления функций . . . 204
§ 1. Предварительные сведения . . . 204
1.1. Определения . . . 204
1.2. Исторические сведения и комментарии . . . 205
1.3. Соотношения между поперечниками . . . 206
1.4. Некоторые вычисления и оценки поперечников конечномерных множеств . . . 207
§ 2. Поперечники и энтропия классов гладких функций . . . 210
2.1. Поперечники соболевских классов функций одного переменного . . . 210
2.2. Тригонометрические поперечники . . . 212
2.3. Поперечники пересечения классов Соболева и Никольского в многомерном случае . . . 213
2.4. Некоторые обсуждения . . . 215
§ 3. Поперечники классов аналитических функций . . . 215
3.1. ε-энтропия пары $(BA^G, C(T))$ . . . 216
3.2. Рациональные аппроксимации классов BA^G в пространстве $C(T)$ . . . 218
3.3. Построение специальных базисов пары $(BA^G, C(T))$ . . . 219
3.4. Другие классы функций . . . 219
§ 4. Точные решения задач аппроксимации . . . 221
4.1. Наилучшие константы Бернштейна для тригонометрических полиномов и поперечники по Бернштейну 221
4.2. Наилучшие линейные методы суммирования рядов Фурье и линейные поперечники . . . 222
4.3. Наилучшие константы Фавара для тригонометрических полиномов и поперечники по Гельфанду . 223
4.4. Поперечники классов гладких функций . . . 224
4.5. Дополнения . . . 226
§ 5. Точные решения задач о восстановлении . . . 227
5.1. Восстановление функционалов. Наилучшие квадратуры . . . 227

5.2. Наилучшее восстановление операторов . . . 230
5.3. Оптимальное восстановление гладких и аналитических функций . . . 233
Глава 4. Теория приближений и ее связи со смежными областями математики . . . 234
§ 1. Теория приближений и теория экстремальных задач . . . 234
§ 2. Теория приближений и гармонический анализ . . . 236
2.1. Гармонический анализ на однородных пространствах и теория приближений . . . 237
2.2. Приближения функций на всей прямой . . . 239
§ 3. Теория аппроксимации и функциональный анализ . . . 241
§ 4. Теория приближений и геометрия . . . 243
§ 5. Некоторые итоги и мысли о будущем . . . 245
Аннотированная литература . . . 246
Литература . . . 251

Год издания 1987

Том 15
КОММУТАТИВНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ — I
Редакторы-консультанты:
профессор Н.К. Никольский,
профессор В.П. Хавин

УДК 517.986.6 + 517.518.4

I. МЕТОДЫ И СТРУКТУРА КОММУТАТИВНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

В.П. Хавин

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Краткий курс анализа Фурье периодических функций . . . 12
§ 1. Трансляционно инвариантные операторы . . . 12
1.1. Место действия . . . 12
1.2. Объект исследования . . . 13
1.3. Свертка . . . 15
1.4. Общий вид т.и. операторов . . . 16
§ 2. Гармоники. Основные положения гармонического анализа на окружности . . . 17
2.1. Собственные векторы и собственные числа т.и. операторов . . . 17
2.2. Основные положения гармонического анализа на окружности $\mathbb{T}$ . . . 17
2.3. Сглаживание распределений . . . 17
2.4. Теорема Вейерштрасса . . . 18
2.5. Коэффициенты Фурье. Основная теорема гармонического анализа на окружности . . . 18
2.6. Спектральные характеристики классов $\mathcal{D}$ и $\mathcal{D}'$ . . . 21
2.7. L^2-теория рядов Фурье . . . 22
2.8. Неравенство Виртингера . . . 23
2.9. Изопериметрическое неравенство (доказательство Гурвица) . . . 24
2.10. Гармонический анализ на торе . . . 24
Глава 2. Гармонический анализ в $\mathbb{R}^d$ . . . 26
§ 1. Сведения об обобщенных функциях в $\mathbb{R}^d$ . . . 26
1.1. Распределения в $\mathbb{R}^d$ . . . 26
§ 2. От окружности к прямой. Преобразование Фурье в $\mathbb{R}^d$ (определение) . . . 28
2.1. Формула обращения (эвристический вывод) . . . 28
2.2. Доказательство формулы обращения . . . 29
2.3. Еще одно доказательство . . . 31
2.4. Преобразование Фурье в $\mathbb{R}^d$ (определение) . . . 33
§ 3. Свертка (определение) . . . 33
3.1. Трудности гармонического анализа в $\mathbb{R}^d$ . . . 33
3.2. Свертка распределений (конструкция) . . . 34
3.3. Примеры . . . 36
3.4. Сверточные операции . . . 37
§ 4. Объект исследования — сверточные операторы (примеры) . . . 38
4.1. Линейные дифференциальные и разностные операторы . . . 38
4.2. Интегральные операторы с ядром, зависящим от разности аргументов . . . 39

4.3. Интегрирование и дифференцирование дробного порядка . . . 39
4.4. Преобразование Гильберта . . . 40
4.5. Задача Коши и сверточные операторы . . . 41
4.6. Фундаментальные решения. Потенциал Ньютона . . . 42
4.7. Распределение суммы независимых случайных величин . . . 43
4.8. Сверточные операторы в теории приближений . . . 43
4.9. Аппаратная функция прибора . . . 45
§ 5. Средство исследования — преобразование Фурье (S'-теория и L^2-теория) . . . 48
5.1. Пространства S и S' . . . 48
5.2. S'-теория преобразования Фурье (предварительное обсуждение) . . . 49
5.3. S'-теория преобразования Фурье (основные положения) . . . 50
5.4. L^2-теория . . . 52
5.5. “x-представление” и “ξ-представление” . . . 53
§ 6. Преобразование Фурье в примерах . . . 53
6.1. Некоторые формулы . . . 53
6.2. Преобразование Фурье и линейная замена переменной . . . 54
6.3. Отступление: принцип неопределенности Гейзенберга . . . 54
6.4. Радиальные распределения . . . 57
6.5. Гармонический анализ периодических функций . . . 58
6.6. Формула суммирования Пуассона . . . 59
6.7. Теорема Минковского о целочисленных решениях системы линейных неравенств . . . 61
6.8. Тождество Якоби для θ-функций . . . 61
6.9. Вычисление гауссовой суммы . . . 62
§ 7. Преобразование Фурье в действии: спектральный анализ сверточных операторов . . . 63
7.1. Символ . . . 63
7.2. Построение фундаментальных решений . . . 64
7.3. Гипоэллиптичность . . . 65
7.4. Сингулярные интегральные операторы и ПДО . . . 66
7.5. Закон больших чисел и центральная предельная теорема . . . 68
7.6. δ-семейства и суммирование расходящихся интегралов . . . 70
7.7. Тауберовы теоремы . . . 72
7.8. Спектральная характеристика прибора . . . 74
7.9. Еще о методах суммирования . . . 77
§ 8. Некоторые дополнения . . . 77
8.1. Преобразование Фурье в $\mathcal{D}'$. Ультрараспределения . . . 77
8.2. Некоторые обобщения L^2-теории . . . 79
8.3. Преобразование Радона . . . 80
Глава 3. Гармонический анализ на группах . . . 81
§ 1. Очерк гармонического анализа на компактной группе . . . 81
1.1. Новое место действия . . . 81
1.2. Гармоники . . . 82
1.3. Представления . . . 82
1.4. Теорема Петера – Г. Вейля . . . 84
§ 2. Коммутативный гармонический анализ . . . 86
2.1. Упрощения, вытекающие из условия коммутативности . . . 86
2.2. Преобразование Фурье зарядов и суммируемых функций . . . 87
2.3. Свертка . . . 88
2.4. Теорема единственности. Формула обращения . . . 88
2.5. Классический гармонический анализ с общей точки зрения . . . 89
2.6. Быстрое умножение больших чисел . . . 90
2.7. Теорема Планшереля . . . 91
2.8. Теорема Бохнера – А. Вейля . . . 92
§ 3. Примеры . . . 92
3.1. Теорема двойственности Понтрягина . . . 92
3.2. Почти периодические функции . . . 93
3.3. Квадратичный закон взаимности . . . 94
§ 4. Унитарные представления группы $\mathbb{R}$ . . . 96
4.1. Теорема Стоуна . . . 96
4.2. Инфинитезимальный генератор . . . 97
4.3. Примеры . . . 97
Глава 4. Исторический очерк . . . 99
Глава 5. Спектральный анализ и спектральный синтез. Внутренняя проблематика гармонического анализа . 111
§ 1. Гармонический анализ “для себя” . . . 111
§ 2. Спектральный анализ . . . 112
2.1. Линейная комбинация экспонент . . . 112
2.2. Обобщения . . . 114
2.3. Спектр . . . 115
§ 3. Спектральный синтез . . . 117
3.1. Способы синтеза . . . 117
35. Спектральный анализ-синтез т.и. операторов по Л. Шварцу . . . 118
3.3. Продолжение. Периодичность в среднем и устойчивость . . . 122

3.4. Проблемы перевода . . . 123
3.5. Исключительные множества . . . 124
§ 4. Трансляционно инвариантные операторы. Сингулярные интегралы, мультипликаторы . . . 125
§ 5. Комплексные методы . . . 127
Заключение . . . 129
Аннотированная литература . . . 130
Литература . . . 131

УДК 517.518.4 + 517.986.6

II. КЛАССИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМАТИКА АНАЛИЗА ФУРЬЕ

С.В. Кисляков

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 137
Глава 1. Ряды Фурье: сходимость и суммируемость . . . 138
§ 1. Сходимость в точке . . . 138
1.1. Тригонометрическая система . . . 138
1.2. Теорема Римана – Лебега . . . 139
1.3. Теорема единственности. Ряд Фурье . . . 140
1.4. Ядро Дирихле . . . 140
1.5. Свертки . . . 141
1.6. Константы Лебега. Теорема Дю Буа Реймона . . . 141
1.7. Гипотеза Литлвуда . . . 142
1.8. Принцип локализации . . . 143
1.9. Признак Дини . . . 143
1.10. Признак Жордана . . . 143
1.11. Другие признаки . . . 144
1.12. Равномерная сходимость . . . 145
§ 2. Суммирование рядов Фурье . . . 145
2.1. Сверточные меры суммирования . . . 145
2.2. Аппроксимативные единицы . . . 145
2.3. Сходимость в L^p . . . 146
2.4. Классы функций и свертки с аппроксимативной единицей . . . 147
2.5. Ядра Фейера . . . 147
2.6. Ядро Пуассона . . . 148
2.7. Максимальная функция Харди – Литлвуда и ее оценки . . . 149
2.8. Оценки сверток через максимальную функцию . . . 150
2.9. Суммируемость почти всюду . . . 150
Глава 2. Оператор гармонического сопряжения . . . 151
§ 1. Определение. Пространства H^p . . . 151
1.1. Предварительные замечания . . . 151
1.2. Ряды Фурье и класс L^2 . . . 151
1.3. Проектор Рисса и оператор гармонического сопряжения . . . 152
1.4. Пространства h^p и H^p . . . 152
1.5. Теорема Риссов . . . 153
§ 2. Непрерывность оператора гармонического сопряжения. Сингулярные интегралы . . . 154
2.1. Неравенство слабого типа $(1-1)$ . . . 154
2.2. Непрерывность в $L^p,\ 1<p<\infty$ . . . 155
2.3. Комментарии . . . 156
2.4. Явные формулы для Hf . . . 156
2.5. Сингулярные интегральные операторы . . . 157
2.6. Мультипликаторы. Теорема Михлина – Хёрмандера . . . 158
2.7. Квадратичные функции . . . 159
2.8. Оператор гармонического сопряжения в липшицевых классах . . . 160
2.9. Сопряженный ряд Фурье . . . 160
§ 3. Сколь велико множество расходимости? . . . 160
3.1. Теорема Карлесона – Ханта . . . 160
3.2. Пример Колмогорова . . . 161
3.3. Одно приложение теоремы Карлесона – Ханта . . . 162
3.4. Множество расходимости ряда Фурье непрерывной функция . . . 163
2.5. Емкость множества расходимости . . . 163
Глава 3. Коэффициенты Фурье . . . 164
§ 1. Скорость убывания . . . 164
1.1. Гладкие функции . . . 164
1.2. Липшицевы функции . . . 164

1.3. Неравенство Хаусдорфа – Юнга . . . 164
1.4. Теорема Харди . . . 164
1.5. Неравенство Хинчина – Кахана . . . 165
1.6. Коэффициенты Фурье функций из L^p с $p > 2$ . . . 165
§ 2. Лакунарные ряды . . . 165
2.1. Лакунарные множества . . . 165
2.2. Связь с неравенством Хинчина . . . 166
2.3. Множества типа Λ_p . . . 168
2.4. Множества Сидона . . . 169
2.5. Теорема Пэли – Рудина . . . 169
§ 3. Коэффициенты ограниченных функций . . . 170
3.1. Общие замечания . . . 170
3.2. Λ_2-множества . . . 170
3.3. Задача Сидона . . . 171
§ 4. Коэффициенты Фурье мер . . . 171
4.1. Положительно определенные последовательности . . . 171
4.2. Класс R. Теорема Райхмана . . . 172
4.3 Связь между свойствами функций $\mu|[0,\infty)$ и $\mu|(-\infty,0]$ . . . 172
4.4 Теорема Винера . . . 173
4.5. Произведения Рисса . . . 173
4.6. Теорема Ивашева – Мусатова . . . 174
4.7. Множества с постоянным отношением разбиения . . . 175
4.8. Множества, определяемые через асимптотическое распределение . . . 176
4.9. W-множестаа и A-множества . . . 177
4.10. H-множества . . . 177
4.11. W^*-множества . . . 177
Глава 4. Абсолютно сходящиеся ряды Фурье. Псевдомеры. Псевдофункции . . . 178
§ 1. Класс A и абсолютная сходимость . . . 178
1.1. Определение и общие замечания . . . 178
1.2. Множества абсолютной сходимости . . . 179
§ 2. Достаточные условия принадлежности классу A . . . 179
2.1. Теоремы Бернштейна . . . 179
2.2. Теорема Зигмунда – Бочкарева . . . 179
2.3. Два результата, верные не только для группы $\mathbb{T}$ . . . 180
2.4. Критерий Стечкина . . . 180
§ 3. Сравнение классов A и U . . . 180
3.1. Вводные замечания . . . 180
3.2. Теорема об исправлении . . . 180
3.3. Неисправимые функции . . . 180
3.4. Подстановки: класс U . . . 181
3.5. Подстановки: класс A . . . 181
3.6. Интерполяция; класс U . . . 181
3.7. Интерполяция: класс A . . . 182
§ 4. Псевдомеры, псевдофункцня, единственность . . . 182
4.1. Определения . . . 182
4.2. Проблема единственности . . . 183
4.3. Римановская теория тригонометрических рядов . . . 184
4.4. Одно условие, достаточное для единственности . . . 184
4.5. Множество с постоянным отношением разбиения . . . 185
4.6. Классы U_0 и M_0 . . . 185
Глава 5. Интегралы Фурье . . . 186
§ 1. Определения и общие замечания . . . 186
1.3. Преобразование Фурье и интеграл Фурье . . . 186
1.2. Замечания о связи с рядами Фурье . . . 186
1.3. Свойства преобразований Фурье . . . 186
§ 2. Восстановление. Ядро Пуассона. Теорема Планшереля . . . 187
2.1. Аппроксимативные единицы . . . 187
2.2. Ядро Пуассона . . . 187
2.3. Восстановление функции по ее преобразованию Фурье . . . 188
2.4. Теорема Планшереля . . . 188
2.5. Теорема Хаусдорфа – Юнга . . . 189
§ 3. Пространства H^p в полуплоскости. Преобразование Гильберта . . . 189
Э.1. Пространства H^p . . . 189
3.2. Теорема Пэли – Винера . . . 189
3.3. Преобразование Гильберта . . . 190
Литература . . . 191

УДК 517.983.34 + 517.518.3

III. МЕТОДЫ ТЕОРИИ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ (ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГИЛЬБЕРТА И ТЕОРИЯ КАЛЬДЕРОНА –ЗИГМУНДА)

Е.М. Дынькин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 199
Глава 1. Предварительные сведения . . . 202
§ 1. Некоторые обозначения . . . 202
1.1. Геометрия . . . 202
1.2. Липшицевы области . . . 202
1.3. Функциональные пространства . . . 203
1.4. Слабый тип $(1-1)$ . . . 204
1.5. Преобразование Фурье . . . 204
1.6. Теория вероятностей . . . 205
§ 2. Максимальные функции . . . 206
2.1. Максимальная функция Харди – Литлвуда . . . 206
2.2. Неравенства Колмогорова . . . 206
2.3. Теорема вложения Карлесона . . . 207
§ 3. Теорема о покрытиях . . . 208
3.1. Теорема Уитни . . . 208
3.2. Разбиение Кальдерона – Зигмунда . . . 208
§ 4. Весовые нормы . . . 209
4.1. Условие Макенхаупта . . . 209
4.2. Максимальная теорема Макенхаупта . . . 209
§ 5. Неравенства для функций распределения . . . 210
§ 6. Функции Радемахера . . . 212
§ 7. Гармонические функции . . . 213
7.1. Интеграл Пуассона . . . 213
7.2. Максимальные функции . . . 214
7.3. Формула Грина . . . 216
7.4. Гармонические поля . . . 216
§ 8. Классы Харди . . . 217
8.1. Аналитические классы Харди . . . 217
8.2. Вещественные классы Харди . . . 217
8.3. Атомы . . . 219
§ 9. Ограниченная средняя осцилляция . . . 219
9.1. Пространство $BMO(\mathbb{R}^n)$ . . . 219
9.2. Теорема двойственности Феффермана . . . 220
Глава 2. Преобразование Гильберта . . . 221
§ 1. Определение и простейшие свойства . . . 221
1.1. Преобразование Гильберта на прямой . . . 221
1.2. Преобразование Гильберта на окружности . . . 223
1.3. Преобразование Фурье . . . 224
1.4. Максимальный оператор . . . 225
1.5. Доказательство Привалова . . . 226
1.6. Н.Н. Лузин о сингулярных интегралах . . . 227
§ 2. Преобразование Гильберта в L^2 . . . 229
2.1. Ограниченность оператора H . . . 229
2.2. Преобразование Гильберта в ряды Фурье . . . 230
2.3. Теорема Хелсона – Сёге . . . 232
§ 3. Преобразование Гильберта в L^1 . . . 233
3.1. Теорема А.Н. Колмогорова . . . 233
3.2. Гармонические оценки . . . 234
3.3. Явные формулы . . . 236
3.4. Дальнейшие оценки в L^1 . . . 237
3.5. A-интеграл . . . 238
§ 4. Преобразование Гильберта в L^p . . . 238
4.1. Теорема М. Рисса . . . 238
4.2. Другие доказательства теоремы Рисса . . . 239
4.3. Случай $p=\infty$ . . . 241
4.4. Теорема Бонда . . . 242
§ 5. Применение броуновского движения . . . 243
5.1. Предварительные сведения . . . 243
5.2. Слабый тип $(1-1)$ . . . 244
5.3. Броуновские максимальные функции . . . 244
§ 6. Интеграл типа Коши . . . 245
6.1. Определение и простейшие свойства . . . 245
6.2. Существование граничных значений. Оценки в L^p . . . 246
§ 7. Преобразование Гильберта в классах Гёльдера . . . 249

7.1. Теорема Племеля – Привалова . . . 249
7.2. Другие способы доказательства . . . 251
7.3. Гладкость интегралов типа Коши . . . 252
Глава 3. Теория Кальдерона – Зигмунда . . . 253
§ 1. Операторы Кальдерона – Зигмунда . . . 253
1.1. Определение . . . 253
1.2. Связь оператора с ядром. Максимальный оператор . . . 255
1.3. Теорема Кальдерона – Зигмунда – Котляра . . . 256
§ 2. Примеры операторов Кальдерона – Зигмунда . . . 257
2.1. Преобразования М. Рисса . . . 257
2.2. Однородные ядра . . . 257
2.3. Интеграл мнимого порядка . . . 259
2.4. Коммутаторы Кальдерона . . . 259
2.5. Псевдодифференциальные операторы . . . 261
2.6. Анизотропные аналоги . . . 261
§ 3. Оценки в L^2 . . . 262
3.1. Оценка преобразования Фурье . . . 262
3.2. Лемма Котляра – Стейна . . . 263
3.3. Оценки в L^2 и теорема Карлесона – Ханта . . . 265
§ 4. Метод вращений . . . 266
4.1. Формулы метода вращений . . . 266
4.2. Результаты метода вращений . . . 267
4.3. Теорема Шёлина . . . 269
§ 5. Оценки в L^p . . . 270
5.1. Основное неравенство . . . 270
5.2. Оценка слабого типа $(1-1)$ . . . 270
5.3. Оценка в L^p . . . 271
5.4. Атомы и пространство H^1 . . . 272
5.5. Интеграл Марцинкевича . . . 273
5.6. Случай $p=\infty$ . . . 274
5.7. Гиперсингулярные интегралы . . . 275
§ 6. Максимальный оператор . . . 276
6.1. Разбиение функции на части . . . 276
6.2. Оценка максимального оператора . . . 276
6.3. Оценки для функций распределения . . . 278
6.4. Функция f^* Феффермана – Стейна . . . 279
§ 7. Весовые и векторные аналоги . . . 281
7.1. Весовые оценки операторов Кальдерона – Зигмунда . . . 281
7.2. Векторные операторы Кальдерона – Зигмунда . . . 283
7.3. Связь между весовыми и векторными оценками . . . 285
Аннотированная литература . . . 286
Литература . . . 288

Год издания 1985

Том 16
ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ — 7
Редакторы-консультанты:
член-корреспондент АН СССР В.И. Арнольд, академик С.П. Новиков

УДК 514.763

НЕГОЛОНОМНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ
ГЕОМЕТРИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ И ВАРИАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

А.М. Вершик, В.Я. Гершкович

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
Глава 1. Геометрия распределений . . . 13
§ 1. Распределения и связанные объекты . . . 13
1.1. Распределения и дифференциальные системы . . . 13
1.2. Теорема Фробениуса, флаг распределения . . . 15

1.3. Корасределения и пфаффовы системы . . . 18
1.4. Регулярные распределения . . . 20
1.5. Распределения, инвариантные относительно действия группы и некоторые канонические примеры . 22
1.6. Связности как распределения . . . 26
1.7. Классификация левоинвариантных контактных структур на трехмерных группах Ли . . . 27
§ 2. Наборы векторных полей и распределения общего положения и вырождения малых коразмерностей . 29
2.1. Распределения общего положения . . . 30
2.2. Нормальные формы струй базиса векторных полей распределения общего положения . . . 31
2.3. Вырождения малых коразмерностей . . . 33
2.4. Наборы векторных полей общего положения . . . 34
2.5. Вырождения малой коразмерности наборов векторных полей . . . 37
2.6. Проектор, ассоциированный с распределением . . . 38
Глава 2. Основы теории неголономных римановых многообразий . . . 40
§ 1. Общая вариационная неголономная задача и геодезический поток на неголономном римановом многообразия 40
1.1. Теорема Рашевского – Чжоу и неголономная риманова метрика (метрика Карно – Каратеодори) . 40
1.2. Двухточечная задача и теорема Хопфа – Ринова . . . 41
1.3. Задача Коши и неголономный геодезический поток . . . 42
1.4. Уравнения Эйлера – Лагранжа в инвариантной форме и в ортогональном репере и неголономные геодезические . . . 43
1.5. Стандартная форма уравнений неголономных геодезических для распределений общего положения . 45
1.6. Неголономное экспоненциальное отображение и волновой фронт . . . 46
1.7. Функционал действия . . . 47
§ 2. Оценки множества достижимости . . . 48
2.1. Теорема о параллелепипеде . . . 48
2.2. Полисистемы и финслеровы метрики . . . 49
2.3. Теорема о главном члене . . . 51
2.4. Оценки неголономных метрик общего положения на компактных многообразиях . . . 52
2.5. Размерность по Хаусдорфу неголономного риманова многообразия . . . 54
2.6. Неголономный шар в группе Гейзенберга как предельная форма степеней риманова шара . . . 55
Глава 3. Неголономные вариационные задачи на трехмерных группах Ли . . . 57
§ 1. Неголономная ε-сфера и волновой фронт . . . 57
1.1. Редукция неголономного геодезического потока . . . 57
1.2. Метрические тензоры на трехмерных неголономных алгебрах Ли . . . 58
1.3. Структурные константы трехмерных неголономных групп Ли . . . 59
1.4. Нормальные формы уравнений неголономных геодезических на трехмерных группах Ли . . . 60
1.5. Поток на базе косого произведения $V \oplus V^{\perp}$ . . . 61
1.6. Волновой фронт неголономного геодезического потока, неголономная ε-сфера и их особенности . 63
1.7. Метрическая структура сферы $\overset{v}{\varepsilon}$ . . . 65
§ 2. Неголономный геодезический поток на трехмерных группах Ли . . . 68
2.1. Отображение монодромии . . . 68
2.2. Неголономный геодезический поток на $SO(3)$ . . . 71
2.3. НГ-поток на компактных однородных пространствах группы Гейзенберга . . . 73
2.4. Неголономный геодезический поток на компактных однородных пространствах SL_2R . . . 75
2.5. Неголономный геодезический поток на многомерных нильмногообразиях специального вида . . 78
Литература . . . 81

УДК 517.912 + 517.953

ИНТЕГРИРУЕМЫЕ СИСТЕМЫ. II

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 88
Глава 1. Интегрируемые системы и конечномерные алгебры Ли (М.А. Ольшанецкий, А.М. Переломов) . . 88
§ 1. Гамильтоновы системы на орбитах коприсоединенного представления групп Ли . . . 89
§ 2. Отображение момента . . . 91
§ 3. Метод проектирования . . . 93
§ 4. Описание систем типа Калоджеро – Сазерленда . . . 98
§ 5. Цепочка Тоды . . . 100
§ 6. Представление Лакса. Доказательство полной интегрируемости . . . 103
§ 7. Явное интегрирование уравнении движения . . . 108
А) Системы типа Калоджеро . . . 108
Б) Системы типа Сазерленда . . . 111
В) Системы с двумя типами частиц . . . 113
Г) Непериодическая цепочка Тоды . . . 115
§ 8. Библиографические указания к главе 1 . . . 118
Глава 2. Теоретико-групповые методы в теории конечномерных интегрируемых систем (А.Г. Рейман, М.А. Семенов-Тян-Шанский) . . . 119
§ 1. Пуассоновы многообразия . . . 120

1.1. Библиографические указания . . . 122
§ 2. Метод R-матрицы и основная теорема . . . 122
2.1. Теорема инволютивности . . . 122
2.2. Теорема факторизации . . . 124
2.3. Библиографические указания . . . 126
§ 3. Градуировки и орбиты. Цепочки Тоды . . . 126
3.1. Градуированные алгебры . . . 126
3.2. Основной пример; цепочки Тоды . . . 127
3.3. Рассеяние в цепочках Тоды . . . 131
3.4. Библиографические указания . . . 133
§ 4. Аффинные алгебры Ли и уравнения со спектральным параметром . . . 134
4.1. Конструкция аффинных алгебр . . . 134
4.2. Структура аффинных алгебр . . . 136
4.3. Периодические цепочки Тоды . . . 139
4.4. Библиографические указания . . . 141
§ 5. Гамильтонова редукция и орбиты полупрямых произведений . . . 141
5.1. Гамильтонова редукция . . . 141
5.2. Примеры. Магнитные расслоения . . . 143
5.3. Орбиты полупрямых произведений . . . 145
5.4. Неабелевы цепочки Тоды . . . 147
5.5. Библиографические указания . . . 148
§ 6. Лаксовы представления многомерных волчков . . . 149
6.1. Кинематика твердого тела . . . 149
6.2. Обобщенное представление Манакова . . . 150
6.3. Доказательство предложения 2.23 . . . 154
6.4. Библиографические указания . . . 155
§ 7. Примеры интегрируемых систем . . . 155
7.1. Волчок в квадратичном потенциале: $g = \mathrm{gl}(n, \mathbb{R})$ . . . 155
7.2. Вращение свободного волчка . . . 157
7.3. Шаровой волчок в квадратичном потенциале . . . 158
7.4. Система Неймана . . . 158
7.5. Движение точки на многообразии Грассмана $G(2, n)$ в поле монополя и квадратичном потенциале . . . 158
7.6. Движение n-мерного твердого тела в жидкости: случай Клебша . . . 159
7.7. Волчок в однородном поле тяжести: случай Лагранжа, $g- = \mathrm{so}(n, 1)$ . . . 160
7.8. Волчок Ковалевской и взаимодействующие волчки: алгебры $g = \mathrm{so}(p, q),\ p \geq q > 1$ . . . 162
7.9. Алгебра G_2. Новый $SO(4)$-волчок . . . 166
7.10. Ангармонический осциллятор. Система Гарнье . . . 168
7.11. Библиографические указания . . . 169
§ 8. Задача Римана и линеаризация лаксовых уравнений . . . 170
8.1. Задача Римана . . . 170
8.2. Спектральные данные и динамика . . . 171
8.3. Восстановление матрицы $L(\lambda)$ по спектральным данным . . . 173
6.4. Библиографические указания . . . 174
§ 9. Полнота интегралов движения . . . 175
9.1. Случай $L(\mathrm{gl}(n, \mathbb{C}))$ . . . 175
9.2. Полная интегрируемость для других алгебр . . . 177
9.3. Библиографические указания . . . 178
§ 10. Решение матричной задачи Римана в терминах θ-функций . . . 178
10.1. Библиографические указания . . . 181
§ 11. Уравнения с эллиптическим спектральным параметром . . . 182
11.1. Эллиптическое разложение . . . 182
11.2. Лаксовы уравнения с эллиптическим параметром . . . 184
11.3. Многополюсные лаксовы уравнения . . . 185
11.4. Задача Римана, задача Кузена и спектральные данные . . . 187
11.5. Вещественные формы и редукции . . . 188
11.6. Примеры . . . 189
11.7. Иерархии скобок Пуассона . . . 192
11.8. Библиографические указания . . . 193
Глава 3. Квантование незамкнутых цепочек Тоды (М.А. Семенов-Тян-Шанский) . . . 194
§ 1. Редукция квантовых расслоений . . . 195
1.1. Лагранжевы поляризации . . . 195
1.2. Редукция квантовых расслоений . . . 195
1.3. Квантовый вариант теоремы коммутативности Костанта . . . 199
1.4. Обобщенная теорема Костанта и редукция квантовых расслоений . . . 200
1.5. Квантование. Гомоморфизм Дюфло . . . 201
§ 2. Квантовые цепочки Тоды . . . 203
2.1. Полупростые группы и алгебры Ли. Обозначения . . . 203
2.2. Цепочки Тоды: геометрическая теория . . . 203
2.3. Цепочки Тоды: геометрическое квантование . . . 205
§ 3. Спектральная теория квантовой цепочки Тоды . . . 206
3.1. Представления основной серии и функции Уиттекера . . . 206

3.2. Аналитические свойства функций Уиттекера . . . 208
3.3. Теорема разложения . . . 209
3.4. Вырожденные цепочки Тоды . . . 210
3.5. Волновые пакеты и их свойства . . . 213
3.6. Рассеяние для цепочки Тоды . . . 216
3.7. Добавление. Случай $SL(2, BbbR)$ . . . 218
§ 4. Библиографические указания к главе 3 . . . 221
Литература . . . 221

УДК 517.912 + 514.756.4

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ ГАМИЛЬТОНОВЫХ СИСТЕМ НА ОДНОРОДНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ И АЛГЕБРАХ ЛИ

В.В. Трофимов, А.Т. Фоменко

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Геометрия и топология гамильтоновых систем . . . 228
§ 1. Симплектическая геометрия . . . 228
1.1. Симплектические многообразия . . . 228
1.2. Вложения симплектических многообразий . . . 230
1.3. Симплектическая геометрия коприсоединенного представления . . . 232
1.4. Пуассоном структура на алгебрах Ли . . . 232
1.5. Уравнения Эйлера . . . 233
1.6. Уравнения Эйлера, возникающие в задачах математической физики . . . 234
§ 2. Некоторые классические механизмы интегрируемости . . . 237
2.1. Уравнения Гамильтона – Якоби . . . 237
2.2. Интегрирование уравнений движения по Лиувиллю и Штеккелю . . . 238
2.3. Теорема Ли . . . 239
2.4. Теорема Лиувилля . . . 240
§ 3. Некоммутативное интегрирование по Лиувиллю . . . 242
3.1. Некоммутативные алгебры Ли интегралов . . . 242
3.2. Некоммутативная теорема Лиувилля . . . 242
3.3. Взаимосвязи с коммутативными и некоммутативными симметриями . . . 243
3.4. Локальная эквивалентность коммутативного и некоммутативного интегрирования . . . 245
§ 4. Геометрия отображения моментов . . . 246
4.1. Отображение моментов . . . 246
4.2. Свойство выпуклости отображения моментов . . . 248
4.3. Представления, свободные от кратностей . . . 248
§ 5. Топология поверхностей постоянной энергии вполне интегрируемых гамильтоновых систем . . . 249
5.1. Многомерный случай. Классификация перестроек торов по Лиувиллю . . . 249
5.2. Четырехмерный случай . . . 255
5.3. Случаи четырехмерного твердого тела . . . 262
Глава 2. Алгебра гамильтоновых систем . . . 266
§ 1. Представления групп Ли и динамические системы . . . 266
1.1. Симплектические структуры, связанные с представлениями . . . 266
1.2. Секционные операторы . . . 267
1.3. Интегралы уравнений Эйлера. Сдвиг аргумента . . . 270
1.4. Секционные операторы для симметрических пространств . . . 271
1.5. Комплексная полупростая серия секционных операторов . . . 271
1.6. Компактная и нормальная серии секционных операторов . . . 272
1.7. Секционные операторы для алгебры Ли группы движений евклидова пространства . . . 273
1.8. Секционные операторы для алгебры Ли $\Omega(gothg)$ . . . 274
1.9. Бигамильтоновость уравнений Эйлера на полупростых алгебрах . . . 274
§ 2. Методы построения функций в инволюции . . . 275
2.1 Индуктивное построение интегрируемых динамических систем на орбитах коприсоединенного представления (цепочки подалгебр) . . . 275
2.2. Представления групп Ли и инволютивные семейства функций . . . 276
2.3. Инволютивные наборы функций на полупрямых суммах . . . 278
2.4. Метод тензорных расширений алгебр Ли . . . 279
§ 3. Вполне интегрируемые уравнения Эйлера на алгебрах Ли . . . 283
3.1. Уравнения Эйлера на полупростых алгебрах Ли . . . 283
3.2. Уравнения Эйлера на разрешимых алгебрах Ли . . . 283
3.3. Уравнения Эйлера на неразрешимых алгебрах Ли с нетривиальным радикалом . . . 284
3.4. Интегрируемые системы и симметрические пространства . . . 285

3.5. Теорема о полноте сдвигов инвариантов . . . 287
Приложение . . . 288
Литература . . . 295

Год издания 1987

Том 17
ОБЩАЯ ТОПОЛОГИЯ — 1
Консультирующие редакторы-составители:
профессор А.В. Архангельский, академик Л.С. Понтрягин

УДК 515.12

I. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И КОНСТРУКЦИИ ОБЩЕЙ ТОПОЛОГИИ

А.В. Архангельский, В.В. Федорчук

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
§ 1. Топологические пространства: первый круг понятий . . . 8
1.1. Определение топологии и топологического пространства . . . 8
1.2. Предбаза и база топологического пространства . . . 9
1.3. Окрестности точек. Отношение близости точки ко множеству и оператор замыкания . . . 11
1.4. Определение топологии по отношению близости и оператору замыкания . . . 13
1.5. Подпространства топологического пространства . . . 13
1.6. Свободная сумма топологических пространств . . . 15
1.7. Центрированные семейства множеств и сходимость в топологических пространствах . . . 16
1.8. Секвенциальные пространства. Оператор секвенциального замыкания . . . 17
1.9. Первая аксиома счетности и база пространства в точке . . . 19
1.10. Всюду плотные множества и сепарабельные пространства . . . 21
1.11. Нигде не плотные множества. Внутренность множества и его граница . . . 22
1.12. Сети . . . 24
§ 2 Некоторые важные классы топологических пространств . . . 24
2.1. Линейно упорядоченные пространства . . . 25
2.2. Метрические пространства . . . 26
2.3. Метризуемые пространства . . . 29
2.4. Праметрики, симметрики и порожденные ими топологии . . . 30
2.5. Абстрактный оператор празамыкания . . . 34
2.6. Аксиомы отделимости T_0, T_1 и T_2 . . . 35
2.7. Регулярные и нормальные пространства. Аксиомы T_3 и T_4 . . . 37
§ 3. Непрерывные отображения топологических пространств: основы теории . . . 41
3.1. Различные определения непрерывности отображения топологических пространств . . . 41
3.2. Общие аспекты задачи сравнения топологических пространств . . . 46
3.3. Задачи о вложении . . . 47
3.4. Открытые отображения и замкнутые отображения . . . 48
3.5. Ограничения на прообразы точек при отображениях . . . 51
3.6. Объединение отображений и условия его непрерывности . . . 52
3.7. Пространства разбиений . . . 53
3.8. Факторные отображения и фактор топологии . . . 54
3.9. Факторные отображения и пространства разбиений . . . 56
3.10. Приклеивание одного пространства к другому вдоль отображения . . . 58
3.11. Аксиомы отделимости в пространствах разбиений . . . 59
3.12. Сужение отображений на подпространства . . . 60
3.13. Некоторые свойства факторных отображений и наследственно факторные отображения . . . 61
3.14. Каноническое факторное отображение, отвечающее пересечению топологий . . . 63
3.15. Функциональная отделимость: вполне регулярные и тихоновские пространства . . . 64
3.16. Слабая топология, порожденная семейством отображений . . . 65
§ 4. Некоторые метрические свойства и их влияние на топологию . . . 66
4.1. Максимальные ε-дискретные подпространства и ε-плотные множества . . . 66
4.2. Полные метрические пространства . . . 67
4.3. Полнота и продолжение непрерывных отображений . . . 68
4.4. Свойство Бэра полных метрических пространств и множества первой и второй категории . . . 69
4.5. Принцип сжатых отображений . . . 70

4.6. Пополнение метрического пространства по метрике . . . 71
§ 5. Компактные топологические пространства . . . 72
5.1. Различные определения компактности и свойств, близких к ней . . . 73
5.2. Основные свойства компактных пространств . . . 75
5.3. Компактные метрические и компактные метризуемые пространства . . . 76
5.4. Псевдокомпактные пространства . . . 77
5.5. Компактность и аксиомы отделимости . . . 78
5.6. Компактные расширения топологических пространств . . . 79
5.7. Локально компактные пространства . . . 80
5.8. Ограничения типа компактности на пространства и отображения . . . 81
§ 6. Лемма Урысона. Теорема Брауэра – Титце – Урысона . . . 83
6.1. Лемма Урысона . . . 83
6.2. Теорема Брауэра – Титце – Урысона о продолжении непрерывных функций . . . 84
§ 7. Произведения пространств и отображений . . . 85
7.1. Топологическое произведение пространств . . . 85
7.2. Произведение отображений . . . 86
7.3. Послойные и веерные произведения отображений и пространств . . . 86
7.4. Категория Tor_Y . . . 87
7.5. Лемма Тихонова . . . 87
7.6. Примеры произведений пространств и отображений . . . 89
7.7. Лемма о параллельных . . . 89
§ 8. Связность топологических пространств . . . 89
8.1. Связность . . . 89
8.2. Локальная связность . . . 90
8.3. Локальная линейная связность . . . 90
§ 9. Обратные системы и спектры топологических пространств и их пределы . . . 91
9.1. Определение обратных систем и спектров . . . 91
9.2. Пределы обратных систем . . . 93
9.3. Морфизмы обратных систем и спектров и их пределы . . . 94
9.4. Примеры обратных систем и их пределов . . . 96
§ 10. Связь обратных спектров и произведений . . . 98
§ 11. Теорема о спектральном представлении отображений . . . 100
11.1. Факторизующая теорема о сигма-полном спектре . . . 100
11.2. Спектральная теорема для отображений . . . 101
§ 12. Некоторые понятия и факты равномерной топологии . . . 101
Литература . . . 108

УДК 515.12

II. ОСНОВЫ ТЕОРИИ РАЗМЕРНОСТИ

В.В. Федорчук

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 113
Глава 1. Основные определения и простейшие факты теории размерности . . . 117
§ 1. Что такое линия? . . . 117
1.1. Первые определения линии. Жордановы кривые. Кривая Пеано . . . 117
1.2. Канторовы кривые. Ковер Серпинского . . . 120
1.3. Урысоновское определение линии. Кривая Менгера . . . 122
§ 2. Определение размерностей ind, Ind, dim и простейшие свойства этих инвариантов . . . 124
2.1. Перегородки . . . 124
2.2. Индуктивные размерности Ind и ind . . . 124
2.3. Простейшие свойства размерностей dim . . . 125
2.4. Другие индуктивные размерностные инварианты . . . 126
2.5. Определение размерности dim . . . 127
2.6. Простейшие свойства размерности dim . . . 129
§ 3. Нульмерные пространства . . . 129
3.1. Канторово совершенное множество . . . 129
3.2. Нульмерность в компактах и сепарабельных метрических пространствах. Веер Кнастера – Куратовского 132
3.3. Некоторые общие свойства нульмерных множеств . . . 134
§ 4. Теоремы сложения для размерностей ind и dim . . . 135
Глава 2. Размерность пространств со счетной базой . . . 136
§ 1. Симплициальные комплексы . . . 136
1.1. Точки общего положения в $\mathbb{R}^n$ . . . 136
1.2. Симплексы. Геометрические комплексы . . . 137
1.3. Абстрактные симплициальные комплексы . . . 138

1.4. Звезды. Открытые и замкнутые подкомплексы . . . 139
1.5. Барицентрическое подразделение . . . 140
1.6. Симплициальные отображения . . . 141
§ 2. Лемма Шпернера и ее следствия . . . 142
2.1. Лемма Шпернера . . . 142
2.2. Равенство $\dim P^n = n$ для n-мерных полиэдров . . . 143
2.3. Теоремы Брауэра о неподвижной точке и инвариантности внутренних точек множеств $E \subset \mathbb{R}^n$ . . . 144
2.4. Существенность тождественного отображения симплекса . . . 145
§ 3. Теоремы об аппроксимация, об ε и ω-отображениях . . . 146
3.1. Понятия ε-сдвига, ε- и ω-отображения . . . 146
3.2. Барицентрические и канонические отображения . . . 146
3.3. Аппроксимационная теорема . . . 148
3.4. Теоремы об ω-отображениях, ε-отображениях и ε-сдвигах . . . 149
§ 4. Теорема Нёбелинга – Понтрягина . . . 150
§ 5. Характеризация размерности посредством существенных отображений и перегородок . . . 152
5.1. Теорема о существенных отображениях . . . 152
5.2. Теорема о перегородках . . . 153
§ 6. Теорема суммы и ее следствия. Равенство $\operatorname{ind} X = \operatorname{Ind} X = \dim X$ для пространств со счетной базой . . . 154
6.1. Теорема суммы для размерности dim . . . 154
6.2. Тождество Урысона $\operatorname{ind} X = \operatorname{Ind} X = \dim X$ . . . 155
6.3. Теоремы о разложении, о произведении, об универсальном компакте и о компактификации . . . 157
§ 7. О размерности множеств, лежащих в евклидовых пространствах . . . 158
7.1. Множества размерности n в евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$ . . . 158
7.2. Универсальные менгеровские компакты M_n^m в евклидовом пространстве $\mathbb{R}^n$ . . . 158
7.3. Разбиение пространства $\mathbb{R}^n$ лежащими в нем множествами . . . 159
Глава 3. Размерность общих пространств . . . 163
§ 1. Факторизационная теорема и спектральная разложимость компактов. Универсальные компакты данного веса и данной размерности . . . 163
1.1. Факторизационная теорема Мардешича и спектральная разложимость компактов . . . 163
1.2. Универсальные компакты и компактные расширения данного веса и данной размерности . . . 165
§ 2. Соотношение между размерностями dim, ind и Ind компактов. Размерность подпространств . . . 167
2.1. Проблема П.С. Александрова о соотношениях между основными размерностными инвариантами dim, ind и Ind в классе компактов . . . 167
2.2. Размерность подпространств . . . 171
§ 3. Размерность произведений компактов. Канторовы многообразия . . . 172
3.1. Размерность произведений . . . 172
3.2. Канторовы многообразия . . . 173
§ 4. Локально конечные покрытия и размерность . . . 175
4.1. Теорема локально конечной суммы . . . 175
4.2. Канонические отображения в нервы локально конечных покрытий . . . 175
4.3. Теорема Даукера . . . 176
§ 5 Размерность метрических пространств . . . 177
5.1. Совпадение размерностей dim и Ind . . . 178
5.2. Характеризация размерности . . . 178
5.3. Пополнения, произведения, пределы обратных последовательностей . . . 179
5.4. Факторизационная теорема и универсальные пространства . . . 180
5.5. Метрическая размерность . . . 181
6. Размерность наследственно нормальных пространств . . . 182
§ 7. Аксиоматика размерности . . . 183
Глава 4. Бесконечномерные пространства . . . 185
§ 1. Трансфинитные размерности в счетномерные пространства . . . 185
1.1. Трансфинитные размерности . . . 185
1.2. Счетномерные пространства . . . 189
1.3. Слабо счетномерные пространства . . . 190
§ 2. Слабо и сильно бесконечномерные пространства . . . 191
2.1. Существенные отображения в гильбертов кирпич . . . 191
2.2. Теоремы монотонности, сложения и суммы. Счетномерность и слабая бесконечномерность . . . 192
2.3. Строение S-слабо бесконечномерных пространств . . . 193
2.4. Компактификации слабо бесконечномерных пространств . . . 194
2.5. Бесконечномерные канторовы многообразия . . . 195
Глава 5. Когомологическая размерность . . . 195
§ 1. Определение когомологической размерности. Неравенства $\dim_a X \le \dim_z X \le \dim X$ и равенство $\dim_z X = \dim$ для конечномерных компактов. Проблема П.С. Александрова . . . 195
1.1. Свойства групп когомологий с компактными носителями . . . 195
1.2. Определение когомологической размерности и ее простейшие свойства . . . 196
1.3. Теорема Хопфа и равенство П.С. Александрова $\dim_z X = \dim$ для конечномерных компактов . . . 198
1.4. Проблема П.С. Александрова . . . 199
§ 2. Теорема П.С. Александрова о препятствиях и ее следствия . . . 200
§ 3. Соотношения между когомологическими размерностями по различным областям коэффициентов . . . 203
§ 4. Когомологические размерности произведения пространств. Компакты Л.С. Понтрягина . . . 204
4.1. Размерность произведения . . . 204

4.2. Компакты Л.С. Понтрягина . . . 204
4.3. Размерно полноценные компакты . . . 207
§ 5 Когомологическая размерность паракомпактных пространств . . . 208
5.1. Определения и простейшие свойства когомологических размерностей . . . 208
5.2. Теорема суммы и теорема о препятствиях . . . 208
5.3. Соотношения между размерностями по различным группам коэффициентов. Размерность произведений 209
Глава 6. Размерность и отображения . . . 210
§ 1. Характеризации размерности посредством отображений . . . 210
§ 2. Замкнутые отображения, повышающие размерность . . . 213
§ 3. Отображения, понижающие размерность . . . 214
§ 4. Открытые отображения, повышающие размерность . . . 217
4.1. Счетнократные открытые отображения . . . 217
4.2. Примеры А.Н. Колмогорова и Л.В. Келдыш . . . 218
4.3. Компакты как открытые образы одномерных компактов . . . 219
§ 5. Отображения бесконечномерных пространств . . . 220
5.1. Характеризация счетномерности . . . 220
5.2. Отображения, повышающие размерность . . . 221
5.3. Отображения, понижающие размерность . . . 222
Литература . . . 223

Год издания 1988

Том 18
АЛГЕБРА — 2
Консультирующие редакторы-составители:
член-корреспондент АН СССР А.И. Кострикин
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 512.55

I. НЕКОММУТАТИВНЫЕ КОЛЬЦА

Л.А. Бокуть, И.В. Львов, В.К. Харченко

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
§ 1. Основные определения и примеры . . . 8
1.1. Кольцо . . . 8
1.2. Идеал, факторкольцо . . . 9
1.3. Кольцо целых чисел $\mathbb{Z}$ . . . 9
1.4. Гомоморфизм, изоморфизм, автоморфизм, подкольцо . . . 10
1.5. Поля, кольца целых алгебраических чисел . . . 10
1.6. Алгебры над полем и над коммутативным кольцом . . . 12
1.7. Тело кватернионов . . . 12
1.8. Алгебра матриц $M_n(F)$ над полем F . . . 13
1.9. Групповая алгебра FG группы G над полем F . . . 14
1.10. Алгебра многочленов . . . 15
1.11. Алгебра формальных рядов . . . 16
1.12. Алгебры косых многочленов и рядов . . . 16
1.13. Свободные алгебры, системы порождающих и определяющих соотношений, тождества . . . 17
1.14. Алгебра Вейля . . . 19
1.15. Внешняя алгебра (или алгебра Грассмана) . . . 19
1.16. Алгебра Клиффорда $C(n, f)$ квадратичной формы f . . . 20
1.17. Универсальная обертывающая алгебра UL и алгебры Ли L . . . 20
1.18. Лемма о композиции . . . 20
1.19. Локализации, условие Оре, классическое кольцо частных . . . 21
1.20. Модули . . . 22
1.21. Свободные, проективные, инъективные модули . . . 24
1.22. Категории и функторы . . . 26
1.23. Функторы Ext и Tor . . . 28
1.24. Радикалы Бэра и Джекобсона . . . 29
1.25. Некоторые классы модулей . . . 32
1.26. Литературные указания . . . 34

§ 2. Конечномерные алгебры . . . 35
2.1. Введение . . . 35
2.2. Алгебры малых размерностей . . . 35
2.3. Скрещенные произведения . . . 36
2.4. Циклические алгебры . . . 38
2.5. Прямые суммы и тензорные произведения конечномерных алгебр . . . 39
2.6. Теорема Фробениуса . . . 41
2.7. Строение конечномерных алгебр . . . 42
2.8. Группа Брауэра . . . 44
2.9. Алгебры над полем алгебраических чисел . . . 46
2.10. Примеры нескрещенных произведений . . . 46
2.11. Группа Брауэра и функтор K_2 . . . 47
2.12. Модули и тип представления конечномерных алгебр . . . 48
2.13. Схемы и приведенные алгебры . . . 50
2.14. Артиновы кольца . . . 52
2.15. Литературные указания . . . 52
§ 3. Модули и некоторые классы колец . . . 53
3.1. Введение . . . 53
3.2. Артиновы модули, нётеровы модули . . . 54
3.3. Модули конечной длины . . . 55
3.4. Проективные модули . . . 56
3.5. Инъективные модули . . . 58
3.6. Гомологические размерности колец и модулей . . . 59
3.7. Плоские модули . . . 61
3.8. Классически полупростые кольца . . . 62
3.9. Наследственные и полунаследственные кольца . . . 62
3.10. Локальные кольца . . . 63
3.11. Совершенные и полусовершенные кольца . . . 64
3.12. Квазифробениусовы кольца . . . 65
3.13. Литературные указания . . . 69
§ 4. Строение колец . . . 70
4.1. Введение . . . 70
4.2. Структурная теория Джекобсона . . . 71
4.3. Новая структурная теория . . . 74
4.4. Радикалы колец . . . 76
4.5. Примеры нётеровых колец . . . 78
4.6. Кольца Голди . . . 80
4.7. Размерность Крулля . . . 81
4.8. Простые нётеровы кольца . . . 82
4.9. Строение Pf-колец . . . 84
4.10. Литературные указания . . . 89
§ 5. Разное . . . 90
5.1. Групповые алгебры конечных групп . . . 90
5.2. Групповые алгебры бесконечных групп . . . 94
5.3. Локализация колец и вложения в тела . . . 96
5.4. Тождества и рациональные тождества над полем характеристики нуль . . . 99
5.5. Топологические кольца . . . 101
5.6. Мультипликативное строение конечномерных простых алгебр . . . 103
5.7. Группа Брауэра коммутативного кольца . . . 105
5.8. Некоммутативная теория Галуа . . . 107
5.9. Регулярные кольца . . . 108
5.10. Литературные указания . . . 111
Литература . . . 113

УДК 512.53 + 512.54 + 512.55 + 512.57

II. ТОЖДЕСТВА

Ю.А. Бахтурин, А.Ю. Ольшанский

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 119
Глава 1. Основные понятия и методы теории тождеств . . . 123
§ 1. Определение тождества. Примеры . . . 123
1.1. Определение . . . 123
1.2. Пример . . . 123
1.3. Тождества линейных представлений . . . 125

1.4. Заключительные замечания . . . 127
§ 2. Постановка задач. Рабочие понятия . . . 128
2.1. Общие задачи . . . 128
2.2. Рабочие понятия . . . 129
2.3. Теорема Биркгофа . . . 132
2.4. Дополнительные замечания . . . 135
§ 3. Тождества в линейных алгебрах . . . 137
3.1. Однородные и полилинейные тождества . . . 137
3.2. Градуировки свободных алгебр . . . 140
3.3. Действие группы $GL(n,k)$ . . . 141
3.4. Действие группы $\mathrm{Sym}(n)$ . . . 144
§ 4. Свободные алгебры . . . 146
4.1. Автоморфизмы свободных канторовых алгебр . . . 146
4.2. Теория Магнуса . . . 148
4.3. О комбинаторном изучении свободных групп многообразий . . . 153
4.4. Дополнительные замечания . . . 154
§ 5. Некоторые связи и приложения . . . 155
5.1. Структура конечномерных тел . . . 155
5.2. Некоммутативная алгебраическая геометрия . . . 156
5.3. Тождества и представления . . . 157
5.4. Центральные полиномы . . . 159
Глава 2. Алгебры с тождествами . . . 162
§ 1. Эффект тождества . . . 162
1.1. Pf-алгебры . . . 162
1.2. Линейные группы с тождеством . . . 164
1.3. Подалгебры Ли Pf-алгебр . . . 165
1.4. Тождества и представления групп и алгебр Ли . . . 166
§ 2. Вокруг Бернсайда . . . 168
2.1. Проблемы бернсайдовского типа . . . 168
2.2. Многообразия Бернсайда . . . 169
2.3. Энгелевы алгебры Ли . . . 170
2.4. Метод сэндвичей . . . 173
2.5. Нилькольца . . . 176
§ 3. Тождества и конструкция . . . 178
3.1. Расширение алгебр с тождеством . . . 178
3.2. Тождества родственных колец . . . 179
3.3. Группа обратимых элементов и присоединенная алгебра ассоциативного кольца . . . 180
3.4. Операции над группами . . . 180
3.5. Контраградиентные алгебры Ли . . . 182
§ 4. О геометрии определяющих соотношений и тождеств в группах . . . 184
4.1. Задачи, решаемые геометрическим методом . . . 184
4.2. Интерпретация вывода следствий из определяющих соотношений . . . 185
4.3. Условия малых сокращений . . . 187
4.4. Геометрический анализ следствий некоторых тождеств . . . 189
§ 5. Влияние тождеств конечных и конечномерных алгебр . . . 192
5.1. Многообразие, порожденное конечной алгеброй . . . 192
5.2. Класс $K(e,m,c)$ . . . 193
5.3. Конечные кольца . . . 194
5.4. Строение линейных алгебр с тождествами конечномерной алгебры . . . 195
Глава 3. Системы тождеств . . . 199
§ 1. Проблема конечной базируемости . . . 199
1.1. О выводе следствий . . . 199
1.2. Наследственно конечно базируемые (шпехтовы) многообразия . . . 201
1.3. Примеры бесконечных систем тождеств. Некоторые общие вопросы . . . 204
§ 2. Операции над многообразиями . . . 206
2.1. Произведения многообразий групп . . . 206
2.2. Умножение многообразий линейных алгебр . . . 209
2.3. Пересечение, объединение и другие операции . . . 211
§ 3. Ранги систем тождеств . . . 212
3.1. Базисный и аксиоматический ранги . . . 212
3.2. Ранги групповых тождеств . . . 214
3.3. Ранги многообразий лиевых алгебр . . . 215
§ 4. Тождества конечных алгебр . . . 217
4.1. Тождества конечных групп . . . 219
4.2. Тождества конечных колец . . . 217
4.3. О критических алгебрах . . . 220
4.4. Конечные алгебры с бесконечным базисом тождеств . . . 220
§ 5. Численные характеристики многообразий и тождества конкретных алгебр . . . 222
5.1. Ряды, связанные с многообразиями линейных алгебр . . . 222
5.2. Другие численные характеристики многообразий . . . 224
5.3. О тождествах некоторых конкретных алгебр . . . 225

§ 6. Малые и экстремальные многообразия . . . 228
6.1. Атомы в решетках многообразий . . . 228
6.2. Классификация некоторых тождеств . . . 229
6.3. Экстремальные многообразия . . . 230
Комментарий к литературе . . . 234
Рекомендуемая литература . . . 235
Цитированная литература . . . 237

Год издания 1986

Том 19
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ — 1
Консультирующий редактор-составитель
доктор физико-математических наук Н.К. Никольский

УДК 517.98

ЛИНЕЙНЫЙ ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Ю.И. Любич

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 7
Глава 1. Классические конкретные проблемы . . . 8
§ 1. Элементарный анализ . . . 8
1.1. Дифференцирование . . . 9
1.2. Решение нелинейных уравнений . . . 10
1.3. Экстремальные задачи . . . 13
1.4. Линейные функционалы и операторы . . . 13
1.5. Интегрирование . . . 15
1.6. Дифференциальные уравнения . . . 20
§ 2. Метод Фурье и смежные вопросы . . . 23
2.1. Колебания струны . . . 23
2.2. Теплопроводность . . . 25
2.3. Классическая теория рядов Фурье . . . 25
2.4. Общие ортогональные ряды . . . 32
2.5. Ортогональные полиномы . . . 33
2.6. Степенная проблема моментов . . . 34
2.7. Якобиевы матрицы . . . 38
2.5. Тригонометрическая проблема моментов . . . 39
2.9. Интеграл Фурье . . . 41
2.10. Преобразование Лапласа . . . 44
2.11. Задача Штурма – Лиувилля . . . 51
2.12. Оператор Шрёдингера на полуоси . . . 53
2.13. Почти-периодические функции . . . 58
§ 3. Теория аппроксимации . . . 59
3.1. Чебышевские приближения . . . 59
3.2. Системы Чебышева и Маркова . . . 62
3.3. Проблема Чебышева – Маркова . . . 65
3.4. L-проблема моментов . . . 67
3.5. Интерполяционные и квадратурные процессы . . . 68
3.6. Аппроксимация в комплексной плоскости . . . 73
3.7. Квазианалитические классы . . . 77
§ 4. Интегральные уравнения . . . 79
4.1. Функция Грина . . . 79
4.2. Уравнения Фредгольма и Вольтерра . . . 83
4.3. Теория Фредгольма . . . 85
4.4. Теория Гильберта – Шмидта . . . 86
4.5. Уравнения с разностными ядрами . . . 88
4.6. Задача Римана – Гильберта . . . 91
Глава 2. Основание и методы . . . 94
§ 1. Бесконечномерная линейная алгебра . . . 94
1.1. Базисы и размерность . . . 95

1.2. Гомоморфизмы и линейные функционалы . . . 98
1.3. Алгебраическая теория индекса . . . 103
1.4. Системы линейных уравнений . . . 103
1.5. Алгебраические операторы . . . 107
1.6. Общие принципы суммирования рядов . . . 111
1.7. Коммутативные алгебры . . . 112
§ 2. Выпуклый анализ . . . 119
2.1. Выпуклые множества . . . 119
2.2. Выпуклые функционалы . . . 122
2.3. Полунормы и нормы . . . 123
2.4. Теорема Хана – Банаха . . . 124
2.5. Отделяющие гиперплоскости . . . 126
2.6. Неотрицательные линейные функционалы . . . 128
2.7. Упорядоченные линейные пространства . . . 130
§ 3. Линейная топология . . . 133
3.1. Линейные топологические пространства . . . 133
3.2. Непрерывные линейные функционалы . . . 141
3.3. Полные системы и топологические базисы . . . 148
3.4. Крайние точки выпуклых компактов . . . 155
3.5. Интегрирование вектор-функций и мер . . . 157
3.6. w^*-топология . . . 162
3.7. Теория двойственности . . . 166
3.8. Непрерывные гомоморфизмы . . . 172
3.9. Линеаризация отображений . . . 183
§ 4. Теория операторов . . . 185
4.1. Компактные операторы . . . 185
4.2. Принцип неподвижной точки . . . 196
4.3. Действия и представления топологических полугрупп . . . 201
4.4. Спектр и резольвента линейного оператора . . . 204
4.5. Однопараметрические полугруппы . . . 210
4.6. Сопряжение и замыкание . . . 217
4.7. Спектры и расширения симметрических операторов . . . 218
4.8. Спектральная теория самосопряженных операторов . . . 222
4.9. Спектральные операторы . . . 233
4.10. Спектральные подпространства . . . 234
4.11. Собственные векторы консервативных и диссипативных операторов . . . 237
4.12. Спектральные множества и числовые области . . . 242
4.13. Полные компактные операторы . . . 243
4.14. Треугольные разложения . . . 248
4.15. Функциональные модели . . . 251
4.16. Индефинитная метрика . . . 257
4.17. Банаховы алгебры . . . 262
§ 5. Функциональные пространства . . . 274
6.1. Вводные примеры . . . 274
5.2. Обобщенные функции . . . 280
5.3. Семейства функциональных пространств . . . 285
5.4. Операторы в функциональных пространствах . . . 288
Комментарий к списку литературы . . . 294
Литература . . . 295

Год издания 1988

Том 20
ГРУППЫ ЛИ И АЛГЕБРЫ ЛИ — 1
Консультирующий редактор-составитель
А.Л. Онищик

УДК 512.81

I. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГРУПП ЛИ

Э.Б. Винберг, А.Л. Онищик

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
Глава 1. Первоначальные сведения . . . 8
§ 1. Группы Ли, их подгруппы и гомоморфизмы . . . 9
1.1. Определение группы Ли . . . 9
1.2. Подгруппы Ли . . . 10
1.3. Гомоморфизмы групп Ли . . . 12
1.4. Линейные представления групп Ли . . . 12
1.5. Локальные группы Ли . . . 14
§ 2. Действия групп Ли . . . 15
2.1. Определение действия . . . 15
2.2. Орбиты и стабилизаторы . . . 15
2.3. Образ и ядро гомоморфизма . . . 17
2.4. Орбиты компактных групп Ли . . . 18
§ 3. Многообразия смежных классов и факторгруппы Ли . . . 18
3.1. Многообразие смежных классов . . . 18
3.2. Факторгруппа Ли . . . 21
3.3. Теоремы о транзитивном действии и об эпиморфизме . . . 21
3.4. Полный прообраз подгруппы Ли при гомоморфизме . . . 22
3.5. Полупрямые произведения групп Ли . . . 23
§ 4. Связность в односвязность групп Ли . . . 24
4.1. Связные компоненты групп Ли . . . 25
4.2. Исследование связности классических групп Ли . . . 26
4.3. Накрывающие гомоморфизмы . . . 28
4.4. Односвязная накрывающая группа Ли . . . 30
4.5. Исследование односвязности классических групп Ли . . . 31
Глава 2. Связь между группами Ли и алгебрами Ли . . . 33
§ 1. Функтор Ли . . . 33
1.1. Касательная алгебра группы Ли . . . 33
1.2. Векторные поля на группе Ли . . . 35
1.3. Дифференциал гомоморфизма групп Ли . . . 36
1.4. Дифференциал действия группы Ли . . . 38
1.5. Касательная алгебра стабилизатора . . . 39
1.6. Присоединенное представление . . . 40
§ 2. Интегрирование гомоморфизмов касательных алгебр . . . 41
2.1. Дифференциальное уравнение пути в группе Ли . . . 41
2.2. Теорема единственности . . . 42
2.3. Виртуальные подгруппы Ли . . . 42
2.4. Соответствие между подгруппами Ли и подалгебрами касательной алгебры . . . 43
2.5. Деформация пути в группе Ли . . . 45
2.6. Теорема существования . . . 45
2.7. Коммутативные группы Ли . . . 47
§ 3. Экспоненциальное отображение . . . 48
3.1. Однопараметрические подгруппы . . . 48
3.2. Определение и основные свойства экспоненциального отображения . . . 49
3.3. Дифференциал экспоненциального отображения . . . 50
3.4. Экспоненциальное отображение в полной линейной группе . . . 51
3.5. Теорема Картана . . . 52
3.6. Подгруппа неподвижных точек автоморфизма группы Ли . . . 53
§ 4. Автоморфизмы и дифференцирования . . . 53
4.1. Группа автоморфизмов . . . 53
4.2. Алгебра дифференцирований . . . 55
4.3. Касательная алгебра полупрямого произведения групп Ли . . . 55
§ 5. Коммутант и радикал . . . 57
5.1. Коммутант . . . 57
5.2. Замыкание Мальцева . . . 58
5.3. Строение виртуальных подгрупп Ли . . . 59
5.4. Взаимный коммутант . . . 60
5.5. Разрешимые группы Ли . . . 61
5.6. Радикал . . . 62
5.7. Нильпотентные группы Ли . . . 63
Глава 3. Универсальная обертывающая алгебра . . . 64
§ 1. Простейшие свойства универсальных обертывающих алгебр . . . 65
1.1. Определение и конструкция . . . 65
1.2. Теорема Пуанкаре – Бирхгофа – Витта . . . 66
1.3. Симметризация . . . 68
1.4. Центр универсальной обертывающей алгебры . . . 69
1.5. Тело частных универсальной обертывающей алгебры . . . 70
§ 2. Биалгебры, связанные, с алгебрами Ли и группами Ли . . . 71
2.1. Биалгебры . . . 71
2.2. Правоинвариантные дифференциальные операторы на группе Ли . . . 72

2.3. Биалгебра, связанная с группой Ли . . . 74
§ 3. Формула Кэмпбелла – Хаусдорфа . . . 75
3.1. Свободные алгебры Ли . . . 76
3.2. Ряд Кэмпбелла – Хаусдорфа . . . 77
3.3. Сходимость ряда Кэмпбелла – Хаусдорфа . . . 78
Глава 4. Обобщения групп Ли . . . 79
§ 1. Группы Ли над полными нормированными полями . . . 79
1.1. Нормированные поля . . . 79
1.2. Основные определения и примеры . . . 80
1.3. Действия групп Ли . . . 81
1.4. Стандартные группы Ли над неархимедовым полем . . . 81
1.5. Касательная алгебра . . . 82
§ 2. Формальные группы . . . 83
2.1. Определение и простейшие свойства . . . 83
2.2. Касательная алгебра формальной группы . . . 84
2.3. Биалгебра. связанная с формальной группой . . . 85
§ 3. Бесконечномерные группы Ли . . . 86
3.1. Банаховы группы Ли . . . 87
3.2. Соответствие между банаховыми группами Ли и банаховыми алгебрами Ли . . . 88
3.3. Действия банаховых групп Ли на конечномерных многообразиях . . . 89
3.4. Группы Ли – Фреше . . . 90
3.5. ILB- и ILH-группы Ли . . . 92
§ 4. Группы Ли и топологические группы . . . 93
4.1. Непрерывные гомоморфизмы групп Ли . . . 93
4.2. 5-я проблема Гильберта . . . 94
§ 5. Аналитические лупы . . . 95
5.1. Основные определения и примеры . . . 95
5.2. Касательная алгебра аналитической лупы . . . 96
5.3. Касательная алгебра диассоциативной лупы . . . 97
5.4. Касательная алгебра лупы Боля . . . 98
Литература . . . 99

УДК 512.816

II. ГРУППЫ ЛИ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

В.В. Горбацевич, А.Л. Онищик

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 106
Глава 1. Действия групп Ли на многообразиях . . . 106
§ 1. Начальные понятия . . . 106
1.1. Основные определения . . . 106
1.2. Некоторые примеры и частные случаи . . . 106
1.3. Локальные действия . . . 109
1.4. Орбиты и стационарные подгруппы . . . 110
1.5. Представление в пространстве функций . . . 112
§ 2. Инфинитезимальное изучение действий . . . 113
2.1. Потоки и векторные поля . . . 115
2.2. Инфинитезимальное описание действий и морфизмов . . . 116
2.3. Теоремы существования . . . 118
2.4. Группы автоморфизмов некоторых геометрических структур . . . 120
§ 3. Расслоенные пространства . . . 121
3.1. Расслоенные пространства со структурной группой . . . 122
3.2. Примеры расслоенных пространств . . . 123
3.3. C-расслоения . . . 126
3.4. Индуцированные расслоения и теорема классификации . . . 127
Глава 2. Транзитивные действия . . . 129
§ 1. Групповая модель . . . 129
1.1. Определение и примеры . . . 129
1.2. Основные задачи . . . 131
1.3. Группа автоморфизмов . . . 132
1.4. Примитивные действия . . . 132
§ 2. Некоторые сведения о топологии однородных пространств . . . 134
2.1. Накрывающие пространства . . . 134
2.2. Вещественные когомологии групп Ли . . . 134
2.3. Подгруппы максимального показателя простых группах Ли . . . 136

2.4. Некоторые гомотопические инварианты однородных пространств . . . 137
§ 3. Однородные расслоения . . . 138
3.1. Инвариантные сечения и классификация однородных расслоений . . . 138
3.2. Векторные однородные расслоения. Взаимность Фробениуса . . . 140
3.3. Линейное представление изотропии и инвариантные векторные поля . . . 141
3.4. Инвариантные A-структуры . . . 141
3.5. Инвариантное интегрирование . . . 143
3.6. Расслоение Карпелевича – Мостова . . . 145
§ 4. Включения между транзитивными действиями . . . 147
4.1. Сужения транзитивных действий и разложения групп . . . 148
4.2. Естественное расширение действия . . . 148
4.3. Некоторые включения между транзитивными действиями на сферах . . . 149
4.4. Разложения групп Ли и алгебр Ли . . . 150
4.5. Разложения компактных групп Ли . . . 152
4.6. Компактные расширения транзитивных действий простых групп Ли . . . 154
4.7. Группы автоморфизмов односвязных однородных компактных комплексных многообразий . . . 155
Глава 3. Действия компактных групп Ли . . . 157
§ 1. Общая теория компактных групп Ли преобразований . . . 157
1.1. Собственные действия . . . 157
1.2. Существование среза . . . 158
1.3. Два расслоения эквиорбитного G-пространства . . . 159
1.4. Главные орбиты . . . 160
1.5. Структура орбит . . . 162
1.6. Линеаризация действий . . . 162
1.7. Подъем действий . . . 163
§ 2. Инварианты и почти-инварианты . . . 164
2.1. Применение инвариантного интегрирования . . . 164
2.2. Теорема конечности для инвариантов . . . 165
2.3 Теоремы конечности для почти-инвариантов . . . 166
§ 3. Приложения к однородным пространствам редуктивных групп . . . 166
3.1. Комплексификация однородных пространств . . . 166
3.2. Разложения редуктивных алгебраических групп и алгебр Ли . . . 168
Глава 4. Однородные пространства нильпотентных и разрешимых групп Ли . . . 169
§ 1. Нильмногообразия . . . 169
1.1. Примеры нильмногообразий . . . 169
1.2. Топология произвольных нильмногообразий . . . 170
1.3. Строение компактных нильмногообразий . . . 170
1.4. Компактные нильмногообразия как башни главных расслоений со слоем T^1 . . . 172
§ 2. Солвмногообразия . . . 173
2.1. Примеры солвмногообразий . . . 173
2.2. Солвмногообразия и векторные расслоения . . . 174
2.3. Компактные солвмногообразия (структурная теория) . . . 176
2.4. Фундаментальная группа солвмногообразия . . . 177
2.5. Касательное расслоение компактного солвмногообразия . . . 178
2.6. Транзитивные действия групп Ли на компактных солвмногообразиях . . . 178
2.7. Случай дискретной стационарной подгруппы . . . 179
2.8. Однородные пространства разрешимых групп Ли типа (I) . . . 179
2.9. Комплексные компактные солвмногообразия . . . 180
Глава 5. Компактные однородные пространства . . . 181
§ 1. Равномерные подгруппы . . . 181
1.1. Алгебраические равномерные подгруппы . . . 161
1.2. Расслоение Титса . . . 183
1.3. Равномерные подгруппы полупростых групп Ли . . . 183
1.4. Связные равномерные подгруппы . . . 184
1.5. Сужения транзитивных действий редуктивных групп Ли . . . 186
§ 2. Транзитивные действия на компактных однородных пространствах с конечной фундаментальной группой 187
2.1. Три леммы о транзитивных действиях . . . 188
2.2. Радикальные расширения . . . 189
2.3. Достаточное условие коммутативности радикала . . . 190
2.4. Переход от компактных групп к некомпактным полупростым . . . 191
2.5. Компактные однородные пространства ранга 1 . . . 193
2.6. Транзитивные действия некомпактных групп Ли на сферах . . . 196
2.7. Существование максимальных и наибольших расширений . . . 197
§ 3. Натуральное расслоение . . . 199
3.1. Орбиты действия максимальной компактной подгруппы . . . 199
3.2. Конструкция натурального расслоения и его свойства . . . 200
3.3. Некоторые примеры натуральных расслоений . . . 201
3.4. О единственности натурального расслоения . . . 203
3.5. Случаи малой размерности слоя или базы . . . 204
§ 4. Структурное расслоение . . . 205
4.1. Правильные транзитивные действия групп Ли . . . 205

4.2. Строение базы натурального расслоения . . . 206
4.3. Некоторые примеры структурных расслоений . . . 207
§ 5. Фундаментальная группа . . . 208
5.1. О понятии соизмеримости групп . . . 208
5.2. Вложение фундаментальной группы в группу Ли . . . 209
5.3. Разрешимая и полупростая компоненты . . . 210
5.4. Когомологическая размерность . . . 211
5.5. Эйлерова характеристика . . . 212
5.6. Число концов . . . 213
§ 6. Некоторые классы компактных однородных пространств . . . 213
6.1. Три компоненты компактного однородного пространства и случаи тривиальности двух из них . . . 213
6.2. Случаи тривиальности одной из компонент . . . 214
§ 7. Асферические компактные однородные пространства . . . 215
7.1. Групповая модель асферичного компакткого однородного пространства . . . 215
7.2. О фундаментальной группе . . . 216
§ 8. Полупростые компактные однородные пространства . . . 217
8.1. Транзитивность полупростой подгруппы . . . 217
8.2. Фундаментальная группа . . . 217
8.3. О слое натурального расслоения . . . 218
§9. Разрешимые компактные однородные пространства . . . 218
9.1. Свойства натурального расслоения . . . 218
9.2. Элементарные разрешимые однородные пространства . . . 219
§ 10. Компактные однородные пространства с дискретной стационарной подгруппой . . . 220
Глава 6. Действия групп Ли на многообразиях малой размерности . . . 222
§ 1. Классификация локальных действий . . . 222
1.1. Замечания о локальных действиях . . . 222
1.2. Классификация локальных действий групп Ли на $\mathbb{R}^1$, $\mathbb{C}^1$ . . . 224
1.3. Классификация локальных действий групп Ли на $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{C}^2$ . . . 225
§ 2. Однородные пространства размерности ≤ 3 . . . 229
2.1. Одномерные однородные пространства . . . 229
2.2. Двумерные однородные пространства (однородные поверхности) . . . 230
2.3. Трехмерные однородные многообразия . . . 231
§ 3. Компактные однородные многообразии малой размерности . . . 232
3.1. О четырехмерных компактных однородных многообразиях . . . 232
3.2. Компактные однородные многообразия размерности ≤ 6 . . . 233
3.3. О компактных однородных многообразиях размерности ≥ 7 . . . 234
Литература . . . 235

Год издания 1988

Том 21
ГРУППЫ ЛИ И АЛГЕБРЫ ЛИ — 2
Консультирующие редакторы-составители:
докт. физ.-мат. наук Э.Б. Винберг
докт. физ.-мат. наук А.Л. Онищик

УДК 512.743.3; 512,817

I. ДИСКРЕТНЫЕ ПОДГРУППЫ ГРУПП

Э.Б. Винберг, В.В. Горбацевич, О.В. Шварцман

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
Глава 1. Общие сведения о дискретных подгруппах локально компактных топологических групп . . . 10
§ 1. Простейшие свойства решеток . . . 10
1.1. Определение дискретной подгруппы. Примеры . . . 10
1.2. Соизмеримость и приводимость решеток . . . 13
§ 2. Дискретные группы преобразований . . . 14
2.1. Основные определения и примеры . . . 14
2.2. Покрывающее множество и фундаментальная область дискретной группы преобразований . . . 17
§ 3. Теоретико-групповые свойства решеток в группах Ли . . . 20
3.1. Конечная представимость решеток . . . 20

3.2. Теорема Сельберга и некоторые ее следствия . . . 21
3.3. Свойство (T) . . . 21
§ 4. Пересечение дискретных подгрупп с замкнутыми подгруппами . . . 22
4.1. Г-замкнутость подгрупп . . . 22
4.2. Подгруппы с хорошей Г-наследственностью . . . 24
4.3. Факторгруппы с хорошей Г-наследственносгью . . . 25
§ 5. Пространство решеток локально компактной группы . . . 26
5.1. Топология Шаботи . . . 26
5.2. Лемма Минковского . . . 27
5.3. Критерий Малера . . . 27
§ 6. Жесткость дискретных подгрупп групп Ли . . . 29
6.1. Пространство гомоморфизмов и деформации . . . 29
6.2. Жесткость и когомологии . . . 30
6.3. Деформации равномерных подгрупп . . . 31
§ 7. Арифметические подгруппы групп Ли . . . 32
7.1. Определение арифметической подгруппы . . . 32
7.2. Когда арифметические подгруппы являются решетками (равномерными решетками)? . . . 34
7.3. Теорема Бореля – Хариш-Чандры и теорема Годемана . . . 36
7.4. Определение арифметической подгруппы группы Ли . . . 37
§ 8. Теорема плотности Бореля . . . 38
8.1. Свойство (S) . . . 38
8.2. Доказательство теоремы плотности . . . 39
Глава 2. Решетки в разрешимых группах Ли . . . 40
§ 1. Дискретные подгруппы в абелевых группах Ли . . . 40
1.1. Исторические замечания . . . 40
1.2. Строение дискретных подгрупп в односвязных абелевых группах Ли . . . 41
1.3. Строение дискретных подгрупп в произвольных связных абелевых группах Ли . . . 42
1.4. Использование языка теории алгебраических групп . . . 42
1.5. Распространимость гомоморфизмов решеток . . . 43
§ 2. Решетки в нильпотентных группах Ли . . . 43
2.1. Вводные замечания и примеры . . . 43
2.2. Строение решеток в нильпотентных группах Ли . . . 44
2.3. Гомоморфизмы решеток в нильпотентных группах Ли . . . 46
2.4. Существование решеток в нильпотентных группах Ли и их классификация . . . 47
2.5. Решетки и решеточные подгруппы в нильпотентных группах Ли . . . 49
§ 3. Решетки в произвольных разрешимых группах Ли . . . 49
3.1. Примеры решеток в разрешимых группах Ли малой размерности . . . 49
3.2. Топология солвмногообразий вид R/Γ . . . 50
3.3. Некоторые общие свойства решеток в разрешимых группах Ли . . . 51
3.4. Структурная теорема Мостова . . . 52
3.5. Группы Вана . . . 52
3.6. Расщепление разрешимых групп Ли . . . 53
3.7. Критерий существования решетки в односвязной разрешимой группе Ли . . . 55
3.8. Расщепление Вана и его применения . . . 56
3.9. Алгебраическое расщепление и его применения . . . 59
3.10. Линейная представимость решеток . . . 61
§ 4. Деформации и когомологии решеток в разрешимых группах Ли . . . 62
4.1. Описание деформаций решеток в односвязных разрешимых группах Ли . . . 62
4.2. О когомологиях решеток в разрешимых группах Ли . . . 64
§ 5. Решетки в разрешимых группах Ли, принадлежащих к некоторым специальным классам . . . 65
5.1. Решетки в разрешимых группах Ли типа (I) . . . 65
5.2. Решетки в группах Ли типа (R) . . . 65
5.3. Решетки в группах Ли типа (E) . . . 66
5.4. Решетки в комплексных разрешимых группах Ли . . . 66
5.5. Разрешимые группы Ли малой размерности, имеющие решетки . . . 67
Глава 3. Решетки в полупростых группах Ли . . . 68
§ 1. Общие сведения . . . 68
1.1. Приводимость решеток . . . 68
1.2. Теорема плотности . . . 68
§ 2. Теория приведения . . . 69
2.1. Геометрический язык. Конструкция приведенного базиса . . . 69
2.2. Доказательство критерия Малера . . . 72
2.3. Область Зигеля . . . 72
§ 3. Теорема Бореля – Хариш-Чандры (продолжение) . . . 75
3.1. Случай тора . . . 75
3.2. Полупростой случай (области Зигеля) . . . 77
3.3. Доказательство теоремы Годемана в полупростом случае . . . 79
§ 4. Критерий равномерности, решетки. Кообъемы решеток . . . 79
4.1. Унипотентные элементы в решетках . . . 79
4.2. Кообъемы решеток в полупростых группах Ли . . . 80
§ 5. Сильная жесткость решеток в полупростых группах Ли . . . 81

5.1. Теорема о сильной жесткости . . . 81
5.2. Компактификация Сатаке симметрических пространств . . . 83
5.3. План доказательства теоремы Мостова . . . 85
§ 6. Арифметические подгруппы . . . 86
6.1. Функтор ограничения поля . . . 87
6.2. Конструкция арифметических решеток . . . 89
6.3. Максимальные арифметические подгруппы . . . 91
6.4. Группа соизмеримости . . . 94
6.5. Нормальные подгруппы арифметических подгрупп и конгруэнцподгруппы . . . 95
6.6. Проблема арифметичности . . . 96
§ 7. Когомологии решеток в полупростых группах Ли . . . 97
7.1. Одномерные когомология . . . 97
7.2. Высшие когомологии . . . 99
Глава 4. Решетки в группах Ли общего вида . . . 101
§ 1. Теоремы Бибербаха и их обобщения . . . 101
1.1. Теоремы Бибербаха . . . 101
1.2. Решетки в $E(n)$ и плоские римановы многообразия . . . 105
1.3. Обобщения первой теоремы Бибербаха . . . 105
§ 2. Деформации решеток в группах Ли общего вида . . . 107
2.1. Описание пространства деформаций равномерных решеток . . . 107
2.2. Разложение Леви – Мостова для решеток в группах Ли общего вида . . . 108
§ 3. Некоторые когомологические свойства решеток в группах Ли . . . 110
3.1. О когомологической размерности решеток . . . 110
3.2. Эйлерова характеристика решеток в группах Ли . . . 111
3.3. Об определяемости свойств групп Ли решетками в них . . . 112
Литература . . . 115

УДК 512.664.3; 512.664.4

II. КОГОМОЛОГИИ ГРУПП И АЛГЕБР ЛИ

Б.Л. Фейгин, Д.Б. Фукс

СОДЕРЖАНИЕ

Глава I. Общая теория . . . 123
§ 1. Основные определения . . . 123
1.1. Гомологии и когомологии дискретных групп . . . 123
1.2. Включение топологии . . . 129
1.3. Когомологии и гомологии алгебр Ли . . . 131
1.4. Обобщение: когомологии полусимплициальных пучков и сигаловские когомологии . . . 138
§ 2. Простейшие общие свойства . . . 140
2.1. Индуцированные гомоморфизмы и коэффициентные последовательности . . . 140
2.2. Двойственность Пуанкаре . . . 141
2.3. Тривиальность действия групп и алгебр Ли в их когомологиях . . . 143
§ 3. Взаимосвязи между различными гомологиями и когомологиями . . . 144
3.1. Топологические когомологии группы Ли и когомологии соответствующей алгебры Ли . . . 144
3.2. Спектральная последовательность Хохшильда – Мостова . . . 146
3.3. Когомологии групп Ли и их дискретных подгрупп . . . 147
3.4. Когомологии классифицирующего пространства группы Ли и ее разрывные когомологии . . . 148
§ 4. Основные вычислительные средства . . . 149
4.1. Спектральная последовательность Серра – Хохшильда . . . 149
4.2. Связь с индуцированием и коиндуцированием модулей . . . 151
4.3. Внутренние градуировки . . . 152
Глава 2. Интерпретация когомологии и гомологии малых размерностей . . . 153
§ 1. Нульмерные и одномерные когомологии и гомологии . . . 153
1.1. Нульмерные когомологии и гомологии . . . 153
1.2. Одномерные когомологии и гомологии . . . 154
§ 2. Расширения . . . 157
2.1. Расширения групп и когомологии . . . 157
2.2. Расширения алгебр Ли и когомологии . . . 158
2.3. Расширения топологических групп и когомологии . . . 160
§ 3. Деформации . . . 163
3.1. Деформации алгебры Ли $gothg$ и $H^2(s;g)$ . . . 164
3.2. Версальные деформации алгебр Ли и других алгебраических структур . . . 167
Глава 3. Вычисления . . . 173
§ 1. Конечномерные алгебры Ли . . . 173
1.1. Случай тривиальных коэффициентов . . . 173

1.2. Случай нетривиальных коэффициентов . . . 174
1.3. Теорема Ботта – Костанта . . . 175
§ 2. Алгебры Ли векторных полей . . . 175
2.1. Полная алгебра Ли формальных векторных полей . . . 175
2.2. Случай $n = 1$ . . . 183
2.3. Другие классические алгебры Ли векторных полей . . . 185
2.4. Алгебры Ли гладких векторных полей на многообразиях . . . 188
2.5. Когомологии групп диффеоморфизмов . . . 191
§ 3. Алгебры токов . . . 192
3.1. Алгебры и группы токов и калибровочные группы . . . 192
3.2. Когомологии алгебр токов . . . 193
3.3. Когомологии алгебры Ли группы $H(E)$ . . . 196
§ 4. Алгебры Ли бесконечных матриц . . . 196
4.1. Введение . . . 196
4.2. Определение алгебры Ли бесконечных матриц . . . 197
4.3. Алгебры Ли $L(\operatorname{End} V)$ и $L(\operatorname{End}_f V)$ . . . 198
4.4. Алгебра Ли обобщенно якобиевых матриц и близкие к ней алгебры Ли . . . 199
4.5. Обобщение . . . 200
4.6. Алгебры Ли дифференциальных операторов . . . 201
§ 5. Полубесконечные гомологии . . . 202
5.1. Определение . . . 202
5.2. Вычисления для алгебр Вирасоро и Каца – Муди . . . 203
§ 6. Явные формулы для коциклов групп . . . 204
6.1. Конструкция Гишарде – Вигнера . . . 204
6.2. Конструкция Ботта . . . 205
Комментарии к литературе . . . 206
Литература . . . 206

Год издания 1988

Том 22
ТЕОРИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ И НЕКОММУТАТИВНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ — 1
Консультирующий редактор-составитель
профессор Д.А. Кириллов

УДК 517.986

I. ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ И НЕКОММУТАТИВНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

А.А. Кириллов

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Исторический обзор . . . 7
§ 1. Предисловие . . . 7
§ 2. Конечномерные представления . . . 8
§ 3. Бесконечномерные представления . . . 10
§ 4. Общая теория бесконечномерных представлений . . . 12
§ 5. Индуцированные представления . . . 12
§ 6. Представления полупростых групп . . . 13
§ 7. Метод орбит . . . 15
§ 8. Бесконечномерные группы . . . 15
§ 9. Представления супергрупп и супералгебр Ли . . . 17
Глава 2. Основные понятия теория представлений . . . 18
§ 1. Действия групп . . . 18
1.1. Действия . . . 18
1.2. Категория G-пространств . . . 19
1.3. Действия топологических групп . . . 21
§ 2. Линейные представления . . . 22
2.1. Основные определения . . . 22
2.2. Категория линейных представлений . . . 23

2.3. Проективные представления . . . 26
§ 3. Некоммутативный гармонический анализ . . . 28
3.1. Классификация представлений . . . 28
3.2. Вычисление спектра представлений . . . 28
3.3. Функторы Res и Ind . . . 29
3.4. Преобразование Фурье на группе . . . 29
3.5. Специальные функции и теория представлений . . . 30
3.6. Вычисление обобщенных и инфинитезимальных характеров представлений групп Ли . . . 31
Глава 3. Представления конечных групп . . . 31
§ 1. Общая теория комплексных конечномерных представлений . . . 31
1.1. Формулировка основных результатов . . . 31
1.2. Лемма Шура и ее следствия . . . 32
§ 2. Теория характеров и групповые алгебры . . . 35
2.1. Основные свойства характеров . . . 35
2.2. Групповая алгебра . . . 37
2.3. Преобразование Фурье . . . 37
§ 3. Разложение представлений . . . 39
§ 4. Связь представлений группы и подгруппы . . . 42
4.1. Функторы Res и Ind . . . 42
4.2. Индуцированные представления . . . 44
4.3. Большие и сферические подгруппы . . . 46
§ 5. Кольцо представлений. Операции над представлениями . . . 47
5.1. Виртуальные представления . . . 47
5.2. Операции над представлениями . . . 48
§ 6. Представления над другими полями и кольцами . . . 50
6.1. Основные определения и факты . . . 50
6.2. Вещественные представления . . . 52
6.3. Целочисленные и модулярные представления . . . 53
§ 7. Проективные представления конечных групп . . . 53
§ 8. Представления симметрической группы . . . 54
8.1. Обозначения и вспомогательные конструкции . . . 54
8.2. Неприводимые представления . . . 55
8.3. Примеры представлений . . . 56
8.4. Правило ветвления . . . 59
8.5. Кольцо R . . . 60
Глава 4. Представления компактных групп . . . 61
§ 1. Инвариантное интегрирование . . . 61
1.1. Мера Хаара . . . 61
1.2. Примеры . . . 62
1.3. Интегрирование векторных и операторных функций . . . 64
§ 2. Общие свойства представлений . . . 64
2.1. Формулировка результатов . . . 64
2.2. Характеры . . . 66
2.3. Групповые алгебры и преобразование Фурье . . . 67
2.4. Разложение представлений . . . 69
§ 3. Представления групп $SU(2)$ и $SO(3)$ . . . 70
3.1. Группа $SU(2)$ . . . 70
3.2. Группа $SO(3)$ . . . 74
3.3. Гармонический анализ на двумерной сфере . . . 75
Глава 5. Конечномерные представления групп Ли . . . 77
§ 1. Группы Ли и алгебры Ли . . . 77
§ 2. Представления разрешимых групп Ли . . . 81
§ 3. Обертывающая алгебра . . . 83
§ 4. Операторы Лапласа (Казимира) . . . 87
§ 5. Представления группы $SU(2)$ (инфинитезимальный подход) . . . 89
§ 6. Представления полупростых групп Ли . . . 91
6.1. Полупростые группы и алгебры Ли . . . 92
6.2. Веса и корни . . . 93
6.3. Представления полупростых алгебр и алгебр Ли . . . 96
6.4. Некоторые формулы . . . 99
Глава 6. Общая теория бесконечномерных унитарных представлений . . . 100
§ 1. Алгебры операторов в гильбертовом пространстве и разложение унитарных представлений . . . 100
1.1. C^*-алгебры . . . 100
1.2. Состояния и представления C^*-алгебр . . . 102
1.3. Алгебры Неймана . . . 103
1.4. Непрерывные суммы гильбертовых пространств и алгебр Неймана . . . 105
1.5. Разложение унитарных представлений . . . 108
§ 2. Групповые алгебры локально компактных групп . . . 110
2.1. Интегрирование на группах и однородных пространствах . . . 110
2.2. Алгебры $L_1(G)$ и $C^*(G)$ . . . 113
2.3. Унитарное индуцирование . . . 114

§ 3. Теория двойственности . . . 117
3.1. Топология в множестве неприводимых унитарных представлений . . . 117
3.2. Абстрактная теорема Планшереля . . . 119
3.3. Кольцевые группы и двойственность . . . 120
§ 4. Теория характеров . . . 122
4.1. Обобщенные характеры . . . 122
4.2. Инфинитезимальные характеры . . . 125
Глава 7. Метод орбит в теории представлений . . . 127
§ 1. Симплектическая геометрия однородных пространств . . . 127
1.1. Локальные алгебры Ли . . . 127
1.2. Однородные симплектические многообразия . . . 130
1.3. Орбиты в коприсоединенном представлении . . . 133
§ 2. Представления нильпотентных групп Ли . . . 136
2.1. Формулировка основного результата . . . 136
2.2. Топология в G на языке орбит . . . 140
2.3. Функторы Res и Ind . . . 142
2.4. Вычисление характеров по орбитам . . . 143
2.5. Инфинитезимальные характеры и орбиты . . . 145
§ 3. Представления разрешимых групп Ли . . . 146
3.1. Экспоненциальные группы . . . 147
3.2. Общие разрешимые группы . . . 149
§ 4. Метод орбит для других классов групп . . . 153
4.1. Полупростые группы . . . 153
4.2. Общие группы Ли . . . 155
4.3. Бесконечномерные группы Ли . . . 156
4.4. Представления супергрупп и супералгебр Ли . . . 157
Литература . . . 157

УДК 517.986

II. ПРЕДСТАВЛЕНИЯ АЛГЕБРЫ ВИРАСОРО И АФФИННЫХ АЛГЕБР

Ю.А. Неретин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 164
§ 1. Группа диффеоморфизмов окружности . . . 167
1.0. Обозначения . . . 167
1.1. Конечномерные подгруппы в Diff . . . 167
1.2. Накрытие $\mathrm{Diff}^{(\infty)}$ над Diff . . . 168
1.3. Центральное расширение $\mathrm{Diff}^{(\infty)}$ . . . 168
1.4. Тривиальная серия представлений . . . 169
Дополнения . . . 169
Д. 1.1. Задачи типа теории инвариантов . . . 169
Д. 1.2. Представления Diff конечной функциональной размерности . . . 170
Д. 1.3. Динамические системы и представления групп . . . 171
Д 1.4. Меры, квазиинвариантные относительно $\mathrm{Diff}(M^n)$ . . . 172
Д 1.5. Представления класса I . . . 173
§ 2. Модули Верма над алгеброй Вирасоро . . . 175
2.0. Определения . . . 175
2.1. Свойства модулей Верма . . . 175
2.2. Определители формы Шаповалова . . . 176
23. Свойства квадрик $\Phi_{\alpha,\beta}(h,c)=0$ . . . 177
2.4. Структура модулей Верма . . . 178
§ 3. Метод вторичного квантования . . . 180
3.1. Бесконечномерные (G,K)-пары . . . 180
3.2. Бозонное пространство Фока . . . 180
3.3. Представление А. Вейля . . . 182
3.4. Фермионное пространство Фока . . . 184
3.5. Спинорное представление $(O(2\infty,\mathbb{R}),U(\infty)$, $(O(2\infty+1,\mathbb{R}),U(\infty)$ и $(O(2\infty,\mathbb{C}),GL(\infty,\mathbb{C})$ . . . 185
3.6. Представления (G,K)-пар . . . 186
Дополнения . . . 188
Д3.1. Схема Араки и мультипликативный интеграл . . . 188
Д.3.2. Пространство $L^2(\mathbb{R}^\infty)$ как модель пространства Фока . . . 190
§ 4. Почти инвариантные структуры . . . 190
4.1. Почти инвариантное скалярное произведение (вложение Diff в $(GL(\infty,\mathbb{R}),GL(\infty,\mathbb{R}))$ . . . 190
4.2. Почти инвариантная кватернионная структура . . . 191

4.3. Вложение Diff в $(U(2\infty), U(\infty) \times U(infty))$ . . . 192
4.4. Почти инвариантная индефинитная форма . . . 192
4.5. Список известных почти инвариантных структур . . . 193
4.6. Вложение Diff в $(Sp(2\infty, \mathbb{R}), U(\infty))$ . . . 194
4.7. Вложение $\mathrm{Diff}^{(2)}$ в $(O(2\infty, \mathbb{R}), U(\infty))$ . . . 195
§ 5. Унитарные представления Diff . . . 196
5.1. Конструкции представлений со старшим весом . . . 196
5.2. Условие унитаризуемости модулей $L(h, c)$ . . . 198
5.3. Интегрируемость . . . 200
5.4. Пример серии унитарных представлений Diff без старшего веса . . . 201
5.5. О тензорных произведениях унитарных представлений $PSL_2^{(\infty)}(\mathbb{R})$ . . . 202
5.6. Представления $\mathrm{Diff}^{(infty)}$, соответствующие почти инвариантным структурам . . . 202
Дополнения . . . 203
Д.5.1. О p-адических аналогах . . . 203
§ 6. Аффинные алгебры . . . 204
6.0. Обозначения к § 6.8 . . . 204
6.1. Аффинные алгебры . . . 204
6.2. Группы Ли. соответствующие аффинным алгебрам . . . 205
6.3. Системы корней . . . 205
Дополнения . . . 206
Д.6.1. Диаграммы Дынкина . . . 206
Д.6.2. Внешние автоморфизмы . . . 207
Д.6.3. Аффинная группа Г. Вейля . . . 207
§ 7. Представления групп $\mathrm{Diff}_\times C^\infty(S^1, K)$ . . . 208
7.1. Модули со старшим весом над G . . . 208
7.2. Действие Diff на модулях $L(\Lambda)$ . . . 209
7.3. Вычитание алгебр Вирасоро (Конструкция Годдарда – Кента – Олива) . . . 210
7.4. Существование особых модулей $L(h, c)$ . . . 210
Дополнения . . . 211
Д.7.1. Формула Г. Вейля для характеров . . . 211
§ 8. Конструкции базисных модулей . . . 211
8.1. Фермионная конструкция . . . 211
8.2. Правильные торы . . . 213
8.3. Скрученная вертексная конструкция для sl_2 . . . 213
8.4. Конструкция Г. Сигала для sl_2 . . . 215
8.5. Заключительные замечания . . . 218
Дополнения . . . 219
Д.8.1. Почти инвариантные структуры и мультипликативные интегралы . . . 219
§ 9. Голоморфные продолжения . . . 220
9.1. Частичная комплексификация группы Diff . . . 220
9.2. Продолжение представлений на полугруппу Γ . . . 221
9.3. Интегрируемость неунитаризуемых модулей $L(h, c)$ . . . 221
9.4. Представления комплексных групп $C^\infty(S^1, K)$ . . . 222
Дополнения . . . 223
Д.9.1. Область Зигеля для Diff . . . 223
Литература . . . 223

Год издания 1988

Том 23
АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ — 1
Консультирующий редактор-составитель
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 512.772+515.173.2

РИМАНОВЫ ПОВЕРХНОСТИ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ

В.В. Шокуров

СОДЕРЖАНИЕ

Введение (И.Р. Шафаревич) . . . 7
Глава 1. Римановы поверхности . . . 20
§ 1. Исходные понятия . . . 20
1.1. Комплексная карта. Комплексные координаты . . . 20
1.2. Комплексно аналитический атлас . . . 21
1.3. Комплексно аналитические многообразия . . . 21
1.4. Отображения комплексных многообразий . . . 23
1.5. Размерность комплексного многообразия . . . 24
1.6. Римановы поверхности . . . 24
1.7. Дифференцируемые многообразия . . . 27
§ 2. Отображения римановых поверхностей . . . 27
2.1. Дискретность непостоянных отображений римановых поверхностей . . . 28
2.2. Мероморфные функции на римановой поверхности . . . 28
2.3. Мероморфные функции с предписанным поведением в полюсах . . . 30
2.4. Кратность отображения. Порядок функции . . . 30
2.5. Топологические свойства отображений римановых поверхностей . . . 31
2.6. Дивизоры на римановых поверхностях . . . 32
2.7. Конечные отображения римановых поверхностей . . . 34
2.8. Неразветвленные накрытия римановых поверхностей . . . 34
2.9. Универсальная накрывающая . . . 35
2.10. Продолжение отображений . . . 36
2.11. Риманова поверхность алгебраической функции . . . 37
§ 3. Топология римановых поверхностей . . . 40
3.1. Ориентируемость . . . 40
3.2. Триангулируемость . . . 41
3.3. Развертка. Топологический род . . . 42
3.4. Строение фундаментальной группы . . . 42
3.5. Эйлерова характеристика . . . 43
3.6. Формулы Гурвица . . . 44
3.7. Гомологии. Когомологии. Числа Бетти . . . 47
3.8. Индекс пересечения. Двойственность Пуанкаре . . . 47
§ 4. Анализ на римановых поверхностях . . . 49
4.1. Касательные вектора. Дифференцирования . . . 49
4.2. Дифференциальные формы . . . 49
4.3. Внешние дифференцирования. Когомологии де Рама . . . 51
4.4. Кэлеровы и римановы метрики . . . 52
4.5. Интегрирование внешних дифференциалов. Формула Грина . . . 53
4.6. Периоды. Изоморфизм де Рама . . . 55
4.7. Голоморфные дифференциалы. Геометрический род. Билинейные соотношения Римана . . . 57
4.8. Мероморфные дифференциалы. Канонические дивизоры . . . 59
4.9. Мероморфные дифференциалы с предписанным поведением в полюсах. Вычеты . . . 61
4.10. Периоды мероморфных дифференциалов . . . 62
4.11. Гармонические дифференциалы . . . 63
4.12. Гильбертово пространство дифференциалов. Гармоническая проекция . . . 64
4.13. Разложение Ходжа . . . 67
4.14. Существование мероморфных дифференциалов и функций . . . 68
4.15. Принцип Дирихле . . . 70
§ 5. Классификация римановых поверхностей . . . 71
5.1. Канонические области . . . 72
5.2. Униформизация . . . 72
5.3. Типы римановых поверхностей . . . 73
5.4. Автоморфизмы канонических областей . . . 73
5.5. Римановы поверхности эллиптического типа . . . 75
5.6. Римановы поверхности параболического типа . . . 75
5.7. Римановы поверхности гиперболического типа . . . 76
5.8. Автоморфные формы. Ряды Пуанкаре . . . 79
5.9. Факторизация по дискретному действию. Абсолютный инвариант . . . 81
5.10. Модули римановых поверхностей . . . 82
§ 6. Алгебраичность компактных римановых поверхностей . . . 83
6.1. Пространства функций и отображения, ассоциированные с дивизорами . . . 85
6.2. Формула Римана – Роха. Закон взаимности для дифференциалов первого и второго рода . . . 88
6.3. Приложения формулы Римана – Роха к задачам о существовании мероморфных функций и дифференциалов 90
6.4. Проективность компактных римановых поверхностей . . . 91
6.5. Алгебраичность проективных модулей. Арифметические римановы поверхности . . . 92
6.6. Модели римановых поверхностей рода 1 . . . 93
Глава 2. Алгебраические кривые . . . 95
§ 1. Необходимые понятия . . . 95
1.1. Алгебраические многообразия, Топология Зарисского . . . 95
1.2. Регулярные функции и отображения . . . 97

1.3. Замкнутость образа проективного многообразия . . . 99
1.4. Неприводимость. Размерность . . . 99
1.5. Алгебраические кривые . . . 100
1.6. Особые и неособые точки многообразий . . . 100
1.7. Рациональные функции, отображения и многообразия . . . 103
1.8. Дифференциалы . . . 109
1.9. Теоремы сравнения . . . 111
1.10. Принцип Лефшеца . . . 112
§ 2. Формула Римана – Роха . . . 113
2.1. Кратность отображения. Ветвления . . . 113
2.2. Дивизоры . . . 114
2.3. Пересечение плоских кривых . . . 117
2.4. Формулы Гурвица . . . 118
2.5. Пространства функций и дифференциалов, ассоциированные с дивизорами . . . 119
2.6. Теоремы сравнения (продолжение) . . . 119
2.7. Формула Римана – Роха . . . 120
2.8. Подходы к доказательству . . . 120
2.9. Первые приложения . . . 120
2.10. Счет параметров по Риману . . . 124
§ 3. Геометрия проективных кривых . . . 125
3.1. Линейные системы . . . 125
3.2. Отображения кривых в P^n . . . 126
3.3. Общие гиперплоские сечения . . . 128
3.4. Геометрическая интерпретация формулы Римана – Роха . . . 129
3.5. Неравенство Клиффорда . . . 131
3.6. Неравенство Кастельнуово . . . 132
3.7. Пространственные кривые . . . 133
3.8. Проективная нормальность . . . 135
3.9. Идеал кривой. Пересечения квадрик . . . 136
3.10. Полные пересечения . . . 138
3.11. Простейшие особенности кривых . . . 140
3.12. Формула Клебша . . . 141
3.13. Двойственные кривые . . . 142
3.14. Формула Плюккера для класса . . . 143
3.15. Соответствие ветвей. Двойственные формулы . . . 144
Глава 3. Якобианы и абелевы многообразия . . . 145
§ 1. Абелевы многообразия . . . 145
1.1. Алгебраические группы . . . 146
1.2. Абелевы многообразия . . . 146
1.3. Алгебраичность комплексных торов. Поляризованные торы . . . 147
1.4. Тета-функция и тета-дивизор Римана . . . 151
1.5. Главнополяризованные абелевы многообразия . . . 153
1.6. Точки конечного порядка абелевых многообразий . . . 154
1.7. Эллиптические кривые . . . 157
§ 2. Якобианы кривых и римановых поверхностей . . . 160
2.1. Главные дивизоры на римановых поверхностях . . . 160
2.2. Проблема обращения . . . 161
2.3. Группа Пикара . . . 162
2.4. Многообразия Пикара и их универсальность . . . 162
2.5. Дивизоры поляризации якобиана кривой. Формулы Пуанкаре . . . 164
2.6. Якобиан кривой рода 1 . . . 167
Литература . . . 168

УДК 512.7

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МНОГООБРАЗИЯ И СХЕМЫ

В.И. Данилов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 175
Глава 1. Алгебраические многообразия: основные понятия . . . 176
§ 1. Аффинное пространство . . . 177
1.1. Основное поле . . . 177
1.2. Афинное пространство . . . 177
1.3. Алгебраические подмножества . . . 178
1.4. Системы алгебраических уравнений и идеалы . . . 179

1.5. Теорема Гильберта о нулях . . . 180
§ 2. Аффинные алгебраические многообразия . . . 181
2.1. Аффинные многообразия . . . 181
2.2. Абстрактные аффинные многообразия . . . 182
2.3. Аффинные схемы . . . 183
2.4. Произведения аффинных многообразий . . . 184
2.5. Пересечение подмногообразий . . . 184
2.6. Слои морфизма . . . 185
2.7. Топология Зарисского . . . 186
2.8. Локализация . . . 188
2.9. Квазиаффинные многообразия . . . 189
2.10. Аффинная алгебраическая геометрия . . . 189
§ 3. Алгебраические многообразия . . . 190
3.1. Проективное пространство . . . 191
3.2. Атласы и многообразия . . . 192
3.3. Склеивание . . . 193
3.4. Многообразие Грассмана . . . 194
3.5. Проективные многообразия . . . 194
§ 4. Морфизмы алгебраических многообразий . . . 195
4.1. Определения . . . 195
4.2. Произведения многообразий . . . 196
4.3. Отношения эквивалентности . . . 197
4.4. Проектирование . . . 198
4.5. Морфизм Веронезе . . . 199
4.6. Морфизм Сегре . . . 200
4.7. Морфизм Плюккера . . . 200
§ 5. Векторные расслоения . . . 201
5.1. Алгебраические группы . . . 201
5.2. Векторные расслоения . . . 202
5.3. Тавтологические расслоения . . . 202
5.4. Конструкции с расслоениями . . . 203
§ 6. Когерентные пучки . . . 203
6.1. Предпучки . . . 203
6.2. Пучки . . . 204
6.3. Пучки модулей . . . 205
6.4. Когерентные пучки модулей . . . 206
6.5. Пучки идеалов . . . 207
6.6. Конструкции многообразий . . . 207
§ 7. Дифференциальное исчисление на алгебраических многообразиях . . . 208
7.1. Дифференциал регулярной функции . . . 208
7.2. Касательное пространство . . . 210
7.3. Касательный конус . . . 210
7.4. Гладкие многообразия и морфизмы . . . 212
7.5. Нормальное расслоение . . . 212
7.6. Касательное расслоение . . . 213
7.7. Пучки дифференциалов . . . 213
Глава 2. Алгебраические многообразия: основные свойства . . . 215
§ 1. Рациональные отображения . . . 215
1.1. Неприводимые многообразия . . . 215
1.2. Нётеровы пространства . . . 216
1.3. Рациональные функции . . . 217
1.4. Рациональные отображения . . . 217
1.5. График рационального отображения . . . 218
1.6. Раздутие точки . . . 220
1.7. Раздутие подсхемы . . . 221
§ 2. Конечные морфизмы . . . 222
2.1. Квазиконечные морфизмы . . . 222
2.2. Конечные морфизмы . . . 222
2.3. Замкнутость конечных морфизмов . . . 223
2.4. Применение к линейный проекциям . . . 223
2.5. Теоремы о нормализации . . . 224
2.6. Теорема о конструктивности . . . 224
2.7. Нормальные многообразия . . . 225
2.8. Открытость конечных морфизмов . . . 225
§ 3. Полные многообразия и собственные морфизмы . . . 226
3.1. Определения . . . 226
3.2. Свойства полных многообразий . . . 227
3.3. Полнота проективных многообразий . . . 227
3.4. Пример полного непроективного многообразия . . . 228
3.5. Теорема конечности . . . 229
3.6. Теорема о связности . . . 230

3.7. Разложение Штейна . . . 231
§ 4. Теория размерности . . . 231
4.1. Комбинаторное определение размерности . . . 231
4.2. Размерность и конечные морфизмы . . . 232
4.3. Размерность гиперповерхности . . . 232
4.4. Теорема о размерности слоев . . . 233
4.5. Теорема Шевалле о полунепрерывности . . . 233
4.6. Размерность пересечений в аффинном пространстве . . . 234
4.7. Теорема об общей гладкости . . . 234
§ 5. Неразветвленные и этальные морфизмы . . . 235
5.1. Теорема о неявной функции . . . 235
5.2. Неразветвленные морфизмы . . . 235
5.3. Вложение проективных многообразий . . . 236
5.4. Этальные морфизмы . . . 237
5.5. Этальные накрытия . . . 238
5.6. Степень конечного морфизма . . . 238
5.7. Принцип постоянства . . . 239
§ 6. Локальные свойства гладких многообразий . . . 240
6.1. Гладкие точки . . . 240
6.2. Локальная неприводимость . . . 240
6.3. Факториальные многообразия . . . 241
6.4. Подмногообразия большей коразмерности . . . 242
6.5. Пересечения на гладком многообразии . . . 243
6.6. Свойство Коэна – Маколея . . . 243
§ 7. Применение к бирациональной геометрии . . . 245
7.1. Фундаментальные точки . . . 245
7.2. Основная теорема Зарисского . . . 245
7.3. Поведение дифференциальных форм при рациональных отображениях . . . 246
7.4. Исключительное многообразие бирационального морфизма . . . 246
7.5. Разрешение особенностей . . . 247
7.6. Критерий нормальности . . . 248
Глава 3. Геометрия на алгебраическом многообразии . . . 249
§ 1. Линейные сечения проективного многообразия . . . 249
1.1. Внешняя геометрия многообразия . . . 249
1.2. Универсальное линейное сечение . . . 250
1.3. Гиперплоские сечения . . . 251
1.4. Теорема о связности . . . 252
1.5. Линейное соединение . . . 253
1.6. Применения теоремы о связности . . . 254
§ 2. Степень проективного многообразия . . . 255
2.1. Определение степени . . . 255
2.2. Теорема Безу . . . 256
2.3. Степень и коразмерность . . . 257
2.4. Степень линейной проекции . . . 258
2.5. Многочлен Гильберта . . . 259
2.6. Арифметический род . . . 259
§ 3. Дивизоры . . . 260
3.1. Дивизоры Картье . . . 260
3.2. Дивизоры Вейля . . . 261
3.3. Дивизоры и обратимые пучки . . . 261
3.4 Функториальность . . . 262
3.5. Теорема о вырезании . . . 262
3.6. Дивизоры на кривых . . . 263
§ 4. Линейные системы дивизоров . . . 265
4.1. Семейства дивизоров . . . 265
4.2. Линейные системы дивизоров . . . 266
4.3. Свободные линейные системы . . . 266
4.4. Обильные системы . . . 267
4.5. Линейные системы и рациональные отображения . . . 267
4.6. Пучки . . . 270
4.7. Линейная и проективная нормальность . . . 270
§ 5. Алгебраические циклы . . . 271
5.1. Определения . . . 271
5.2. Прямой образ цикла . . . 271
5.3. Рациональная эквивалентность циклов . . . 272
5.4. Теорема о вырезании . . . 273
5.5. Пересечения циклов с дивизорами . . . 274
5.6. Классы Сегре векторных расслоений . . . 274
5.7. Принцип расщепления . . . 275
§ 6. Теория пересечений . . . 275
6.1. Пересечение циклов . . . 275

6.2. Деформация к нормальному конусу . . . 276
6.3. Гомоморфизм Гизина . . . 277
6.4. Кольцо Чжоу . . . 277
6.5. Кольцо Чжоу проективного пространства . . . 278
6.6. Кольцо Чжоу грассманиана . . . 278
6.7. Пересечения на поверхностях . . . 279
§ 7. Многообразие Чжоу . . . 280
7.1. Циклы на P^n . . . 280
7.2. От циклов к дивизорам . . . 282
7.3. От дивизоров к циклам . . . 282
7.4. Циклы на произвольных многообразиях . . . 283
7.5. Исчислительная геометрия . . . 283
7.6. Прямые на кубике . . . 283
7.7. Задача о пяти кониках . . . 284
Глава 4. Схемы . . . 285
§ 1. Алгебраические уравнения . . . 285
1.1. Вещественные уравнения . . . 286
1.2. Уравнения мал полем . . . 286
1.3. Уравнения над кольцами . . . 287
1.4. Простей спектр . . . 287
1.5. Сравнение с многообразиями . . . 288
§ 2. Аффинные схемы . . . 289
2.1. Функции на спектре . . . 289
2.2. Топология на спектре . . . 289
2.3. Структурный пучок . . . 290
2.4. Функториальность . . . 290
2.5. Пример — аффинная прямая . . . 291
2.6. Пример — абстрактный вектор . . . 291
§ 3. Схемы . . . 292
3.1. Определения . . . 292
3.2. Примеры . . . 292
3.3. Относительные схемы . . . 293
3.4. Свойства схем . . . 294
3.5. Свойства морфизмов . . . 295
3.6. Регулярные схемы . . . 295
3.7. Плоские морфизмы 295 . . . 296
§ 4. Алгебраические схемы и их семейства . . . 296
4.1. Алгебраические схемы . . . 296
4.2. Геометризация . . . 296
4.3. Геометрические свойства алгебраических схем . . . 297
4.4. Семейство алгебраических схем . . . 298
4.5. Гладкие семейства . . . 298
Литература . . . 299

Год издания 1988

Том 24
ТОПОЛОГИЯ — 2
Консультирующие редакторы-составители:
академик С.П. Новиков,
доктор физико-математических наук В.А. Рохлин

УДК 515.143

I. ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ГОМОТОПИЙ

О.Я. Виро, Д.Б. Фукс

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Основные понятия . . . 8
§ 1. Термины и обозначения . . . 8
1.1. Теория множеств . . . 8
1.2. Новый союз . . . 9

1.3. Топологические пространства . . . 9
1.4. Операция над топологическими пространствами . . . 10
1.5. Операции над пространствами с отмеченной точкой . . . 14
§ 2. Гомотопия . . . 16
2.1. Гомотопии и гомотопность . . . 16
2.2. Пути . . . 17
2.3. Гомотопия как путь . . . 17
2.4. Гомотопическая эквивалентность . . . 17
2.5. Ретракции . . . 18
2.6. Деформационные ретракции . . . 18
2.7. Относительные гомотопии . . . 19
2.8. K-связность . . . 20
2.9. Пары Борсука . . . 21
2.10. Корсы . . . 22
2.11. Гомотопические свойства топологических конструкций . . . 23
2.12. Естественные групповые структуры в множествах гомотопических классов . . . 24
§ 3. Гомотопические группы . . . 28
3.1. Абсолютные гомотопические группы . . . 28
3.2. Отступление: ансамбли . . . 31
3.3. Ансамбли гомотопических групп топологического пространства . . . 32
3.4. Относительные гомотопические группы . . . 36
3.5. Гомотопическая последовательность пары . . . 39
3.6. Расщепление . . . 42
3.7. Гомотопическая последовательность тройки . . . 43
Глава 2. Техника расслоений . . . 44
§ 4. Расслоения . . . 44
4.1. Общие определения . . . 44
4.2. Локально тривиальные расслоения . . . 47
4.3. Расслоения Серра . . . 48
4.4. Расслоения пространств отображений . . . 50
§ 5. Расслоения и гомотопические группы . . . 51
5.1. Ансамбли гомотопических групп слоев расслоения Серра . . . 51
5.2. Гомотопическая последовательность расслоения Серра . . . 52
5.3. Важнейшие специальные случаи . . . 54
§ 6. Теория накрытий . . . 55
6.1. Накрытия . . . 55
6.2. Группа накрытия . . . 56
6.3. Иерархия накрытий . . . 56
6.4. Существование накрытий . . . 57
6.5. Автоморфизмы накрытия . . . 58
6.6. Регулярные накрытия . . . 58
6.7. Накрывающие отображения . . . 59
Глава 3. Клеточная техника . . . 60
§ 7. Клеточные пространства . . . 60
7.1. Основные понятия . . . 60
7.2. Склеивание клеточных пространств из шаров . . . 64
7.3. Примеры клеточных разбиений . . . 65
7.4. Топологические свойства клеточных пространств . . . 69
7.5. Клеточные конструкции . . . 69
§ 8. Симплициальные пространства . . . 72
8.1. Основные понятия . . . 72
8.2. Симплициальные схемы . . . 77
8.3. Симплициальные конструкции . . . 79
8.4. Звезды, линки, регулярные окрестности . . . 83
8.5. Симплициальная аппроксимация непрерывного отображения . . . 85
§ 9. Клеточная аппроксимация отображений и пространств . . . 85
9.1. Клеточная аппроксимация непрерывного отображения . . . 85
9.2. Клеточные k-связные пары . . . 86
9.3. Симплициальная аппроксимация клеточных пространств . . . 88
9.4. Слабая гомотопическая эквивалентность . . . 88
9.5. Клеточная аппроксимация топологических пространств . . . 92
9.6. Теорема о накрывающей гомотопии . . . 94
Глава 4. Простейшие вычисления . . . 95
§ 10. Гомотопические группы сфер и классических многообразий . . . 95
10.1. Надстройка в гомотопических группах сфер . . . 95
10.2. Простейшие гомотопические группы сфер . . . 96
10.3. Композиционное умножение . . . 98
10.4. Гомотопические группы сфер . . . 99
10.5. Гомотопические группы проективных пространств и линз . . . 101
10.6. Гомотопические группы классических групп . . . 102
10.7. Гомотопические группы многообразий и пространств Штифеля . . . 104

10.8. Гомотопические группы многообразий и пространств Грассмана . . . 106
§ 11. Применение клеточной техники . . . 106
11.1. Гомотопические группы одномерного клеточного пространства . . . 106
11.2. Эффект приклеивания шаров . . . 107
11.3. Фундаментальная группа клеточного пространства . . . 108
11.4. Гомотопические группы компактных поверхностей . . . 110
11.5. Гомотопические группы букетов . . . 111
11.6. Гомотопические группы k-связной клеточной пары . . . 113
11.7. Пространства с заданными гомотопическими группами . . . 114
§ 12. Дополнения . . . 116
12.1. Умножение Уайтхеда . . . 116
12.2. Гомотопическая последовательность триады . . . 119
12.3. Гомотопические теоремы вырезания, факторизации и надстройки . . . 120

УДК 515.143+5Т5.145+515.146

II. ГОМОЛОГИИ И КОГОМОЛОГИИ

О.Я. Виро, Д.Б. Фукс

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Аддитивная теория . . . 124
§ 1. Алгебраическая подготовка . . . 124
1.1. Комплексы и их гомология . . . 124
1.2. Отображения и гомотопии . . . 125
1.3. Гомологические последовательности . . . 127
1.4. Эйлерова характеристика и число Лефшеца . . . 128
1.5. Замена коэффициентов . . . 130
1.6. Тензорные произведения комплексов и формула Кюннета . . . 134
§ 2. Общая теория сингулярных гомологии . . . 134
2.1. Основные определения . . . 134
2.2. Простейшие вычисления . . . 139
2.3. Трансформаторы; измельчение и аппроксимация . . . 140
2.4. Вырезание, факторизация, надстройка . . . 143
2.5. Аддиционные теоремы . . . 145
2.6. Зависимость от коэффициентов . . . 146
§ 3. Гомологии клеточных пространств . . . 149
3.1. Клеточный комплекс . . . 149
3.2. Взаимоотношения с сингулярный комплексом . . . 150
3.3. Симплициальный случай . . . 152
3.4. Примеры вычислений . . . 153
3.5. Другие применения . . . 154
§ 4. Гомологии и гомотопии . . . 154
4.1. Слабые гомотопические эквивалентности и гомологии . . . 154
4.2. Теоремы Гуревича . . . 155
4.3. Теоремы Пуанкаре и Хопфа . . . 157
4.4. Теорема Уайтхеда . . . 158
4.5. Несколько поучительных примеров . . . 158
§ 5. Гомологии и неподвижные точки . . . 159
5.1. Теория Лефшеца . . . 159
5.2. Теория Смита . . . 163
§ 6. Другие теории гомологий и когомологий . . . 166
6.1. Аксиомы Стинрода – Эйленберга . . . 166
6.2. Альтернативная конструкция стинрод-эйленберговской теории гомологий и когомологий: теория Александрова – Чеха . . . 168
6.3. Экстраординарные теории . . . 172
6.4. Гомологии и когомологии с коэффициентами в ансамбле . . . 179
6.5. Когомологии с коэффициентами в пучке . . . 183
6.6. Заключение . . . 188
Глава 2. Мультипликативная теория . . . 188
§ 7. Умножения . . . 188
7.1. Введение . . . 188
7.2. Прямое построение $\cup$-умножения . . . 190
7.3. Применение: инвариант Хопфа . . . 192
7.4. Другие умножения . . . 192
§ 8. Гомологии и многообразия . . . 193
8.1. Введение . . . 193

8.2. Фундаментальный класс . . . 194
8.3. Изоморфизмы Пуанкаре . . . 196
8.4. Индексы пересечения и двойственность Пуанкаре . . . 198
8.5. Коэффициенты зацепления . . . 200
8.6. Обратные гомоморфизмы . . . 202
8.7. Связь с ∪-умножением . . . 204
8.8. Обобщения изоморфизма и двойственности Пуанкаре . . . 206
Глава 3. Препятствия, характеристические классы и когомологические операция . . . 210
§ 9. Препятствия . . . 210
9.1. Препятствия к распространению непрерывного отображения . . . 210
9.2. Относительный случай . . . 212
9.3. Применение: когомологии и отображения в $K(pi, n)$-ы . . . 213
9.4. Другое применение: теоремы Хопфа . . . 215
9.5. Препятствия к продолжению сечений . . . 215
§ 10. Характеристические классы векторных расслоений . . . 217
10.1. Векторные расслоения . . . 217
10.2. Ассоциированные расслоения и характеристические классы . . . 218
10.3. Характеристические классы и классифицирующие пространства . . . 220
10.4. Важнейшие свойства классов Штифеля – Уитни . . . 222
10.5. Важнейшие свойства классов Эйлера, Черна и Понтрягина . . . 224
10.6. Характеристические классы в топологии гладких многообразий . . . 226
§ 11. Стинродовы квадраты . . . 233
11.1. Общая теория когомологических операций . . . 233
11.2. Стинродовы квадраты и их свойства . . . 234
11.3. Стинродовы квадраты и классы Штифеля – Уитни . . . 235
11.4. Вторые препятствия . . . 238
11.5. Несуществование сфероидов с нечетным инвариантом Хопфа . . . 238

Год издания 1988

Том 25
КОММУТАТИВНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ — 2
Консультирующий редактор-составитель
доктор физико-математических наук Н.К. Никольский

УДК 517.518 + 517.986.6

ГРУППОВЫЕ МЕТОДЫ КОММУТАТИВНОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

В.П. Гурарий

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 8
Глава 1. Свертка и сдвиг в классическом анализе . . . 11
§ 1. Введение . . . 11
§ 2. Преобразование Фурье в пространстве $L^1(\mathbb{R}^n)$ . . . 17
2.1. Простейшие свойства преобразования Фурье . . . 17
2.2. Свертка . . . 20
2.3. Примеры ядер . . . 22
2.4. Формула обращения для $L^1(\mathbb{R}^n) \cap \mathcal{F}^{-1}(\mathbb{R}^n)$ и $\mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ . . . 24
2.5. Формула обращения для $L^1(\mathbb{R}^n)$ . . . 26
2.6. Абсолютно сходящиеся интегралы Фурье и ряды Фурье . . . 29
§ 3. Теорема Планшереля . . . 32
3.1. Преобразование Фурье в $L^1 \cap L^2 = L^1(\mathbb{R}^n) \cap L^2(\mathbb{R}^n)$ . . . 32
3.2. Теорема Планшереля . . . 33
3.3. Преобразование Фурье в $L^p(\mathbb{R}^n)$ $1 \le p \le \infty$ . . . 34
§ 4. Собственные функции Фурье . . . 39
4.1. Функции Эрмита . . . 40
4.2. Преобразования и двойственности Меллина и Ханкеля . . . 44
4.3. Самодвойственные функции . . . 46
§ 5. Интегральные преобразования в гармоническом анализе . . . 48
5.1. Преобразование Лапласа на локально компактной абелевой группе преобразования . . . 49
5.2. Преобразование Лапласа на $\mathbb{R}$ . . . 51

5.3. Теорема Винера – Пэли в L^2-теории . . . 53
5.4. Преобразование Бореля и теорема Пойа . . . 56
5.5. Факторизация функций из H^2_+ . . . 57
5.6. Преобразование Гильберта . . . 60
5.7. Пространство Харди в полосе . . . 62
5.8. Преобразование Карлемана . . . 63
5.9. Метод Винера – Хопфа . . . 65
§ 6. Подпространства, инвариантные относительно сдвигов в $L^2(\mathbb{R})$ . . . 67
6.1. Группы сдвигов и инвариантные подпространства . . . 67
6.2. Теоремы Винера и Диткина . . . 69
6.3. Подпространства в $L^2(\mathbb{R}^n)$, инвариантные относительно полугруппы сдвигов. Теорема Лакса . . . 70
6.4. Односторонне инвариантные подпространства и теорема единственности Стоуна – Макки . . . 71
6.5. Инвариантные подпространства на окружности . . . 75
6.6. Подпространства, инвариантные относительно сдвигов в $L^2(\mathbb{R}^+)$ . . . 77
6.7. Спектральная теория функций пространства $L^2(\mathbb{R}^+)$ . . . 79
6.8. Инвариантные подпространства в $L^2(\mathbb{R}^+)$, обладающие свойством компактности . . . 81
§ 7. Обобщение теорем Фурье – Планшереля и Винера – Пэли и теория струны М.Г. Крейна . . . 82
7.1. Преобразование Фурье в пространстве $L^2(\mathbb{R}, d\Omega)$ . . . 82
7.2. Обобщенное преобразование Фурье и гильбертовы пространства целых функций конечной степени . . . 83
7.3. Обобщенное преобразование Фурье и спектральные функции струны . . . 86
§ 8. Положительно определенные функции . . . 88
8.1. Положительно определенные функции на группе и унитарные представления групп . . . 89
8.2. Свойства положительно определенных функций на группе . . . 91
8.3. Класс Каратеодори. Теоремы Каратеодори, Тёплица, Ф. Рисса и Герглотца . . . 93
8.4. Теорема Бохнера . . . 94
8.5. Классы С.Н. Бернштейна экспоненциально выпуклых и абсолютно монотонных функций . . . 95
8.6. Теорема Бохнера на ЛКА группе и теорема Хаусдорфа – Бернштейна на полугруппе как специальные случаи теоремы Крейна – Мильмана . . . 97
8.7. Положительно определенные функции в $\mathbb{R}^n$. Радиальные положительно определенные функции и теоремы Шёнберга . . . 99
§ 9. Положительно определенные ядра и задачи продолжения положительно определенных функций . . . 101
9.1. Задача продолжения положительно определенных функций. Операторный подход М.Г. Крейна . . . 101
9.2. Экспоненциально выпуклые функции . . . 103
9.3. Четно-положительные функции . . . 103
9.4. Функции класса Крейна . . . 104
9.5. Теоретико-функциональный подход к задаче продолжения . . . 104
9.6. Круг Вейля, точка Вейля и четверка целых функций Неванлинны – Крейна . . . 106
9.7. Простые примеры единственности и неединственности продолжения функций из P_a. Примеры функций класса $P(\mathbb{R})$ . . . 107
9.8. Продолжение положительно определенных функций в $\mathbb{R}^n$ . . . 108
9.9. Продолжение положительно определенных функций, заданных в полосе. Каналовые функции . . . 109
§ 10. Отрицательно определенные функции и арифметика вероятностных мер . . . 112
10.1. Отрицательно определенные функции . . . 112
10.2. Теорема Леви – Хинчина . . . 114
10.3. Арифметика характеристических функций вероятностных распределений в $\mathbb{R}^n$ . . . 115
§ 11. Тауберова теорема Винера . . . 116
11.1. Общая и специальные тауберовы теоремы . . . 117
11.2. Тауберовы теоремы в спектральной теории дифференциальных операторов . . . 122
11.3. ζ-функция и спектр эллиптического оператора . . . 123
11.4. Закон распределения простых чисел . . . 124
11.5. Гипотеза Римана о нулях ζ-функции как теорема полноты сдвигов . . . 128
§ 12. Введение в спектральную теорию ограниченных и растущих функций на $\mathbb{R}$ . . . 131
12.1. Спектр Карлемана . . . 131
12.2. Спектр Бёрлинга . . . 133
12.3. Лемма Карлемана об аналитическом продолжении . . . 134
12.4. Аппроксимационная теорема винеровского типа для пространства функций, интегрируемых с экспоненциально растущим весом . . . 136
12.5. Аппроксимационная теорема винеровского типа и спектр ограниченной функции на $\mathbb{R}^+$ . . . 138
12.6. Алгебры Бёрлинга . . . 140
Глава 2. Инвариантное интегрирование и гармонический анализ на локально компактных абелевых группах 141
§ 1. Введение . . . 141
1.1. Локально компактные абелевы группы, кольца и поля . . . 144
§ 2. Топологические группы (основные определения и факты) . . . 146
2.1. Группы и абелевы группы . . . 146
2.2. Топология (Задание топологии. Аксиомы отделимости. Компактные и локально компактные пространства. Топологическое произведение) . . . 149
2.3. Топологические группы . . . 153
2.4. Подгруппы топологических групп . . . 154
2.5. Элементарные группы . . . 155
2.6. Факторгруппы и канонический гомоморфизм . . . 155
2.7. Изоморфизм и гомоморфизм топологических групп . . . 156

2.8. Произведение топологических групп . . . 157
2.9. Проективный предел . . . 159
2.10. Индуктивный предел . . . 161
2.11. Топологические группы и связность . . . 162
2.12. Периодичность на группе . . . 163
2.13. Равномерные структуры на топологических группах . . . 163
§ 3. Специальные локально компактные абелевы группы. Локально компактные кольца и поля. Примеры . . . 164
3.1. Поле $\mathbb{Q}$ рациональных чисел . . . 164
3.2. Кольцо t-адических чисел . . . 165
3.3. Группа p-адических единиц . . . 167
3.4. Норма в $\mathbb{Q}_p$ . . . 168
3.5. Группы $\mathbb{Z}_a$ и $\mathbb{Q}_a$ . . . 169
3.6. Группа Ω_a . . . 170
3.7. Вполне несвязные локально компактные абелевы группы со второй аксиомой счетности . . . 171
3.8. Идели и адели . . . 171
3.9. Конечные поля . . . 173
3.10. Поле $\mathbf{K}_p(t)$ формальных степенных рядов над полем вычетов по модулю p, p — простое число . . . 174
§ 4. Интегрирование на локально компактных хаусдорфовых пространствах . . . 175
4.1. Мера и внешняя мера . . . 176
4.2. Измеримые функции и интеграл Лебега . . . 177
4.3. Борелевские и бэровские меры . . . 179
4.4. Положительные функционалы в пространствах непрерывных функций. Теорема Рисса . . . 181
4.5. Пространства $L_p(X)$, $1 \le p \le \infty$ . . . 181
4.6. Пространство комплексных мер. Теорема Радона – Никодима . . . 183
4.7. Мера на произведении пространств. Теорема Фубини . . . 184
§ 5. Мера Хаара и интеграл Хаара . . . 185
5.1. Основные определения . . . 185
5.2. Примеры . . . 187
5.3. Теорема Хаара . . . 188
5.4. Модулярная функция . . . 190
5.5. Случаи дискретной или компактной групп . . . 191
5.6. Модуль автоморфизма . . . 192
5.7. Модуль на локально компактном поле и строение ЛК полей . . . 192
5.8. Мера Хаара произведения . . . 194
5.9. Мера Хаара проективного предела и мера Хаара на вполне несвязных группах . . . 195
5.10. Квазиинвариантные меры. Относительно инвариантные меры . . . 198
5.11. Мера Хаара на подгруппах и факторгруппах. Формула Вейля и ее непосредственные следствия . . . 199
5.12. Расширение инвариантных мер . . . 201
5.13. Свертка на локально компактных группах . . . 202
§ 6. Инвариантные средние на топологических группах . . . 206
6.1. Инвариантные средние на дискретных группах . . . 206
6.2. Инвариантные средине на локально компактных группах . . . 209
6.3. Инвариантные средние на почти периодических функциях . . . 211
6.4. Средние на слабо почти периодических функциях . . . 214
6.5. Слабая и сильная инвариантность, условие Рейтера и аменабельность . . . 216
§ 7. Коммутативные банаховы алгебры . . . 218
7.1. Определение банаховой алгебры. Примеры . . . 218
7.2. Группа обратимых элементов . . . 222
7.3. Спектр элемента банаховой алгебры . . . 223
7.4. Идеалы и максимальные идеалы коммутативной банаховой алгебры . . . 224
7.5. Радикал . . . 226
7.6. Пространство максимальных идеалов банаховой алгебры и преобразование Гельфанда . . . 226
7.7. Аналитические функции от элементов банаховой алгебры и теорема Винера – Леви . . . 230
7.8. Симметричные банаховые алгебры . . . 231
7.9. Алгебры регулярных борелевских мер и эффект Винера – Питта . . . 233
7.10. Оболочки идеалов и ядра. Регулярные банаховы алгебры . . . 235
7.11. Спектральный синтез идеалов . . . 238
7.12. Инволютивные банаховы алгебры . . . 241
7.13. C^*-алгебры . . . 242
7.14. Положительные функционалы на инволютивной банаховой алгебре. Представление Райкова – Бохнера 244
§ 8. Элементы гармонического анализа на локально компактных абелевых группах . . . 246
8.1. Характеры и двойственная группа для ЛКА группы G . . . 247
8.2. Эквивалентные топологии на G . . . 247
8.3. Примеры двойственности . . . 250
8.4. Преобразование Фурье на ЛКА группе . . . 252
8.5. Положительно определенные функции на ЛКА группе и представление Бохнера . . . 254
8.6. Формула обращения . . . 255
8.7. Нормировка меры Хаара . . . 257
8.8. Теорема Планшереля . . . 257
8.9. Теорема двойственности Понтрягина . . . 259
8.10. Замечания к теории двойственности . . . 260

8.11. Компактные и дискретные группы . . . 261
8.12. Теорема единственности для преобразования Фурье мер . . . 262
§ 9. Свойства двойственности и формула Пуассона . . . 262
9.1. Аннулятор. Ортогональные подгруппы . . . 263
9.2. Двойственный гомоморфизм . . . 264
9.3. Компактификация Бора и теорема Кронекера . . . 264
9.4. Множества Кронекера и гармонические множества . . . 267
9.5. Точный гомоморфизм и его двойственный . . . 268
9.6. Функториальные свойства преобразования Фурье . . . 269
9.7. Преобразование Фурье на подгруппах и факторгруппах . . . 269
9.8. Меры и фактормеры на двойственных группах . . . 270
9.9. Формула Пуассона . . . 271
9.10. Примеры к формуле Пуассона . . . 272
§ 10. Общие и специальные структурные теоремы . . . 289
10.1. Монотетические и соленоидные группы . . . 290
10.2. Компактно порожденные группы . . . 290
10.3. Главные структурные теоремы . . . 291
10.4. Специальные структурные теоремы и построение группы аделей алгебраического числового поля на основе теории двойственности . . . 293
Литература . . . 294

Год издания 1988

Том 26
АНАЛИЗ —3
Консультирующий редактор-составитель академик С.М Никольский

УДК 517.518.1 + 517.518.2

I. ПРОСТРАНСТВА ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ И ТЕОРЕМЫ ВЛОЖЕНИЯ

Л.Д. Кудрявцев, С.М. Никольский

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
Глава I. Функциональные пространства . . . 7
§ 1. Понятие пространства . . . 7
§ 2. Линейные пространства . . . 10
§ 3. Топологические пространства . . . 12
§ 4. Метрические пространства . . . 13
§ 5. Нормированные и полунормированные пространства. Банаховы пространства . . . 18
§ 6. Пространства со скалярным произведением. Гильбертовы пространства . . . 23
§ 7. Полные системы функций. Базисы . . . 26
§ 8. Сопряженные пространства . . . 31
§ 9. Линейные операторы . . . 36
§ 10. Лебеговы пространства . . . 37
§ 11. Пространства Морри . . . 39
Глава 2. Пространства Соболева . . . 40
§ 1. Обобщенные производные . . . 40
§ 2. Граничные значения (следы) функций . . . 46
§ 3. Пространства Соболева . . . 48
§ 4. Пространства Соболева бесконечного порядка . . . 53
§ 5. Производные и интегралы дробного порядка . . . 56
Глава 3. Теоремы вложения Никольского . . . 58
§ 1. Неравенства для целых функций . . . 58
§ 2. Теоремы вложения для изотропных H-классов . . . 59
§ 3. Теоремы вложения для анизотропных H-классов . . . 61
Глава 4. Пространства Никольского – Бесова . . . 64
§ 1. Пространства Соболева – Слободецкого . . . 64
§ 2. Пространства $B_{p,q}$ . . . 65
§ 3. Теоремы вложения для пространств Никольского – Бесова. Решение проблемы о следах функций из пространств Соболева . . . 68

Глава 5. Пространства Соболева – Лиувилля . . . 71
§ 1. Пространства L_p^r . . . 71
§ 2. Изучение функциональных пространств методами гармонического анализа . . . 75
§ 3. Пространства Лизоркина – Трибеля . . . 77
§ 4. Обобщения пространств Никольского – Бесова в Лизоркина – Трибеля . . . 78
Глава 6. Пространства функций, заданных на областях . . . 83
§ 1. Интегральные представления функций . . . 83
§ 2. Теоремы вложения для областей . . . 87
§ 3. Следы функций на многообразиях . . . 89
§ 4. Продолжение функций с области на все пространство с сохранением класса . . . 90
§ 5. Плотность бесконечно дифференцируемых функций . . . 94
§ 6. Пространство с доминирующей производной и некоторые другие пространства . . . 98
§ 7. Мультипликативные оценки производных и разностей . . . 100
§ 8. Стабилизация функций на бесконечности к многочленам . . . 101
§ 9. Компактность вложений . . . 101
Глава 7. Весовые функциональные пространства . . . 102
§ 1. Роль весовых пространств в общей теории . . . 102
§ 2. Весовые пространства со степенным весом . . . 104
§ 3. Приложения теории весовых пространств . . . 107
§ 4. Общие весовые пространства . . . 111
§ 5. Весовые пространства Киприянова . . . 119
Глава 8. Интерполяционная теория пространств Никольского – Бесова и Лизоркина – Трибеля . . . 120
§ 1. Интерполяция пространств . . . 120
§ 2. Пространства Лоренца и Марцинкевича . . . 123
§ 3. Интерполяция пространств Никольского – Бесова и Лизоркина – Трибеля . . . 126
Глава 9. Пространства Орлича и Орлича – Соболева . . . 127
§ 1. Пространства Орлича . . . 127
§ 2. Пространство $E_\phi(X)$ . . . 132
§ 3. Пространства Соболева – Орлича . . . 133
§ 4. Теоремы вложения для пространств Соболева – Орлича . . . 135
Глава 10. Симметричные и несимметричные банаховы функциональные пространства . . . 136
§ 1. Идеальные пространства и симметричные пространства Банаха измеримых функций . . . 136
§ 2. Пространства со смешанными нормами . . . 137
§ 3. Пространства Соболева и Никольского – Бесова, порожденные метриками общего вида . . . 139
§ 4. Некоторые проблемы . . . 146
Обозначения . . . 147
Литература . . . 148

УДК 517.518.2 + 517.518.1

II. КЛАССЫ ОБЛАСТЕЙ, МЕР И ЕМКОСТЕЙ В ТЕОРИИ ПРОСТРАНСТВ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

В.Г. Мазья

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 160
Глава 1. Влияние геометрии области на свойства пространств Соболева . . . 160
§ 1. Связь теорем вложения с изопериметрическими неравенствами . . . 160
1.1. Эквивалентность неравенства Соболева – Гальярдо изопериметрическому свойству шара . . . 160
1.2. Наилучшая константа в неравенстве Соболева . . . 162
1.3. Оценка интеграла по произвольной мере (случай $p = 1$) . . . 164
1.4. Оценка интеграла по произвольной мере (случай $p > 1$) . . . 166
1.5. Другие неравенства для L_p-нормы градиента . . . 169
§ 2. Пространства Соболева в “плохих” областях . . . 173
2.1. Введение . . . 173
2.2. Классы J_α . . . 176
2.3. Случай $p > 1$ . . . 180
§ 3. Интегральные неравенства для функций из римановых многообразиях . . . 190
§ 4. О пространствах функций ограниченной вариации . . . 194
§ 5. Продолжение функций из пространства Соболева в области на $\mathbb{R}^n$ . . . 199
§ 6. Пространство Соболева в областях, сингулярно зависящих от параметров . . . 202
Глава 2. Неравенства для потенциалов и их приложения к теории пространств дифференцируемых функций 207
§ 1. Оценки для потенциалов Рисса и Бесселя . . . 207
1.1. О суммируемости по мере функций из пространств h_p^l, b_p^l и др. . . . 207
1.2. Весовые оценки для потенциалов . . . 213
§ 2. Мультипликаторы в пространствах дифференцируемых функций . . . 215

Глава 3. Теоремы вложения для пространств функций, удовлетворяющих однородным граничным условиям . 217
§ 1. Неравенства для функций с неполными однородными данными Коши 217
§ 2. “Существенные” множества нулей функций из пространств Соболева 219
§ 3. Вложение пространства $L_p^1(\Omega)$ в другие функциональные пространства 222
§ 4. О пространстве $\overset{\circ}{H}{}^{l}(\Omega,\nu)$ 225
Литература 227

Год издания 1988

Том 27
АНАЛИЗ — 4
Консультирующие редакторы-составители:
профессор В.Г. Мазья, академик С.М. Никольский

УДК 517.966.2 + 517.98

I. ЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
З. Прёсдорф

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 6
Глава 1. Сведения из абстрактной теории операторов 15
§ 1. Банаховы алгебры 16
1.1. Определения и примеры 16
1.2. Регулярные элементы. Резольвента. Спектр 17
1.3. Полюсы резольвенты 18
1.4. Максимальные идеалы. Гельфандов гомоморфизм 19
1.5. Алгебры с инволюцией. C^*-алгебры 20
1.6. Символ 21
§ 2. Алгебры линейных операторов 22
2.1. Основные определения 22
2.2. Пространство линейных операторов 23
2.3. Сопряженные пространства и сопряженные операторы 23
2.4. Односторонне обратимые операторы 24
2.5. Транспонированные операторы 25
2.6. Компактные операторы 26
§ 3. Нётеровы и фредгольмовы операторы 28
§ 4. Классификация точек спектра линейного оператора 32
§ 5. Теория Рисса 35
§ 6. Теория Гротендика – Пича определителей Фредгольма 37
§ 7. Компактные операторы в гильбертовом пространстве 41
7.1. Некоторые общие свойства 42
7.2. Компактные нормальные операторы 42
7.3. Сингулярные числа и классы Шаттена – фон Неймана 44
Глава 2. Интегральные уравнения Фредгольма 47
§ 1. Линейные интегральные операторы 47
1.1. Интегральные операторы в пространстве $C(X)$ 47
1.1.1. Условия ограниченности и компактности 47
1.1.2. Транспонированный интегральный оператор 48
1.1.3. Интегральные операторы с диагональным ядром 49
1.1.4. Положительные операторы 51
1.1.5. Случай некомпактного множества X 52
1.1.6. Определители и миноры Фредгольма 52
1.2. Интегральные операторы в пространствах $L_p(X,\mu)$ 54
1.2.1. Общие условия ограниченности и компактности 54
1.2.2. Операторы Хилла – Тамаркина 55
1.2.3. Интегральные операторы свертки 56
1.2.4. Корневые подпространства интегрального оператора 57
§ 2. Оценки собственных значений и сингулярных чисел интегральных операторов 58
2.1. Классы Трибеля 58
2.2. Интегральные операторы в пространствах $L_2(X,\mu)$ 60

2.3. Интегральные операторы в банаховых пространствах . . . 62
2.4. Операторы Ганкеля . . . 63
§ 3. Интегральные уравнения Фредгольма . . . 64
3.1. Интегральные операторы Гильберта – Шмидта . . . 64
3.2. Уравнения второго рода . . . 65
3.3. Уравнения первого рода . . . 67
Глава 3. Одномерные сингулярные уравнения . . . 71
§ 1. Ограниченность сингулярного интегрального оператора . . . 71
1.1. Преобразование Гильберта. Весовые оценки . . . 71
1.2. Сингулярный интеграл Коши . . . 73
§ 2. Сингулярные интегральные уравнения . . . 76
2.1. Случай непрерывных коэффициентов . . . 77
2.2. Случай кусочно-непрерывных коэффициентов . . . 78
2.3. Случай разомкнутых кривых . . . 79
2.4. Краевая задача Римана – Гильберта . . . 80
§ 3. Сингулярные операторы с матричными коэффициентами и порожденные ими банаховы алгебры . . . 80
§ 4. Факторизация матриц-функций и решение сингулярных интегральных уравнений . . . 85
§ 5. Достаточные условия нёгеровости и индекс сингулярных интегральных уравнений с ограниченными измеримыми коэффициентами. Тёплицевы операторы . . . 88
§ 6. Интегральные уравнения Винера – Хопфа . . . 92
§ 7. Уравнения с вырождающимся символом . . . 95
§ 8. Краткие замечания о других результатах . . . 99
Глава 4. Многомерные сингулярные уравнения . . . 101
§ 1. Многомерный сингулярный интеграл . . . 101
§ 2. Весовые оценки сингулярных интегралов и максимальных функций . . . 106
2.1. Максимальная функция . . . 106
2.2. Операторы Кальдерона – Зигмунда . . . 107
§ 3. Связь символа с ядром . . . 108
§ 4. Алгебра сингулярных интегральных операторов . . . 110
§ 5. Сингулярные интегральные операторы на многообразии . . . 112
§ 6. Системы сингулярных интегральных уравнений. Формула для индекса . . . 114
§ 7. Краткие замечания о других результатах . . . 116
§ 8. Многомерные операторы Винера – Хопфа . . . 118
§ 9. Псевдодифференциальные операторы . . . 121
Аннотированная литература . . . 124
Литература . . . 127

УДК 517.968.2+517.956

II. ГРАНИЧНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В.Г. Мазья

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 132
Глава 1. Теория гармонических потенциалов . . . 134
§ 1. Исходные понятия теории гармонических потенциалов . . . 134
1.1. Физические предпосылки метода граничных интегральных уравнений . . . 134
1.2. Свойства потенциалов . . . 139
1.3. Задачи Дирихле и Неймана в Ω^* и интегральные уравнения для них . . . 141
§ 2. Разрешимость граничных интегральных уравнений . . . 142
2.1. Исследование интегральных уравнений внутренней задачи Дирихле и внешней Неймана при $n \geq 3$ 142
2.2. Исследование интегральных уравнений внешней задачи Дирихле и внутренней задачи Неймана при $n \geq 2$ 143
2.3. Модифицированное интегральное уравнение внешней задачи Дирихле . . . 145
2.4. Замечания о граничных интегральных уравнениях для краевых задач на плоскости . . . 146
§ 3. Спектральные свойства граничных операторов . . . 147
§ 4. Другие способы сведения задач Дирихле и Неймана к граничным уравнениям . . . 149
4.1. Прямые варианты метода интегральных уравнений . . . 149
4.2. Уравнение первого рода для решения задачи Дирихле . . . 150
Глава 2. Интегральные уравнения для систем Ламе и Стокса . . . 152
§ 1. Метод граничных интегральных уравнений для системы Ламе . . . 152
1.1. Исходные положения теории равновесия изотропного упругого тела . . . 152
1.2. Фундаментальное решение системы Ламе . . . 154
1.3. Потенциалы теории упругости и их свойства . . . 155
1.4. Граничные интегральные уравнения основных задач теория упругости . . . 156
1.5. Система интегральных уравнений для смешанной задачи теории упругости . . . 159
§ 2. Метод граничных интегральных уравнений для системы Стокса . . . 161

2.1. Система Стокса — модель для описания медленного стационарного течения вязкой жидкости . . 161
2.2. Фундаментальное решение системы Стокса 162
2.3. Гидродинамические потенциалы и их свойства 163
2.4. Краевые задачи для системы Стокса и их решение при помощи граничных интегральных уравнений 164
Глава 3. Другие приложения метода граничных уравнений 166
§ 1. Интегральные уравнения для задачи с косой производной 167
§ 2. Интегральные уравнения краевых задач для бигармонического уравнения
2.1. Системы граничных интегральных уравнений для бигармонического уравнения 169
2.2. Методы теории функций комплексного переменного и граничные интегральные уравнения плоских задач теории упругости 169
§ 3. Решение нестационарных краевых задач при помощи граничных интегральных уравнений 175
3.1. Тепловые потенциалы 175
3.2. Волновые потенциалы 177
3.3. Потенциалы нестационарных задач теории упругости 179
3.4. Гранично-временные интегральные уравнения вязкоупругости 180
3.5. Заключительные замечания 182
Глава 4. Интегральные уравнения теории потенциала в пространствах C и L_p 183
§ 1. Радиус Фредгольма граничных интегральных операторов 183
1.1. Введение 183
1.2. Теория Радона и ее развитие 184
§ 2. Многомерная теория потенциала в пространстве $C(S)$ 189
2.1. Класс поверхностей 189
2.2. Потенциалы и интегральные уравнения 191
2.3. Существенная норма оператора T 194
2.4. Разрешимость интегральных уравнений теории гармонических потенциалов 196
§ 3. Граничные интегральные уравнения в пространстве L_p на липшицевых поверхностях 198
3.1. Некоторые определения 198
3.2. Свойства потенциалов простого и двойного слоя 199
3.3. Интегральные уравнения для задач Дирихле и Неймана в Ω^+ 200
3.4. Интегральные уравнения для системы Ламе и Стокса в L_2 на липшицевых поверхностях . . . 203
Глава 5. Граничные интегральные уравнения на кусочно-гладких поверхностях 204
§ 1. Разрешимость граничных интегральных уравнений на кусочно-гладких поверхностях 204
1.1. Области и функциональные пространства 205
1.2. Краевые задачи теории упругости 206
1.3. Решение задач (D^+) и (D^-) при помощи потенциала простого слоя 208
1.4. Решение задач (D^+), (D^-), (N^+), (N^-) при помощи потенциала двойного слоя 208
1.5. Система теории потенциала для смешанной задачи 209
1.6. Представления и оценки обратных операторов интегральных уравнений 211
1.7. Радиус Фредгольма операторов типа потенциала двойного слоя на кусочно-гладких поверхностях . 213
§ 2. Асимптотика решений интегральных уравнений вблизи угловых точек 214
Аннотированная литература 219
Литература 220

Год издания 1988

Том 28
ГЕОМЕТРИЯ — 1
Консультирующие редакторы-составители:
профессор Н.М. Остиану, академик Л.С. Понтрягин

УДК 514.7

ОСНОВНЫЕ ИДЕИ И ПОНЯТИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Д.В. Алексеевский, А.М. Виноградов, В.В. Лычагин

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 10
Глава I. Введение: математический взгляд на дифференциальную геометрию 11
§ 1. Алгебра и геометрия — двойственность интеллекта 11
§ 2. Два примера: алгебраическая геометрия, логика высказываний и теория множеств 13
§ 3. Об истории геометрии 17
§ 4. Дифференциальное исчисление и коммутативная алгебра 22

§ 5. Что такое дифференциальная геометрия? . . . 26
Глава 2. Геометрия поверхностей . . . 30
§ 1. Кривые в евклидовом пространстве . . . 30
1.1. Кривые . . . 30
1.2. Натуральная параметризация и внутренняя геометрия кривых . . . 30
1.3. Кривизна. Репер Френе . . . 31
1.4. Аффинные и унимодулярные свойства кривых . . . 32
§ 2. Поверхности в E^3 . . . 33
2.1. Поверхности. Карты . . . 34
2.2. Первая квадратичная форма. Внутренняя геометрия поверхности . . . 35
2.3. Вторая квадратичная форма. Внешняя геометрия поверхности . . . 36
2.4. Деривационные формулы. Первая и вторая квадратичные формы . . . 37
2.5. Геодезическая кривизна кривых. Геодезические . . . 38
2.6. Параллельное перенесение касательных векторов на поверхности. Ковариантное дифференцирование. Связность . . . 38
2.7. Дефекты петель, “блистательная теорема” Гаусса и формула Гаусса – Бонне . . . 41
2.8. Связь между первой и второй квадратичными формулами. Уравнения Гаусса и Петерсона – Майнарди – Кодацци . . . 43
2.9. Метод подвижного репера в теории поверхностей . . . 44
2.10. Полная система инвариантов поверхности . . . 45
§ 3. Многомерные поверхности . . . 46
3.1. n-мерные поверхности в E^{n+p} . . . 47
3.2. Ковариантное дифференцирование и вторая квадратичная форма . . . 47
3.3. Нормальная связность на поверхности. Деривационные формулы . . . 49
3.4. Многомерный вариант уравнений Гаусса – Петерсона – Майнарди – Кодацци. Теорема Риччи . . . 50
3.5. Геометрический смысл и алгебраические свойства тензора кривизны . . . 52
3.6. Гиперповерхности. Средние кривизны. Формулы Штейнера и Г. Вейля . . . 54
3.7. Жесткость многомерных поверхностей . . . 56
Глава 3. Полевой подход Римана . . . 57
§ 1. От внутренней геометрии Гаусса к римановой геометрии . . . 57
1.1. Сущность подхода Римана . . . 57
1.2. Внутреннее описание поверхностей . . . 58
1.3. Полевая точка зрения на геометрию . . . 59
1.4. Два примера . . . 60
§ 2. Многообразия и расслоения (основные понятия) . . . 62
2.1. Зачем нужны многообразия? . . . 62
2.2. Определение многообразия . . . 63
2.3. Категория гладких многообразий . . . 66
2.4. Гладкие расслоения . . . 67
§ 3. Тензорные поля и дифференциальные формы . . . 70
3.1. Касательные векторы . . . 70
3.2. Касательное расслоение и векторные поля . . . 71
3.3. Конвекторы, кокасательное расслоение и дифференциальные формы первой степени . . . 73
3.4. Тензоры и тензорные поля . . . 75
3.5. Поведение тензорных полей при отображениях. Производная Ли . . . 80
3.6. Внешний дифференциал. Комплекс де Рама . . . 81
§ 4. Римановы многообразия и многообразия с линейной связностью . . . 82
4.1. Риманова метрика . . . 82
4.2. Построение римановых метрик . . . 82
4.3. Линейные связности . . . 83
4.4. Нормальные координаты . . . 86
4.5. Риманово многообразие как метрическое пространство. Полнота . . . 83
4.6. Кривизна . . . 89
4.7. Алгебраическая структура тензора кривизны. Тензоры Риччи, Вейля и скалярная кривизна . . . 91
4.8. Секционная кривизна. Пространство постоянной кривизны . . . 93
4.9. Группа голономии и разложение де Рама . . . 94
4.10. Классификация Берже групп голономии. Келеровы и кватернионовые многообразия . . . 96
§ 5. Геометрия символов . . . 93
5.1. Дифференциальные операторы в расслоениях . . . 98
5.2. Символы дифференциальных операторов . . . 99
5.3. Связности и квантование . . . 100
5.4. Скобки Пуассона и гамильтонов формализм . . . 101
5.5. Пуассоновы и симплектические структуры . . . 102
5.6. Левоинвариантный гамильтонов формализм на группах Ли . . . 103
Глава 4. Групповой подход Ли и Клейна. Геометрия групп преобразований . . . 105
§ 1. Симметрия в геометрии . . . 105
1.1. Симметрии и группы . . . 105
1.2. Симметричность и интегрируемость . . . 106
1.3. Эрлангенская программа Клейна . . . 107
§ 2. Однородные пространства . . . 109
2.1. Группы Ли . . . 109

2.2. Действие группы Ли на многообразии . . . 110
2.3. Соответствие между группами и алгебрами Ли . . . 111
2.4. Инфинитезимальное описание однородных пространств . . . 112
2.5. Представление изотропии. Порядок однородного пространства . . . 113
2.6. Принцип разнесения. Инвариантные тензорные поля на однородных пространствах . . . 113
2.7. Примитивные и импримитивные действия . . . 114
§ 3. Инвариантные связности на однородном пространстве . . . 115
3.1. Общее описание . . . 115
3.2. Редуктивные однородные пространства . . . 116
3.3. Аффинные симметрические пространства . . . 119
§ 4. Однородные римановы многообразия . . . 120
4.1. Инфинитезимальное описание . . . 120
4.2. Связь кривизны со структурой группы движений . . . 122
4.3. Естественно редуктивные пространства . . . 122
4.4. Симметрические римановы пространства . . . 123
4.5. Группы голономии однородных римановых многообразий. Кэлеровы и кватернионные однородные пространства . . . 125
§ 5. Однородные симплектические многообразия . . . 126
5.1. Мотивировки и определения . . . 126
5.2. Примеры . . . 127
5.3. Однородные гамильтоновы многообразия . . . 128
5.4. Однородные симплектические многообразия и аффинные действия . . . 128
Глава 5. Геометрия дифференциальных уравнений . . . 129
§ 1. Элементарная геометрия дифференциального уравнения первого порядка . . . 130
1.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения . . . 130
1.2. Общий случай . . . 132
1.3. Геометрическое интегрирование . . . 133
§ 2. Контактная геометрия и теория Ли уравнений первого порядка . . . 134
2.1. Контактная структура на J^1 . . . 134
2.2. Обобщенные решения и интегральные многообразия контактной структуры . . . 135
2.3. Контактные преобразования . . . 137
2.4. Контактные векторные поля . . . 138
2.5. Задачи Коши . . . 140
2.6. Симметрии. Локальная эквивалентность . . . 141
§ 3. Геометрия распределений . . . 142
3.1. Распределения . . . 142
3.2. Распределение коразмерности 1. Теорема Дарбу . . . 145
3.3. Инволютивные системы уравнений . . . 147
3.4. Внутренняя и внешняя геометрия дифференциальных уравнений 1-го порядка . . . 148
§ 4. Пространства струй и дифференциальные уравнения . . . 149
4.1. Струи . . . 149
4.2. Распределение Картана . . . 150
4.3. Преобразования Ли . . . 152
4.4. Внешняя и внутренняя геометрии . . . 153
§ 5. Теория совместимости и формальная интегрируемость . . . 155
5.1. Продолжения дифференциальных уравнений . . . 155
5.2. Формальная интегрируемость . . . 156
5.3. Символы . . . 157
5.4. δ-когомологии Спенсера . . . 158
5.5. Инволютивность . . . 160
§ 6. Теория Картана систем в инволюции . . . 160
6.1. Полярные системы, характеры и жанры . . . 161
6.2. Инволютивность и теоремы существования Картана . . . 163
§ 7. Геометрия бесконечно продолженных уравнений . . . 164
7.1. Что такое дифференциальное уравнение? . . . 164
7.2. Бесконечно продолженные уравнения . . . 166
7.3. C-отображения и высшие симметрия . . . 167
Глава 6. Геометрические структуры . . . 169
§ 1. Геометрические величины и геометрические структуры . . . 169
1.1. Что такое геометрическая величина? . . . 169
1.2. Расслоения реперов и кореперов . . . 169
1.3. Геометрические величины (структуры) как эквивариантные функции на многообразии кореперов . . . 170
1.4. Примеры. Инфинитезимально однородные геометрические структуры и G-структуры . . . 172
1.5. Естественные геометрические структуры и принцип ковариантности . . . 173
§ 2. Главные расслоения . . . 175
2.1. Главные расслоения . . . 175
2.2. Примеры главных расслоений . . . 176
2.3. Гомоморфизмы и редукции . . . 177
2.4. G-структуры как главные расслоения . . . 178
2.5. Обобщенные G-структуры . . . 179
2.6. Ассоциированные расслоения . . . 180

§ 3. Связности в главных и векторных расслоениях . . . 181
3.1. Связности в главном расслоении . . . 181
3.2. Инфинитезимальное описание связностей . . . 182
3.3. Кривизна и группа голономии . . . 184
3.4. Группа голономии . . . 184
3.5. Ковариантное дифференцирование и структурные уравнения . . . 185
3.6. Связности в ассоциированных расслоениях . . . 186
3.7. Уравнения Янга – Миллса . . . 188
§ 4. Расслоения струй . . . 190
4.1. Струи подмногообразий . . . 190
4.2. Струи сечений . . . 191
4.3. Струи отображений . . . 192
4.4. Дифференциальная группа . . . 193
4.5. Аффинные структуры . . . 194
4.6. Дифференциальные уравнения и дифференциальные операторы . . . 194
4.7. Комплексы Спенсера . . . 195
Глава 7. Проблема эквивалентности, дифференциальные инварианты и псевдогруппы . . . 197
§ 1. Проблема эквивалентности. Общий взгляд . . . 197
1.1. Проблема распознавания (эквивалентности) . . . 197
1.2. Проблема тривиальности . . . 199
1.3. Проблема эквивалентности в дифференциальной геометрии . . . 199
1.4. Скалярные и нескалярные дифференциальные инварианты . . . 200
1.5. Дифференциальные инварианты в физике . . . 201
§ 2. Общая проблема эквивалентности в римановой геометрии . . . 202
2.1. Предварительные замечания . . . 202
2.2, Двумерные римановы многообразия . . . 202
2.3. Многомерные римановы многообразия . . . 204
§ 3. Общая проблема эквивалентности для геометрических структур . . . 204
3.1. Формулировка проблемы . . . 204
3.2. Плоские геометрические структуры и проблема тривиальности . . . 205
3.3. Однородные и неоднородные проблемы эквивалентности . . . 206
§ 4. Дифференциальные инварианты геометрических структур и проблема эквивалентности . . . 207
4.1. Дифференциальные инварианты . . . 207
4.2. Вычисление дифференциальных инвариантов . . . 208
4.3. Принцип n инвариантов . . . 209
4.4. Необщие структуры и симметрии . . . 209
§ 5. Проблема эквивалентности G-структур . . . 210
5.1. Три примера . . . 210
5.2. Структурные функции и продолжении . . . 211
5.3. Формальная интегрируемость . . . 214
5.4. G-структуры и дифференциальные инварианты . . . 214
§ 6. Псевдогруппы, уравнения Ли и их дифференциальные инварианты . . . 215
6.1. Псевдогруппы Ли . . . 215
6.2. Уравнения Ли . . . 216
6.3. Линейные уравнения Ли . . . 217
6.4. Дифференциальные инварианты псевдогрупп Ли . . . 218
6.5. О структуре алгебры дифференциальных инвариантов . . . 219
§ 7. О структуре псевдогрупп Ли . . . 219
7.1. Представление изотропии . . . 219
7.2. Примеры транзитивных псевдогрупп . . . 220
7.3. Классификация Э. Картана . . . 220
7.4. Разложение Жордана – Гёльдера – Гийемина . . . 221
7.5. Псевдогруппы конечного типа . . . 222
Глава 8. Глобальные аспекты дифференциальной геометрии . . . 223
§ 1. Теорема о четырех вершинах . . . 223
§ 2. Проблема Каратеодори об омбилических точках . . . 224
§ 3. Геодезические на овальных поверхностях . . . 225
§ 4. Жесткость овальных поверхностей . . . 227
§ 5. Реализация 2-мерных метрик положительной кривизны (проблема Г. Вейля) . . . 228
§ 6. Нереализуемость плоскости Лобачевского в $\mathbb{R}^3$ и теорема Н.В. Ефимова . . . 229
§ 7. Изометрические вложения в евклидовы пространства . . . 230
§ 8. Минимальные поверхности. Задача Плато . . . 233
§ 9. Минимальные поверхности. Задача Бернштейна . . . 236
§ 10. Когомологии де Рама . . . 236
§ 11. Гармонические формы. Теория Ходжа . . . 240
§ 12. Приложение принципа максимума . . . 242
§ 13. Кривизна и топология . . . 244
§ 14. Теория Морса . . . 249
§ 15. Кривизна и характеристические классы . . . 253
15.1 Бордизмы и формула Стокса . . . 253
15.2. Обобщенная формула Гаусса – Бонне . . . 256

15.3. Гомоморфизм А. Вейля . . . 257
15.4. Характеристические классы . . . 258
15.5. Характеристические классы и отображение Гаусса . . . 259
§ 16. Глобальная геометрия эллиптических операторов . . . 259
16.1. Характеристика Эйлера как индекс . . . 260
16.2. Характер Черна и класс Тодда . . . 260
16.3. Теорема Атья – Зингера об индексе . . . 261
16.4. Теорема об индексе и теорема Римана – Роха – Хирцебруха . . . 262
16.5. Когомология Дольбо комплексных многообразий . . . 262
16.6. Теорема Римана – Роха – Хирцебруха . . . 264
§ 17. Пространство геометрических структур и деформации . . . 266
17.1. Пространство модулей геометрических структур . . . 266
17.2. Примеры . . . 267
17.3. Деформации и суперсимметрии . . . 269
17.4. Супералгебры Ли . . . 269
17.5. Пространство инфинитезимальных деформаций алгебры Ли. Условие жесткости . . . 271
17.6. Деформации и жесткость комплексных структур . . . 272
§ 18. Проблема Минковского, гипотеза Калаби и уравнения Монжа – Ампера . . . 273
§ 19. Спектральная геометрия . . . 277
Комментарии к списку литературы . . . 281
Литература . . . 281

Год издания 1988

Том 29
ГЕОМЕТРИЯ — 2
Консультирующий редактор-составитель
доктор физико-математических наук Э.Б. Винберг

УДК 514.13+514.132

ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВ ПОСТОЯННОЙ КРИВИЗНЫ

Д.В. Алексеевский, Э.Б. Винберг, А.С. Солодовников

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 7
Глава I. Основные структуры . . . 9
§ 1. Определение пространств постоянной кривизны . . . 9
1.1. Группы Ли преобразований . . . 9
1.2. Группа движений риманова многообразия . . . 10
1.3. Инвариантные римановы метрики на однородных пространствах . . . 11
1.4. Пространства постоянной кривизны . . . 12
1.5. Три пространства . . . 13
1.6. Подпространства пространства $\mathbb{R}^{n,1}$ . . . 16
§ 2. Теорема классификации . . . 17
2.1. Формулировка теоремы . . . 17
2.2. Редукция к алгебрам Ли . . . 17
2.3. Симметрия . . . 18
2.4. Строение касательной алгебры группы движений . . . 19
2.5. Пространств Римана . . . 21
§ 3. Подпространства и выпуклость . . . 22
3.1. Инволюции . . . 22
3.2. Плоскости . . . 24
3.3. Полупространства и выпуклые множества . . . 25
3.4. Ортогональные плоскости . . . 27
§ 4. Метрика . . . 28
4.1. Общие свойства . . . 28
4.2. Формулы для расстояний в векторной модели . . . 29
4.3. Выпуклость расстояния . . . 30
Глава 2. Модели пространства Лобачевского . . . 32
§ 1. Проективные модели . . . 32
1.1. Однородные области . . . 32

1.2. Проективная модель пространства Лобачевского . . . 33
1.3. Проективно-эвклидовы модели. Модель Клейна . . . 34
1.4. “Аффинная” подгруппа группы автоморфизмов квадрики . . . 35
1.5. Риманова метрика и расстояние между точками в проективной модели . . . 36
§ 2. Конформные модели . . . 39
2.1. Конформное пространство . . . 39
2.2. Конформная модель пространства Лобачевского . . . 43
2.3. Конформно-евклидовы модели . . . 45
2.4. Комплексная структура плоскости Лобачевского . . . 49
§ 3. Матричные модели пространства $Л^2$ и $Л^3$ . . . 51
3.1. Матричная модель пространства $Л^2$ . . . 51
3.2. Матричная модель пространства $Л^3$ . . . 52
Глава 3. Планиметрия . . . 53
§ 1. Прямые . . . 55
1.1. Расходящиеся и параллельные прямые на плоскости Лобачевского . . . 55
1.2. Расстояние от точек одной прямой до другой прямой . . . 58
§ 2. Многоугольники . . . 60
2.1. Определения. Условия выпуклости . . . 60
2.2. Элементарные свойства треугольников . . . 62
2.3. Полярные треугольники на сфере . . . 64
2.4. Сумма углов треугольника . . . 65
2.5. Существование выпуклого многоугольника с наперед заданными углами . . . 65
2.6. Угловой избыток и площадь многоугольника . . . 67
§ 3. Метрические соотношения . . . 69
3.1. Правило косинусов для треугольника . . . 69
3.2. Другие соотношения в треугольнике . . . 70
3.3. Угол параллельности . . . 73
3.4. Соотношения в четырех-, пяти- и шестиугольниках . . . 73
3.5. Длина окружности и площадь круга . . . 74
§ 4. Движения и однородные линии . . . 75
4.1. Классификация движений двумерных пространств постоянной кривизны . . . 75
4.2. Характеристика движений плоскости Лобачевского в модели Пуанкаре в терминах следов матриц . . . 77
4.3. Однопараметрические группы движений плоскости Лобачевского и их орбиты . . . 78
4.4. Вид метрики в координатах, связанных с пучком . . . 80
Глава 4. Плоскости, сферы, орисферы и эквидистанты . . . 83
§ 1. Взаимное расположение плоскостей . . . 83
1.1. Пары подпространств евклидова векторного пространства . . . 63
1.2. Некоторые общие понятия . . . 85
1.3. Пары плоскостей сферы . . . 85
1.4. Пары плоскостей евклидова пространства . . . 85
1.5. Псевдоортогональные преобразования . . . 86
1.6. Пары гиперболических подпространств пространства $\mathbb{R}^{n,1}$ . . . 87
1.7. Пары плоскостей пространства Лобачевского . . . 88
1.8. Пары прямых пространства Лобачевского . . . 89
1.9. Пары гиперплоскостей . . . 89
§ 2. Стандартные поверхности . . . 91
2.1. Определения и основные свойства . . . 91
2.2. Стандартные гиперповерхности . . . 92
2.3. Подобие стандартных гиперповерхностей . . . 94
2.4. Пересечение стандартных гиперповерхностей . . . 95
§ 3. Разложения в полупрямое произведение . . . 96
3.1. Сферические, орисферические и эквидистантные разложения . . . 96
3.2. Сферически-эквидистантное разложение . . . 97
Глава 5. Движения . . . 98
§ 1. Общие свойства движений . . . 98
1.1. Задание движений . . . 98
1.2. Продолжение движения с плоскости . . . 99
1.3. Функция смешения . . . 99
§ 2. Классификация движений . . . 101
2.1. Движения сферы . . . 101
2.2. Движения евклидова пространства . . . 102
2.3. Движения пространства Лобачевского . . . 102
2.4. Одпопараметрические группы движений . . . 103
§ 3. Группы движений и подобий . . . 105
3.1. Некоторые основные понятия . . . 105
3.2. Критерий существования неподвижной точки . . . 106
3.3. Группы движений сферы . . . 106
3.4. Группы движений евклидова пространства . . . 107
3.5. Группы подобий . . . 108
3.6. Группы движений пространства Лобачевского . . . 108
Глава 6. Остроугольные многогранники . . . 111

§ 1. Основные свойства остроугольных многогранников . . . 111
1.1. Общие сведения о выпуклых многогранниках . . . 111
1.2. Матрица Грама выпуклого многогранника . . . 112
1.3. Остроугольные семейства полупространств и остроугольные многогранники . . . 113
1.4. Остроугольные многогранники на сфере и в евклидовом пространстве . . . 114
1.5. Простота остроугольных многогранников . . . 115
§ 2. Остроугольные многогранники в пространстве Лобачевского . . . 116
2.1. Описание в терминах матриц Грама . . . 116
2.2. Комбинаторное строение . . . 117
2.3. Описание в терминах двугранных углов . . . 118
Глава 7. Объемы . . . 120
§ 1. Объемы секторов и клиньев . . . 121
1.1. Объемы секторов . . . 121
1.2. Объем гиперболического клина . . . 122
1.3. Объем параболического клина . . . 124
1.4. Объем эллиптического клина . . . 124
§ 2. Объемы многомерных многогранников . . . 125
2.1. Объем симплекса как аналитическая функция двугранных углов . . . 125
2.2. Дифференциал объема . . . 127
2.3. Объем четномерного многогранника: формулы Пуанкаре и Шлефли . . . 128
2.4. Объем четномерного многогранника: формула Гаусса – Бонне . . . 130
§ 3. Объемы трехмерных многогранников . . . 131
3.1. Функция Лобачевского . . . 131
3.2. Бипрямоугольные тетраэдры . . . 132
3.3. Объем бипрямоугольного тетраэдра: формула Лобачевского . . . 133
3.4. Объемы тетраэдров с бесконечно удаленными вершинами . . . 135
3.5. Объем пирамиды с бесконечно удаленной вершиной . . . 137
Глава 8. Пространства постоянной кривизны как римановы многообразия . . . 139
1.1. Экспоненциальное отображение . . . 139
1.2. Параллельный перенос . . . 140
1.3. Кривизна . . . 141
1.4. Вполне геодезические подмногообразия . . . 141
1.5. Гиперповерхности . . . 142
1.6. Проективные свойства . . . 143
1.7. Конформные свойства . . . 144
1.8. Псевдоримановы пространства постоянной кривизны . . . 144
Литература . . . 145

УДК 512.817.7 + 514.13

ДИСКРЕТНЫЕ ГРУППЫ ДВИЖЕНИЙ ПРОСТРАНСТВ ПОСТОЯННОЙ КРИВИЗНЫ

Э.Б. Винберг, О.В. Шварцман

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 149
Глава 1. Введение . . . 150
§ 1. Основные понятия . . . 150
1.1. Определение дискретных групп движений . . . 150
1.2. Факторпространство . . . 151
1.3. Фундаментальная область . . . 152
1.4. Область Дирихле . . . 155
1.5. Соизмеримые группы . . . 158
§ 2. Источники дискретных групп движений . . . 159
2.1. Группы симметрии . . . 159
2.2. Арифметические группы . . . 163
2.3. Фундаментальные группы пространственных форм . . . 164
Глава 2. Фундаментальные области . . . 166
§ 1. Задание дискретной группы через фундаментальную область . . . 166
1.1. Нормализация фундаментального многогранника . . . 166
1.2. Образующие . . . 167
1.3. Определяющие соотношения . . . 168
1.4. Бесконечно удаленные точки фундаментальной области . . . 170
1,5. Существование дискретной группы с заданным фундаментальным многогранником . . . 171
1.6. Границы применимости метода Пуанкаре . . . 175
1.7. Однородные разбиения . . . 175
§ 2. Геометрически конечные группы движений пространства Лобачевского . . . 176

2.1. Предельное множество дискретной группы движений . . . 177
2.2. Формулировка основных результатов . . . 177
2.3. Некоторые общие свойства дискретных групп движений пространства Лобачевского . . . 178
2.4. Компактификация факторпространства кристаллографической группы . . . 179
2.5. Критерий геометрической конечности . . . 180
Глава 3. Кристаллографические группы . . . 182
§ 1. Теорема Шёнфлиса – Бибербаха . . . 182
1.1. Формулировка основной теоремы . . . 182
1.2. Коммутаторы ортогональных преобразований и движений . . . 183
1.3. Доказательство основной теоремы . . . 183
1.4. Произвольные дискретные группы движений евклидова пространства . . . 184
§ 2. Классификация кристаллографических групп . . . 185
2.1. Когомологическое описание . . . 185
2.2. Абстрактное строение . . . 186
2.3. Этапы классификации . . . 187
2.4. Теорема конечности . . . 188
2.5. Типы Браве . . . 189
2.6. Некоторые результаты классификации . . . 190
2.7. Евклидовы пространственные формы . . . 190
§ 3. Однородные разбиения евклидова пространства . . . 191
3.1. Теорема конечности . . . 191
3.2. Параллелоэдры . . . 192
Глава 4. Фуксовы группы . . . 192
§ 1. Фуксовы группы с топологической точки зрения . . . 193
1.1. Разветвленные накрытия . . . 193
1.2. Сигнатура и униформизация поверхности с сигнатурой. Плоские группы . . . 194
3.3. Плоские группы конечного типа . . . 196
1.4. Алгебраическое строение плоских групп . . . 196
§ 2. Геометрия фуксовых групп . . . 198
2.1. Введение метрики . . . 198
2.2. Область Нильсена фуксовой группы . . . 200
§ 3. Пространство Тейхмюллера фуксовой группы . . . 200
3.1. Пространство Тейхмюллера и пространство модулей абстрактной группы . . . 201
3.2. Пространство Тейхмюллера фундаментальной группы замкнутой поверхности . . . 202
3.3. Фуксовы группа и римановы поверхности . . . 206
3.4. Расширения фуксовых групп. Максимальные фуксовы группы . . . 206
Глава 5. Группы отражений . . . 207
§ 1. Основные понятия и теоремы . . . 208
1.1. Многогранники Кокстера . . . 208
1.2. Дискретные группы отражений . . . 209
1.3. Схемы Кокстера . . . 210
1.4. Группы отражений на сфере и в евклидовом пространстве . . . 211
§ 2. Группы отражений в пространстве Лобачевского . . . 213
2.1. Общие свойства . . . 213
2.2. Кристаллографические группы отражений на плоскости и в трехмерном пространстве Лобачевского 214
2.3. Ланнеровские и квазиланнеровские группы . . . 215
2.4. Некоторые другие примеры . . . 218
2.5. Ограничения на размерность . . . 221
§ 3. Правильные многогранники и разбиения на разные правильные многогранники . . . 221
3.1. Группа симметрии и символ Шлефли правильного многогранника . . . 221
3.2. Классификация правильных многогранников . . . 223
3.3. Разбиения на равные правильные многогранники . . . 225
Глава 6. Арифметические группы . . . 229
§ 1. Описание арифметических групп движений пространства Лобачевского . . . 229
1.1. Арифметические группы простейшего типа . . . 229
1.2. Алгебры кватернионов . . . 230
1.3. Арифметические фуксовы группы . . . 231
1.4. Арифметические группы движений пространства $Л^3$ . . . 232
1.5. Арифметические группы движений пространства $Л^n$ при $n \geq 4$ . . . 232
§ 2. Рефлективные арифметические группы . . . 234
2.1. Применение групп отражений к исследованию арифметичесхих групп . . . 234
2.2. Проблема классификации рефлективных квадратичных модулей . . . 237
§ 3. Существование неарифметических групп . . . 237
3.1. Критерий арифметичности группы отражений . . . 238
3.2. Существования неарифметических групп отражений . . . 240
3.3. Существование неарифметических кристаллографических групп в любой размерности . . . 240
Глава 7. Социология дискретных групп в пространстве Лобачевского . . . 243
§ 1. Жесткость и деформации . . . 244
1.1. Теорема о сильной жесткости . . . 244
1.2. Деформации . . . 244
1.3. Хирургия Дена – Тёрстона . . . 248

§ 2. Соизмеримые группы . . . 251
2.1. Группы соизмеримости . . . 251
2.2. Свойство Милсона . . . 251
§ 3. Кообъемы . . . 252
3.1. Множество кообъемов . . . 252
3.2. Дискретные группы минимального кообъема . . . 253
Литература . . . 254

Год издания 1988

Том 30
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ — 1
Консультирующие редакторы-составители:
профессор Ю.В. Егоров,
доктор физико-математических наук М.А. Шубин

УДК 517.951 + 517.952 + 517.953 + 517.954 + 517.955 + 517.956

ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ. ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Ю.В. Егоров, М.А. Шубин

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 8
Глава 1. Основные понятия . . . 9
§ 1. Основные определения и примеры . . . 9
1.1. Определение линейного дифференциального уравнения с частными производными . . . 9
1.2. Роль дифференциальных уравнений в математическом моделировании физических процессов . . . 9
1.3. Вывод уравнения продольных упругих колебаний стержня . . . 10
1.4. Вывод уравнения теплопроводности . . . 11
1.5. Границы применимости математических моделей . . . 12
1.6. Начальные и граничные условия . . . 13
1.7. Примеры линейных дифференциальных уравнений с частными производными . . . 14
1.8. Понятие корректности краевой задачи. Задача Коши . . . 23
§ 2. Теорема Коши – Ковалевской и ее обобщения . . . 31
2.1. Теорема Коши – Ковалевской . . . 31
2.2. Пример несуществования аналитического решения . . . 34
2.3. Некоторые обобщения теоремы Коши – Ковалевской. Характеристики . . . 34
2.4. Теорема Овсянникова . . . 37
2.5. Теорема Хольмгрена . . . 38
§ 3. Классификация линейных дифференциальных уравнений, приведение их к каноническому виду и характеристики . . . 40
3.1. Классификация уравнений второго порядка и приведение их к каноническому виду в точке . . . 40
3.2. Характеристики уравнений второго порядка и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными . . . 43
3.3. Эллиптичность, гиперболичность и параболичность для общих линейных дифференциальных уравнений и систем . . . 45
3.4. Характеристики как решения уравнения Гамильтона – Якоби . . . 49
Глава 2. Классическая теория . . . 50
§ 1. Обобщенные функции и уравнения с постоянными коэффициентами . . . 50
1.1. Идея обобщенных функций . . . 50
1.2. Пространства основных и обобщенных функций . . . 51
1.3. Топология в пространствах обобщенных функций . . . 55
1.4. Носитель обобщенной функции. Общий вид обобщенных функций . . . 57
1.5. Дифференцирование обобщенных функций . . . 59
1.6. Умножение обобщенной функции на гладкую функцию. Линейные дифференциальные операторы в пространствах обобщенных функций . . . 62
1.7. Замена переменных и однородные обобщенные функции . . . 63
1.8. Прямое или тензорное произведение обобщенных функций . . . 65
1.9. Свертка обобщенных функций . . . 66

1.10. Преобразование Фурье обобщенных функций умеренного роста . . . 69
1.11. Ядро (в смысле Шварца) линейного оператора . . . 72
1.12. Фундаментальные решения операторов с постоянными коэффициентами . . . 73
1.13. Фундаментальное решение задачи Коши . . . 75
1.14. Фундаментальные решения и решения уравнений с правой частью . . . 77
1.15. Принцип Дюамеля для уравнений с постоянными коэффициентами . . . 79
1.16. Фундаментальное решение и поведение решений на бесконечности . . . 81
1.17. Локальные свойства решений однородных уравнений с постоянными коэффициентами. Гипоэллиптичность и эллиптичность . . . 82
1.18. Теорема Лиувилля для уравнений с постоянными коэффициентами . . . 84
1.19. Изолированные особенности решений гипоэллиптических уравнений . . . 86
§ 2. Эллиптические уравнения и краевые задачи . . . 87
2.1. Определение эллиптичности. Уравнения Лапласа и Пуассона . . . 87
2.2. Фундаментальное решение оператора Лапласа. Формулы Грина . . . 88
2.3. Теоремы о среднем для гармонических функций . . . 89
2.4. Принцип максимума для гармонических функций и лемма о нормальной производной . . . 90
2.5. Единственность классических решений задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа . . . 91
2.6. Внутренние априорные оценки для гармонических функций. Теорема Харнака . . . 92
2.7. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа . . . 92
2.8. Функция Грина и решение задачи Дирихле для шара и полупространства. Метод отражения . . . 94
2.9. Неравенство Харнака и теорема Лиувилля . . . 95
2.10. Теорема об устранимой особенности . . . 96
2.11. Преобразование Кельвина и постановки внешних краевых задач для уравнения Лапласа . . . 96
2.12. Потенциалы . . . 98
2.13. Применение потенциалов к решению краевых задач . . . 101
2.14. Краевые задачи для уравнения Пуассона в пространствах Гёльдера. Оценки Шаудера . . . 103
2.15. Емкость . . . 105
2.16. Задача Дирихле в случае произвольных областей (метод выметания). Регулярность граничной точки. Критерии регулярности . . . 107
2.17 Общие эллиптические уравнения второго порядка. Собственные значения и собственные функции эллиптических операторов . . . 108
2.18. Эллиптические уравнения высокого порядка и общие эллиптические краевые задачи. Условие Шапиро — Лопатинского . . . 110
2.19. Индекс эллиптической краевой задачи . . . 115
2.20 Эллиптичность с параметром и однозначная разрешимость эллиптических краевых задач . . . 116
§ 3. Пространства Соболева и обобщенные решения краевых задач . . . 118
3.1. Основные пространства . . . 118
3.2. Теоремы вложения и теоремы о следах . . . 124
3.3. Обобщенные решения эллиптических краевых задач и задач на собственные значения . . . 127
3.4. Обобщенные решения параболических краевых задач . . . 138
3.5. Обобщенные решения гиперболических краевых задач . . . 140
§ 4. Гиперболические уравнения . . . 143
4.1. Определения и примеры . . . 143
4.2. Гиперболичность и корректность задачи Коши . . . 143
4.3. Энергетические оценки . . . 145
4.4. Скорость распространения возмущений . . . 147
4.5. Решение задачи Коши для волнового уравнения . . . 148
4.6. Принцип Гюйгенса . . . 151
4.7. Метод плоских волн . . . 152
4.8. Решение задачи Коши на плоскости . . . 154
4.9. Лакуны . . . 156
4.10. Задача Коши для строго гиперболической системы с быстро осциллирующими начальными данными 157
4.11. Разрывные решения гиперболических уравнений . . . 160
4.12. Симметрические гиперболические операторы . . . 164
4.13. Смешанная краевая задача . . . 166
4.14. Метод разделения переменных . . . 168
§ 5. Параболические уравнения . . . 170
5.1. Определение и примеры . . . 170
5.2. Принцип максимума и следствия из него . . . 171
5.3. Интегральные оценки . . . 173
5.4. Оценки в пространствах Гёльдера . . . 174
5.5. О регулярности решений параболического уравнения второго порядка . . . 175
5.6. Формула Пуассона . . . 175
5.7. Фундаментальное решение задачи Коши для уравнения второго порядка с переменными коэффициентами 177
5.8. Системы, параболические по Шилову . . . 178
5.9. Системы с переменными коэффициентами . . . 179
5.10. Смешанная краевая задача . . . 180
5.11. Стабилизация решений смешанной краевой задачи и задачи Коши . . . 182
§ 6. Общие эволюционные уравнения . . . 183
6.1. Задача Коши. Условия Адамара и Петровского . . . 183
6.2. Применение преобразования Лапласа . . . 185

6.3. Применение теории полугрупп . . . 187
6.4. Некоторые примеры . . . 189
§ 7. Внешние краевые задачи и теория рассеяния . . . 190
7.1. Условия излучения . . . 190
7.2. Принцип предельного поглощения и предельной амплитуды . . . 195
7.3. Условия излучения и принцип предельного поглощения для уравнений высокого порядка и систем . 196
7.4. Убывание локальной энергии . . . 197
7.5. Рассеяние плоских волн . . . 198
7.6. Спектральный анализ . . . 200
7.7. Оператор рассеяния, матрица рассеяния . . . 202
§ 8. Спектральная теория одномерных дифференциальных операторов . . . 206
8.1. Общая схема метода разделения переменных . . . 206
8.2. Регулярные самосопряженные задачи . . . 208
8.3. Периодические и антипериодические граничные условия . . . 213
8.4. Асимптотика собственных значения и собственных функций в регулярном случае . . . 215
8.5. Оператор Шрёдингера на полуоси . . . 217
8.6. Существенная самосопряженность и самосопряженные расширения. Круг и точка Вейля . . . 219
8.7. Случай растущего потенциала . . . 222
8.8. Случай быстро убывающего потенциала . . . 223
8.9. Оператор Шрёдингера на всей оси . . . 224
8.10. Оператор Хилла . . . 226
§ 9. Специальные функции . . . 229
9.1. Сферические функции . . . 229
9.2. Полиномы Лежандра . . . 232
9.3. Цилиндрические функции . . . 235
9.4. Свойства цилиндрических функций . . . 237
9.5. Уравнение Эйри . . . 245
9.6. Некоторые другие классы функций . . . 246
Литература . . . 250

Год издания 1988

Том 31
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ — 2
Консультирующие редакторы-составители:
профессор Ю.В. Егоров,
доктор физико-математических наук М.А. Шубин

УДК 517.951+517.956

I. ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ. ЭЛЕМЕНТЫ СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ

Ю.В. Егоров, М.А. Шубин

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 6
Некоторые обозначения . . . 7
§ 1. Псевдодифференциальные операторы . . . 8
1.1. Определение и простейшие сведения . . . 8
1.2. Запись оператора с помощью амплитуды. Связь амплитуды и символа. Символы транспонированного и сопряженного операторов . . . 11
1.3. Теорема о композиции. Параметрикс эллиптического оператора . . . 16
1.4. Действие псевдодифференциальных операторов в пространствах Соболева и точные теоремы о регулярности решений эллиптических уравнений . . . 20
1.5. Замена переменных и псевдодифференциальные операторы на многообразии . . . 22
1.6. Постановка проблемы индекса. Простейшие формулы индекса . . . 28
1.7. Эллиптичность с параметром. Резольвента и комплексные степени эллиптических операторов . . . 30
1.8. Псевдодифференциальные операторы в $\mathbb{R}^n$ . . . 36
§ 2. Сингулярные интегральные операторы и их применение. Теорема Кальдерона. Сведение на границу краевой задачи для эллиптических уравнений . . . 40

2.1. Определение. Теоремы об ограниченности . . . 40
2.2. Гладкость решений эллиптических уравнений второго порядка . . . 40
2.3. Связь с псевдодифференциальными операторами . . . 41
2.4. Диагонализация гиперболической системы уравнений . . . 42
2.5. Теорема Кальдерона . . . 43
2.6. Сведение на границу задачи с косой производной . . . 44
2.7. Сведение на границу краевой задачи для уравнения второго порядка . . . 45
2.8. Сведение на границу краевой задачи для эллиптической системы . . . 48
§ 3. Волновой фронт обобщенной функции и простейшие теоремы о распространении особенностей . . . 48
3.1. Определение и примеры . . . 48
3.2. Свойства волнового фронта . . . 50
3.3. Приложение к теории дифференциальных уравнений . . . 51
3.4. Некоторые обобщения . . . 52
§ 4. Интегральные операторы Фурье . . . 53
4.1. Определение. Примеры . . . 53
4.2. Некоторые свойства интегральных операторов Фурье . . . 54
4.3. Композиция интегральных операторов Фурье с псевдодифференциальными операторами . . . 56
4.4. Канонические преобразования . . . 57
4.5. Связь канонических преобразований с интегральными операторами Фурье . . . 59
4.6. Лагранжевы многообразия и фазовые функции . . . 60
4.7. Лагранжевы многообразия и распределения Фурье . . . 63
4.8. Глобальное определение интегрального оператора Фурье . . . 63
§ 5. Псевдодифференциальные операторы главного типа . . . 64
5.1. Определение. Примеры . . . 64
5.2. Операторы с вещественным главным символом . . . 65
5.3. Разрешимость уравнений главного типа с вещественным главным символом . . . 67
5.4. Разрешимость операторов главного типа с комплекснозначным главным символом . . . 68
§ 6. Смешанная задача для гиперболических уравнений . . . 69
6.1. Постановка задачи . . . 69
6.2. Условие Херша – Крейсса . . . 70
6.3. Условия Сакамото . . . 72
6.4. Отражение особенностей на границе . . . 74
6.5. Пример Фридлендера . . . 75
6.6. Применение канонических преобразований . . . 77
6.7. Классификация граничных точек . . . 78
6.8. Пример Тейлора . . . 79
6.9. Задача с косой производной . . . 80
§ 7. Метод стационарной фазы и коротковолновые асимптотики . . . 83
7.1. Метод стационарной фазы . . . 83
7.2. Локальные асимптотические решения гиперболических уравнений . . . 86
7.3. Задача Коши с быстро осциллирующими начальными данными . . . 90
7.4. Локальный параметрикс задачи Коши и распространение особенностей решений . . . 92
7.5. Канонический оператор Маслова и глобальные асимптотические решения задачи Коши . . . 95
§ 8. Асимптотика собственных значений самосопряженных дифференциальных и псевдодифференциальных операторов . . . 102
8.1. Вариационные принципы и оценки собственных значений . . . 102
8.2. Асимптотика собственных значений оператора Лапласа в области евклидова пространства . . . 105
8.3. Общая формула вейлевской асимптотики и метод приближенного спектрального проектора . . . 108
8.4. Тауберовы методы . . . 112
8.5. Метод гиперболического уравнения . . . 116
Литература . . . 120

УДК 517.951 + 517.956

II. ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А.И. Комеч

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 129
Глава 1. Обобщенные функции и фундаментальные решения дифференциальных уравнений . . . 132
§ 1. Обобщенные функции и действия над ними . . . 132
1.1. Дифференцирование обобщенных функций . . . 132
1.2. Замена переменных в обобщенных функциях . . . 135
1.3. Носитель обобщенных функций . . . 138
1.4. Сингулярный носитель обобщенных функций . . . 140

1.5. Свертка обобщенных функций . . . 141
1.6. Граничные значения аналитических функций . . . 144
1.7. Пространство умеренных распределений . . . 145
§ 2. Фундаментальные решения дифференциальных уравнений . . . 147
2.1. Фундаментальные решения . . . 147
2.2. Примеры фундаментальных решений . . . 148
2.3. Распространение волн . . . 150
2.4. Построение фундаментальных решений обыкновенных дифференциальных уравнений . . . 152
2.5. Теорема о среднем . . . 152
Глава 2. Преобразование Фурье обобщенных функций . . . 153
§ 1. Преобразование Фурье основных функций . . . 153
1.1. Преобразований Фурье быстроубывающих функций . . . 153
1.2. Свойства преобразования Фурье . . . 154
1.3. Преобразование Фурье финитных функций . . . 154
§ 2. Преобразование Фурье умеренных обобщенных функций . . . 155
2.1. Замыкание преобразования Фурье по непрерывности . . . 155
2.2. Свойства преобразования Фурье . . . 155
2.3. Методы вычисления преобразования Фурье . . . 157
2.4. Примеры вычисления преобразований Фурье . . . 158
§ 3. Соболевские пространства функций . . . 159
§ 4. Преобразование Фурье быстрорастущих обобщенных функций . . . 160
4.1. Функционалы на пространстве $Z(\mathbb{C}^n)$ . . . 160
4.2. Преобразование Фурье на пространстве $\mathcal{D}'(\mathbb{C}^n)$ . . . 161
4.3. Операции на пространстве $Z'(\mathbb{C}^n)$ . . . 161
4.4. Свойства преобразования Фурье . . . 161
4.5. Аналитические функционалы . . . 162
§ 5. Теория Пэли – Винера . . . 163
5.1. Преобразование Фурье финитных обобщенных функций . . . 163
5.2. Умеренные распределения с носителем в конусе . . . 164
5.3. Экспоненциально растущие распределения с носителем в конусе . . . 165
§ 6. Свертка и преобразование Фурье . . . 166
Глава 3. Существование и гладкость решений дифференциальных уравнений . . . 167
§ 1. Проблема деления . . . 167
1.1. Проблема деления в классах быстрорастущих распределений . . . 167
1.2. Проблема деления в классах экспоненциально растущих обобщенных функций. Лестница Хёрмандера 169
1.3. Проблема деления в классах умеренных распределений . . . 170
§ 2. Регуляризация. Методы “вычитаний”, выхода в комплексную область, метод степеней Рисса . . . 172
2.1. Метод вычитания . . . 173
2.2. Метод выхода в комплексную область . . . 174
2.3. Метод комплексных степеней Рисса . . . 176
§ 3. Уравнения в выпуклом конусе. Операционное исчисление . . . 177
3.1. Уравнения в конусе . . . 177
3.2. Операционное исчисление . . . 179
3.3. Дифференциально-разностные уравнения на полуоси . . . 181
§ 4. Распространение особенностей и гладкость решений . . . 182
4.1. Характеристики дифференциальных операторов . . . 182
4.2. Волновые фронты, бихарактеристики и распространение особенностей . . . 184
§ 5. Гладкость решений эллиптических уравнений. Гипоэллиптичность . . . 188
5.1. Гладкость обобщенных решений эллиптических уравнений . . . 188
5.2. Гипоэллиптические операторы . . . 189
Глава 4. Функция P_+^λ для многочленов второго порядка и ее применения к построению фундаментальных решений 190
§ 1. Функция P_-^λ в случае, когда P — вещественная линейная функция . . . 191
1.1. Аналитическое продолжение по λ . . . 191
1.2. Применение к бесселевым функциям . . . 192
§ 2. Функция P_-^λ для случая, когда $P(x)$ — квадратичная (форма типа $(m, n-m)$ с вещественными коэффициентами . . . 193
2.1. Случай, когда $m = n$ . . . 193
2.2. Применение к разложению δ-функции на плоские волны . . . 194
2.3. Случай $1 \le m \le n-1$ . . . 195
2.4. Применение к бесселевым функциям . . . 198
§ 3. Инвариантные фундаментальные решения уравнений второго порядка с вещественными коэффициентами 200
3.1. Анализ свойств инвариантности уравнения . . . 201
3.2. Нахождение регулярной части инвариантного фундаментального решения . . . 202
§ 4. Регуляризация формального фундаментального решения в случае $q = 0$ . . . 204
4.1. Случай $m = 0$ или $m = n$ . . . 204
4.2. Случай $1 \le m \le n-1$ . . . 206
§ 5. Регуляризация фундаментального решения в случае $q \ne 0$ . . . 208
5.1. Случай $1 \le m \le n-1$ . . . 208
5.2. Случай $m = 0$ или $m = n$ . . . 211

§ 6. Об особенностях фундаментальных решений уравнений второго порядка с вещественными коэффициентами и невырожденной квадратичной формой . . . 216
Глава 5. Краевые задачи в полупространстве . . . 217
§ 1. Уравнения с постоянными коэффициентами в полупространстве . . . 218
1.1. Общее решение уравнения (0.1) в полупространстве . . . 218
1.2. Классификация уравнений в полупространстве . . . 220
§ 2. Регулярные краевые задачи в полупространстве в классах ограниченных функций . . . 226
2.1. Регулярные краевые задачи . . . 226
2.2. Примеры регулярных краевых задач . . . 229
§ 3. Регулярные краевые задачи в классах экспоненциально растущих функций . . . 231
3.1. Определение и примеры . . . 231
3.2. Задача Коши . . . 233
3.3. Задача Дирихле для эллиптических уравнений . . . 234
§ 4. Регулярные краевые задачи в классе функций произвольного роста . . . 235
§ 5. Корректные и непрерывные краевые задачи в полупространстве . . . 237
5.1. Корректные краевые задачи . . . 237
5.2. Непрерывные корректные краевые задачи . . . 237
§ 6. Ядро Пуассона краевой задачи в полупространстве . . . 240
6.1. Ядро Пуассона и фундаментальное решение краевой задачи . . . 240
6.2. Связь фундаментального решения задачи Коши с запаздывающим фундаментальным решением оператора $P(\partial_x)$ . . . 241
§ 7. Краевые задачи в полупространстве для неоднородных уравнений . . . 244
7.1. Неоднородные уравнения в полупространстве . . . 244
7.2. Краевые задачи для неоднородных уравнений . . . 245
Глава 6. Резкие и диффузные фронты гиперболических уравнений . . . 246
§ 1. Основные понятия . . . 247
§ 2. Критерий Петровского . . . 251
§ 3. Локальный критерий Петровского . . . 253
§ 4. Геометрия лакун вблизи конкретных особенностей фронтов . . . 254
§ 5. Уравнения с переменными коэффициентами . . . 256
Литература . . . 257

Год издания 1988

Том 32
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ — 3
Консультирующие редакторы-составители:
профессор Ю.В. Егоров,
доктор физико-математических наук М.А. Шубин

УДК 517.955+517.951

ЗАДАЧА КОШИ

Л.Р. Волевич, С.Г. Гиндикин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
Глава 1. Задача Коши в функциях и распределениях степенного убывания и роста (постоянные коэффициенты) 13
§ 1. Сверточные уравнения в пространствах Шварца на $\mathbb{R}^n$ . . . 13
1.1. Пространства Шварца основных функций . . . 13
1.2. $\mathcal{F}$ как счетно-гильбертово пространство . . . 15
1.3. Операторы свертки . . . 17
1.4. Описание свертывателей . . . 18
1.5. Сверточные уравнения на $\mathbb{R}^n$ . . . 19
1.6. Дифференциальные уравнения на $\mathbb{R}^n$ . . . 20
1.7. Некоторые общие замечания . . . 20
§ 2. Однородная задача Коши в функциях (распределениях) степенного убывания (роста) . . . 21
2.1. Обозначения . . . 22
2.2. Пространства $\mathcal{F}_+$ и $(C)_+$ . . . 22
2.3. Свертыватели в $\mathcal{F}_+$ и $(C)_+$ . . . 24

2.4. Свертыватели в C_+ и $(\mathcal{F}')_+$ . . . 25
2.5. Сверточные уравнения . . . 26
2.6. Сверточные уравнения на конечной полосе . . . 26
2.7. Задача, двойственная однородной задаче Коши . . . 27
§ 3. Неоднородная задача Коши в функциях (распределениях) степенного убывания (роста) . . . 30
3.1. Свертыватели на $\mathcal{F}^{-\infty}_{[+]}$ . . . 31
3.2. Пространства $U_{[-]}$ и U^+ . . . 32
3.3. Сверточные уравнения в $C^{-\infty}_{[+]}$ . . . 35
3.4. Связь с классической постановкой задачи Коши . . . 37
3.5. Сверточные уравнения на конечной полосе . . . 38
§ 4. Краевые задачи для сверточных уравнений . . . 40
4.1. Свертыватели Винера – Хопфа . . . 42
4.2. Свертыватели Винера – Хопфа с условием гладкости (трансмиссии) . . . 44
4.3. Уравнения на полуоси (67), отвечающие свертывателям из U . . . 45
4.4. Факторизация распределений из U . . . 46
4.5. Метод Винера – Хопфа . . . 48
Глава 2. Экспоненциальные классы корректности задачи Коши . . . 51
§ 1. Сверточные уравнения в пространствах функций и распределений экспоненциального убывания . . . 52
1.1. Выпуклые функции . . . 52
1.2. Гёльдеровские шкалы, отвечающие экспоненциально растущим весам . . . 54
1.3. Гильбертовы шкалы, отвечающие экспоненциально растущим весам . . . 55
1.4. Свертыватели на пространствах $\mathcal{F}_\mu$ и $(C')_\mu$ . . . 56
1.5. Сверточные уравнения на $\mathcal{F}_\mu$ $((C')_\mu)$ . . . 57
1.6. Связь с задачей Коши . . . 58
1.7. Замечания о задаче в полосе и неоднородной задаче Коши . . . 59
§ 2. Сверточные уравнения в функциях (распределениях) экспоненциального роста . . . 60
2.1. Пространства функций (распределений) экспоненциального роста . . . 60
2.2. Свертыватели в $\mathcal{F}_{-\mu}$, $\mathcal{F}_\mu$ . . . 61
2.3. Сверточные уравнения . . . 62
2.4. Замечания о задаче в полосе и неоднородной задаче Коши . . . 62
§ 3. Специальные классы дифференциальных операторов и их классы корректности . . . 64
3.1. Экспоненциально корректные операторы . . . 64
3.2. Гиперболические полиномы . . . 65
3.3. $2b$-параболические полиномы (по И.Г. Петровскому) . . . 66
3.4. $2b+1$-гиперболические полиномы . . . 66
3.5. Параболические полиномы относительно многоугольника Ньютона . . . 68
3.6. Доминантно корректные полиномы . . . 69
3.7. Плюрипараболические полиномы . . . 69
Глава 3. Задача Коши для линейных уравнений с переменными коэффициентами . . . 70
§ 1. Однородная задача Коши для псевдодифференциальных уравнений . . . 72
1.1. Общая идея метода . . . 72
1.2. Исчисление псевдодифференциальных операторов, ассоциированное с однородной задачей Коши . . . 73
1.3. Однородная задача Коши для п.д.о. и для экспоненциально корректных дифференциальных операторов постоянной силы . . . 75
1.4. Однородная задача Коши в пространствах функций степенного убывания (роста) . . . 77
1.5. Неоднородная задача Коши в пространствах функций степенного убывания (роста) . . . 78
1.6. П.д.о. с голоморфными символами и классы корректности задачи Коши для уравнения с переменными коэффициентами . . . 80
§ 2. Интегралы энергии дифференциальных операторов с переменными коэффициентами . . . 82
2.1. Доказательство разрешимости однородной задачи Коши, основанное на энергетических оценках в $H^s_{[tau]}$ 82
2.2. Достаточные условия существования оценок (33), (34) . . . 85
2.3. Задача Коши в пространствах функций степенного и экспоненциального убывания (роста) . . . 88
2.4. Строго гиперболические операторы . . . 89
2.5. $2b$-параболические операторы . . . 90
2.6. Плюрипараболические операторы . . . 91
2.7. Доминантно корректные операторы . . . 92
2.8. $(2b+1)$-гиперболические операторы . . . 93
Дополнение. Смешанная задача . . . 95
Литература . . . 97

УДК 517.956

КАЧЕСТВЕННАЯ ТЕОРИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА

В.А. Кондратьев, Е.М. Ландис

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 100
Глава 1. Эллиптические уравнения второго порядка . . . 102
§ 1. Недивергентные уравнения с измеримыми коэффициентами . . . 102
1.1. Принцип максимума . . . 103
1.2. Двумерный случай . . . 106
1.3. Лемма о производной по внутреннему направлению . . . 107
1.4. Лемма о возрастании . . . 111
1.5 Теоремы типа Фрагмена – Линделёфа . . . 121
1.6. s-емкость . . . 123
1.7. Устранимые и несущественные множества . . . 125
§ 2. Дивергентные уравнения . . . 127
2.1. Принцип максимума . . . 128
2.2. Непрерывность обобщенных решений . . . 129
2.3. Неравенство Харнака . . . 134
2.4. Об аппроксимации решений решениями уравнений с бесконечно дифференцируемыми коэффициентами 136
2.5. Функция Грина . . . 138
2.6. Лемма о возрастании. Один вариант теоремы типа Фрагмена – Лмнделёфа . . . 142
2.7. Вопрос о регулярности граничных точек . . . 147
2.8. Устойчивость решения задачи Дирихле . . . 152
2.9. Условие Неймана. Трихотомия . . . 155
2.10. Задача Зарембы . . . 158
§ 3. Эллиптические уравнения второго порядка с регулярными коэффициентами . . . 160
3.1. Зависимость гладкости решения от гладкости коэффициентов . . . 160
3.2. Поведение решения вблизи граничной точки . . . 162
3.3. Вопросы, связанные с задачей Коши для эллиптического уравнения . . . 165
3.4. Теорема типа Фрагмена – Линделёфа, связанная с данными Коши . . . 169
3.5. О возможной скорости убывания решений эллиптических уравнений . . . 171
3.6. Поведение решения вблизи нерегулярной границы . . . 174
Глава 2. Параболические уравнения . . . 179
§ 1. Недивергентные параболические уравнения . . . 179
1.1. Принцип максимума . . . 180
1.2. Суб- и суперпараболические функции типа потенциала . . . 181
1.3. Единственность решения задачи Коши . . . 182
1.4. Грубая теорема о стабилизации решения задачи Коши при $t \to \infty$ . . . 184
1.5. Лемма о возрастании. Априорная оценка нормы Гёльдера и неравенство Харнака . . . 185
1.6. Теоремы типа Фрагмена – Линделёфа . . . 187
1.7. Теоремы типа Лиувилля . . . 188
§ 2. Дивергентные параболические уравнения . . . 189
2.1. Неравенство Харнака. Теорема об осцилляции. Априорная оценка нормы Гёльдера . . . 189
2.2. Функция Грина и ее оценка . . . 190
2.3. Принцип максимума. G-емкость. Лемма о возрастании. Усиленный принцип максимума . . . 191
2.4. Стабилизация решений при $t \to \infty$ . . . 193
2.5. О классах единственности решения второй начально-краевой задачи для параболических уравнений в неограниченных областях . . . 195
§ 3. Параболические уравнения с гладкими коэффициентами . . . 197
3.1. О регулярности граничных точек для параболических уравнений . . . 197
3.2. Поведение решений параболических уравнений на характеристике . . . 204
Комментарии к литературе . . . 208
Литература . . . 209

Год издания 1988

Том 33
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ — 4
Консультирующие редакторы-составители:
профессор Ю.В. Егоров,
доктор физико-математических наук М.А. Шубин

УДК 517.95 + 517.95

I. МИКРОЛОКАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Ю.В. Егоров

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 8
Глава I. Микролокальные свойства распределений . . . 9
§ 1. Микролокализация . . . 9
§ 2. Волновой фронт распределения. Его функториальные свойства . . . 11
2.1. Определение волнового фронта . . . 11
2.2. Локализация волнового фронта . . . 12
2.3. Волновой фронт и особенности одномерных распределений . . . 13
2.4. Волновые фронты прямого и обратного образов распределения . . . 13
§ 3. Волновой фронт и операция над распределениями . . . 14
3.1. След распределения. Произведение распределений . . . 14
3.2. Волновой фронт решения дифференциального уравнения . . . 15
3.3. Волновые фронты и интегральные операторы . . . 15
Глава 2. Псевдодифференциальные операторы . . . 16
§ 1. Алгебра псевдодифференциальных операторов . . . 16
1.1. Сингулярные интегральные операторы . . . 16
1.2. Символ . . . 17
1.3. Ограниченность псевдодифференциальных операторов . . . 18
1.4. Композиция псевдодифференциальных операторов . . . 19
1.5. Формально сопряженный оператор . . . 19
1.6. Псевдолокальность. Микролокальность . . . 19
1.7. Эллиптические операторы . . . 20
1.8. Неравенство Гординга . . . 20
1.9. Расширение класса псевдодифференциальных операторов . . . 20
§ 2. Инвариантность главного символа относительно канонических преобразований . . . 21
2.1. Инвариантность относительно замены переменных . . . 21
2.2. Субглавный символ . . . 22
2.3. Канонические преобразования . . . 22
2.4. Обратная теорема . . . 23
§ 3. Канонические формы символа . . . 24
3.1. Простые характеристические точки . . . 24
3.2. Двукратные характеристики . . . 26
3.3. Комплекснозначный символ . . . 26
3.4. Каноническая форма символа в окрестности границы . . . 26
§ 4. Различные классы псевдодифференциальных операторов . . . 27
4.1. Классы $L^m_{p.]beta}$ . . . 27
4.2. Классы L_ϕ, $varphu^m$ . . . 29
4.3. Операторы Вейля . . . 32
§ 5. Комплексные степени эллиптических операторов . . . 36
5.1. Определение комплексных степеней . . . 36
5.2. Построение символа оператора A^z . . . 37
5.3. Построение ядра оператора A^z . . . 38
5.4. ζ-Функция эллиптического оператора . . . 40
5.5. Асимптотика спектральной функции и собственных значений . . . 41
5.6. Комплексные степени эллиптического оператора с краевыми условиями . . . 42
§ 6. Псевдодифференциальные операторы в $\mathbb{R}^n$ и квантование . . . 44
6.1. Аналогия между микролокальным анализом и квантованием . . . 44
6.2. Псевдодифференциальные операторы в $\mathbb{R}^n$ . . . 45
Глава 3. Интегральные операторы Фурье . . . 47
§ 1. Параметрикс задачи Коши для гиперболических уравнений . . . 47
1.1. Задача Коши для волнового уравнения . . . 47
1.2. Задача Коши для гиперболического уравнения произвольного порядка . . . 48
1.3. Метод стационарной фазы . . . 49
§ 2. Канонический оператор Маслова . . . 50
2.1. Индекс Маслова . . . 50
2.2. Предканонический оператор . . . 52
2.3. Канонический оператор . . . 53
2.4. Некоторые приложения . . . 54
§ 3. Интегральные операторы Фурье . . . 55
3.1. Осциллирующие интегралы . . . 55
3.2. Локальное определение интегрального оператора Фурье . . . 56
3.3. Эквивалентность фазовых функций . . . 57
3.4. Связь с лагранжевым многообразием . . . 59
3.5. Глобальное определение распределения Фурье . . . 60
3.6. Глобальные интегральные операторы Фурье . . . 61
§ 4. Исчисление интегральных операторов Фурье . . . 64

4.1. Сопряженный оператор . . . 64
4.2. Композиция интегральных операторов Фурье . . . 64
4.3. Ограниченность в L_2 . . . 67
§ 5. Отображение волнового фронта под действием интегрального оператора Фурье . . . 68
5.1. Особенности интегралов Фурье . . . 68
5.2. Волновой фронт интеграла Фурье . . . 69
5.3. Действие интегрального оператора Фурье на волновые фронты . . . 70
§ 6. Интегральные операторы Фурье с комплексной фазой . . . 71
6.1. Комплексная фаза . . . 71
6.2. Почти-аналитическое продолжение . . . 71
6.3. Формула стационарной комплексной фазы . . . 73
6.4. Лагранжево многообразие . . . 73
6.5. Эквивалентность фазовых функций . . . 75
6.6. Главный символ . . . 76
6.7. Интегральные операторы Фурье с комплексной фазой . . . 78
6.8. Некоторые приложения . . . 79
Глава 4. Распространение особенностей . . . 80
§ 1 Регулярность решения в нехарактеристических точках . . . 80
1.1. Микролокальная гладкость . . . 80
1.2. Гладкость решения в нехарактеристической точке . . . 81
§ 2. Теоремы об устранимых особенностях . . . 81
2.1. Устранимые особенности в правых частях уравнений . . . 81
2.2. Устранимые особенности в граничных условиях . . . 82
§ 3. Распространение особенностей для решении уравнения вещественного главного типа . . . 83
3.1. Определение и пример . . . 83
3.2. Теорема Хёрмандера . . . 83
3.3. Локальная разрешимость . . . 84
3.4. Полуглобальная разрешимость . . . 85
§ 4. Распространение особенностей для уравнений главного типа с комплексным символом . . . 86
4.1. Пример . . . 86
4.2. Неподвижная особенность . . . 86
4.3. Один специальный случай . . . 87
4.4. Распространение особенностей в случае комплексного символа общего вида . . . 87
§ 5. Кратные характеристики . . . 88
5.1. Двукратные неинволютивные характерстики . . . 88
5.2. Условие Леви . . . 89
5.3. Операторы с характеристиками постоянной кратности . . . 89
5.4. Операторы с кратными инволютивными характеристиками . . . 90
5.5. Оператор Шрёдингера . . . 90
Глава 5. Разрешимость (псевдо)дифференциальных уравнений . . . 91
§ 1. Примеры . . . 91
1.1. Пример Леви . . . 91
1.2. Уравнение Мизохаты . . . 92
1.3. Другие примеры . . . 92
§ 2. Необходимые условия локальной разрешимости . . . 93
2.1. Теорема Хёрмандера . . . 93
2.2. Нуль конечного порядка . . . 94
2.3. Нуль бесконечного порядка . . . 95
2.4. Кратные характеристики . . . 95
§ 3. Достаточные условия локальной разрешимости . . . 95
3.1. Операторы вещественного главного типа . . . 95
3.2. Операторы главного типа . . . 96
3.3. Операторы с кратными характеристиками . . . 98
Глава 6. Гладкость решений дифференциальных уравнений . . . 98
§ 1. Гипоэллиптические операторы . . . 98
1.1. Определение и примеры . . . 98
1.2. Гипоэллиптические дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами . . . 99
1.3. Классы Жевре . . . 99
1.4. Частично гипоэллиптические операторы . . . 100
1.5. Гипоэллиптические уравнения в свертках . . . 101
1.6. Гипоэллиптические операторы постоянной силы . . . 102
1.7. Гипоэллиптические дифференциальные операторы с переменными коэффициентами . . . 102
1.8. Псевдодифференциальные гипоэллиптические операторы . . . 103
1.9. Вырождающиеся эллиптические операторы . . . 104
1.10. Частичная гипоэллиптичность вырождающихся эллиптических операторов . . . 105
1.11. Двукратные характеристики . . . 106
1.12. Гипоэллиптические операторы на прямой . . . 107
§ 2. Субэллиптические операторы . . . 108
2.1. Определение и простейшие свойства . . . 108
2.2. Оценки для дифференциальных операторов первого порядка с полиномиальными коэффициентами . . . 110
2.3. Алгебраические условии . . . 111

§ 3. Гипоэллиптические дифференциальные операторы второго порядка . . . 113
3.1. Сумма квадратов . . . 113
3.2. Необходимое условие гипоэллиптичности . . . 115
3.3. Операторы с неотрицательной квадратичной формой . . . 116
§ 4. Аналитическая гипоэллиптичность . . . 116
4.1. Эллиптические операторы . . . 116
4.2. Аналитический волновой фронт . . . 117
4.3. Аналитические псевдодифференциальные операторы . . . 118
4.4. Необходимые условия аналитической гипоэллиптичности . . . 119
4.5. Дифференциальное уравнение второго порядка . . . 121
4.6. Классы Жевре . . . 123
4.7. Обобщенная аналитическая гипоэллиптичность . . . 124
Глава 7. Преобразования краевых задач . . . 124
1.1. Операторы в полупространстве . . . 124
1.2. Свойства трансмиссии . . . 125
1.3. Приложение к изучению лакун . . . 128
§ 2. Распределения на многообразии с границей . . . 129
2.1. Пространства распределений . . . 129
2.2. Сжатый кокасательный пучок . . . 130
§ 3. Полностью характеристические операторы . . . 132
3.1. Псевдодифференциальные операторы и их ядра . . . 132
3.2. Свойство трансмиссии . . . 133
3.3. Полностью характеристические операторы . . . 133
3.4. Граничный волновой фронт . . . 134
§ 4. Граничные канонические преобразования . . . 135
4.1. Производящая функция . . . 135
4.2. Оператор главного типа . . . 135
4.3. Дифференциальный оператор второго порядка . . . 136
§ 5. Интегральные операторы Фурье . . . 137
5.1. Производящая функция граничного канонического преобразования . . . 137
5.2. Интегральный оператор Фурье . . . 137
Глава 8. Гиперфункции . . . 139
§ 1. Аналитические функционалы . . . 139
1.1. Определение и основные свойства . . . 139
1.2. Операции над аналитическими функционалами . . . 140
§ 2. Пространство гиперфункций . . . 140
2.1. Определение и основные свойства . . . 140
2.2. Аналитический волновой фронт гиперфункции . . . 141
2.3. Граничные значения гиперфункции . . . 141
§ 3. Решения дифференциальных уравнений . . . 143
3.1. Задача Коши . . . 143
3.2. Аналитический волновой фронт . . . 143
§ 4. Пучок микрофункций . . . 145
4.1. Следы голоморфных функций . . . 145
4.2. Определение пучка микрофункций . . . 146
4.3. Псевдодифференциальные операторы . . . 146
4.4. Интегральные операторы Фурье . . . 149
Литература . . . 149

УДК 517.956.3

II. ЛИНЕЙНЫЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

В.Я. Иврий

СОДЕРЖАНИЕ

Введение
Глава 1. Задача Коши . . . 158
§ 1. C^∞-корректность задачи Коши . . . 163
1.1. Основные определения и обозначения . . . 163
1.2. Необходимость гиперболичности. L_2-коректность задачи Коши . . . 164
1.3. Операторы с постоянными коэффициентами. Алгебраические свойства гиперболических полиномов 167
1.4. Регулярно и вполне регулярно гиперболические операторы . . . 170
1.5. Операторы с характеристиками постоянной кратности . . . 175
1.6. Нерегулярно гиперболические операторы общего вида . . . 177
1.7. Необходимые условия корректности задачи Коши . . . 178
1.8. Вырождающиеся гиперболические уравнения . . . 179

1.9. Уравнения второго порядка с двумя переменными . . . 180
1.10. Системы с характеристическими корнями постоянной кратности . . . 181
1.11. Необходимое условие регулярной гиперболичности для систем первого порядка с двумя переменными 183
§ 2. Корректность задачи Коши в классах Жевре . . . 183
2.1. Основные определения . . . 183
2.2. Необходимость и достаточность гиперболичности . . . 185
2.3. Операторы с постоянными коэффициентами . . . 185
2.4. Операторы с характеристиками постоянной кратности . . . 186
2.5. Необходимые условия корректности в классах Жевре . . . 187
2.6. Примеры . . . 189
§ 3. Распространение особенностей . . . 191
3.1. Распространение C^∞-особенностей . . . 191
3.2. Геометрия распространения особенностей . . . 195
3.3. Построение параметрикса . . . 200
3.4. Распространение аналитических особенностей и особенностей Жевре . . . 201
Глава 2. Смешанная задача для гиперболических операторов . . . 202
§ 1. Корректность смешанной задачи . . . 202
1.1. Предварительные замечания . . . 202
1.2. Операторы с постоянными коэффициентами . . . 206
1.3. Сильная L_2-корректность смешанной задачи для уравнений . . . 208
1.4. Сильная L_2-корректность смешанной задачи для систем первого порядка . . . 211
1.5. Необходимые условия C^∞-корректиости смешанной задачи . . . 212
1.6. Слабая L_2-корректность смешанной задачи . . . 213
1.7. C^∞-корректность смешанной задачи для строго гиперболических уравнений второго порядка . . . 216
1.8. Смешанная задача в классах аналитических функций . . . 219
§ 2. Распространение C^∞-особенностей . . . 220
2.1. Волновые фронты . . . 221
2.2. Распространение особенностей решений диссипативных краевых задач для симметрических гиперболических систем . . . 221
2.3. Геометрия распространения особенностей . . . 225
2.4. Распространение особенностей решений строго диссипативных краевых задач для симметрических гиперболических систем . . . 226
2.5. Геометрия распространения особенностей (окончание) . . . 228
2.6. Распространение особенностей решений неклассических задач . . . 229
§ 3. Распространение аналитических особенностей . . . 231
3.1. Общая теория . . . 232
3.2. Волновое уравнение . . . 233
Проблемы . . . 236
Библиографические указания . . . 238
Обзор последних работ . . . 240
Литература . . . 241
Дополнительная литература . . . 246

Год издания 1988

Том 34
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ — 5
Консультирующий редактор-составитель
доктор физико-математических наук М.В. Федорюк

УДК 517.955.8

I. УРАВНЕНИЯ С БЫСТРО ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ РЕШЕНИЯМИ

М.В. Федорюк

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 6
§ 1. Асимптотика решений в малом . . . 6
1.1. Формальные асимптотические решения . . . 6
1.2. Уравнение Гамильтона – Якоби и система Гамильтона . . . 9
1.3. Задача Коши для уравнения Гамильтона – Якоби . . . 10

1.4. Уравнения переноса . . . 13
1.5. Дополнения . . . 15
§ 2. Лагранжевы многообразия . . . 18
2.1. Изотропные многообразия . . . 18
2.2. Симплектическая геометрия . . . 20
2.3. Канонические преобразования . . . 21
§ 3. Переход в p-представление . . . 23
3.1. Псевдодифференциальные операторы . . . 23
3.2. Операторы в p-представлении . . . 25
3.3. Новый класс формальных асимптотических решений . . . 25
§ 4. Канонический оператор Маслова . . . 26
4.1. Предканонический оператор . . . 26
4.2. Формулы коммутации . . . 27
4.3. Индекс Маслова . . . 29
4.4. Канонический оператор Маслова . . . 34
4.5. Структура канонического оператора . . . 35
§ 5. Некоторые применения канонического оператора . . . 37
6.1. Задачи Коши с быстро осциллирующими начальными данными . . . 37
5.2. Параметрикс задачи Коши для гиперболических уравнений и систем . . . 39
5.3. Задачи на собственные значения . . . 41
§ 6. Метод ВКБ для нелинейных уравнений . . . 45
6.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка . . . 45
6.2. Анализ уравнения Гамильтона – Якоби . . . 48
6.3. Уравнения с частными производными . . . 53
Комментарии к литературе . . . 55
Литература . . . 55

УДК 517.955.8

II. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ПРИ $t \to \infty$ РЕШЕНИЙ ВНЕШНИХ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ И КВАЗИКЛАССИКА

Б.Р. Вайнберг

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Асимптотика при $t \to \infty$ решений внешних смешанных задач . . . 58
§ 1. Аналитические свойства резольвенты внешних эллиптических задач и коротковолновые приближения . 58
1.1. Постановка задачи . . . 58
1.2. Описание класса рассматриваемых задач . . . 59
1.3. Аналитическое продолжение резольвенты через непрерывный спектр . . . 61
1.4. Поведение резольвенты при больших частотах . . . 64
§ 2. Длинноволновое приближение и асимптотика при $t \to \infty$ решений смешанных задач . . . 66
2.1. Нечетное n . . . 66
2.2. Длинноволновая асимптотика . . . 67
2.3. Смешанные задачи, четное n . . . 69
2.4. Задачи с ограниченной при $t > 0$ энергией решений . . . 70
2.5. Уравнение Клейна – Гордона . . . 71
Глава 2. Задача рассеяния . . . 72
§ 1. Квазиклассическая асимптотика решения задачи рассеяния . . . 72
1.1. Введение, геометрия лучей . . . 72
1.2. Канонический оператор Маслова (КОМ) . . . 74
1.3. Асимптотика решения задачи рассеяния . . . 75
§ 2. Асимптотика амплитуды рассеяния . . . 77
Глава 3. Параметрикс и полное асимптотическое разложение спектральной функции дифференциальных операторов в $\mathbb{R}^n$ . . . 78
§ 1. Параметрикс для гиперболических уравнений и систем . . . 78
1.1. Введение . . . 78
1.2. Уравнения второго порядка . . . 79
1.3. Уравнения высокого порядка и системы . . . 82
§ 2. Асимптотика спектральной функции . . . 84
2.1. Уравнения второго порядка . . . 84
2.2. Системы уравнений первого порядка . . . 87
Комментарий к литературе . . . 87
Литература . . . 89

УДК 517.953.8

III. МНОГОМЕРНЫЙ МЕТОД ВКБ ИЛИ ЛУЧЕВОЙ МЕТОД. ЕГО АНАЛОГИ И ОБОБЩЕНИЯ

В.М. Бабич

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 94
Глава 1. Основные нелокальные коротковолновые разложения . . . 96
§ 1. Классический лучевой метод . . . 96
1.1. Исходные формулы . . . 96
1.2. Уравнение эйконала . . . 97
1.3. Лучи, лучевые координаты . . . 98
1.4. Интегрирование уравнений переноса . . . 99
1.5. Обсуждение полученных результатов . . . 101
1.6. Отражение и преломление лучевых решений . . . 101
§ 2. Точечный источник колебаний в неоднородной среде . . . 104
2.1. Анзац . . . 104
2.2. Уравнения переноса . . . 105
2.3. Обсуждение полученных результатов . . . 106
§ 3. Коротковолновое разложение в окрестности неособого участка каустики . . . 107
3.1. Исходные предположения . . . 107
3.2. Аналитический характер эйконала вблизи каустики . . . 108
3.3. Асимптотика решения . . . 110
Глава 2. Некоторые модификации лучевого и каустического разложений . . . 112
§ 1. Асимптотика колебаний типа шепчущей галереи . . . 112
1.1. Лучевой метод в малом . . . 112
1.2. Краевые условия и уравнения переноса . . . 114
1.3. Аналоги и обобщения . . . 115
§ 2. Поверхностная волна, распространяющаяся вдоль импедансной поверхности . . . 117
2.1. Исходные положения. Анзац . . . 117
2.2. Построение асимптотики решения . . . 118
Глава 3. Гауссовы пучки и их приложения . . . 119
§ 1. Решения, сосредоточенные в окрестности фиксированного луча . . . 119
1.1. Постановка задачи. Анзац . . . 119
1.2. Нахождение $\tau^{(0)}$, $\tau^{(1)}$, $tau^{(2)}$ . . . 120
1.3. Нахождение $tau_{i_1,\ldots,i_h}$ и $j_{i_1,\ldots,i_h}$ . . . 122
§ 2. Случай замкнутого луча . . . 123
2.1. Свойства системы уравнений Якоби . . . 123
2.2. Построение квазимод в случае замкнутого луча в первом приближении . . . 124
2.3. Высшие приближения . . . 124
§ 3. Суммирование гауссовых пучков . . . 126
3.1. Основные идеи метода . . . 126
3.2. Применение метода стационарной фазы . . . 128
Глава 4. О других коротковолновых дифракционных задачах . . . 129
§ 1. Случай гладких отражающих границ . . . 129
1.1. Задача В.А. Фока . . . 129
1.2. Точечные источники колебаний на границе области . . . 130
§ 2. Разные задачи . . . 131
2.1. Задача о смене знака кривизны . . . 131
2.2. Задачи с острыми кромками и экранами . . . 132
Комментарии к литературе . . . 132
Литература . . . 133

УДК 517.955.8+517.984.66

IV. КВАЗИКЛАССИЧЕСКАЯ АСИМПТОТИКА СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

В.Ф. Лазуткин

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение . . . 135
§ 2. Квазимоды и спектр . . . 139
2.1. Самосопряженный оператор, порожденный дифференциальным выражением . . . 139
2.2. Спектр и дискретный спектр . . . 140
2.3. Квазимоды . . . 140
2.4. Семейство квазимод . . . 141
2.5. Замечания . . . 142
§ 3. Классическая динамическая система и принципы конструирования квазимод . . . 142
3.1. Классическая динамическая система, ассоциированная с уравнением Шрёдингера . . . 143
3.2. Фазовое пространство и динамика при наличии края . . . 144
3.3. Как строить квазимоды? . . . 147
3.4. Вполне интегрируемая гамильтонова система . . . 148
3.5. Интегрируемость на канторовом множестве . . . 150
§ 4. Квазимоды, отвечающие колмогоровским торам . . . 152
4.1. Индекс Маслова и граничный индекс . . . 152
4.2. Условия квантования. Оценка числа квазимод . . . 153
4.3. Канонический оператор Маслова . . . 154
4.4. Формулы для квазимод . . . 158
4.5. Выбор нормировочной константы и поведение квазимоды в окрестности регулярной относительно проекции точки . . . 160
4.6. Ортогональность квазимод. Оценка суммарной кратности аппроксимируемого спектра . . . 161
§ 5. История вопроса и некоторые исследованные задачи . . . 162
5.1. История вопроса . . . 162
5.2. Задачи с разделяющимися переменными . . . 162
5.3. Малые возмущения задач с разделяющимися переменными . . . 163
5.4. Окрестность замкнутой траектории . . . 166
5.5. Квазимоды, сосредоточенные вблизи границы области . . . 168
5.6. Квазимоды, отвечающие дополнению к колмогоровским торам . . . 170
Литература . . . 172

УДК 517.955.8 + 517.958:532.526

V. ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

А.М. Ильин

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Экспоненциальный пограничный слой . . . 175
1.1. Введение. Примеры краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений . . . 175
1.2. Уравнения с частыми производными . . . 180
§ 2. Метод согласования асимптотических разложений . . . 184
2.1. Краевая задача для обыкновенного дифференциального уравнения . . . 185
2.2. Равномерное асимптотическое разложение . . . 188
2.3. Краевая задача для уравнения с частными производными . . . 190
§ 3. Эллиптическое уравнение с малым параметром при старших производных . . . 192
§ 4. Сингулярные возмущения границы области . . . 197
§ 5. Квазилинейное параболическое уравнение . . . 202
Комментарии к литературе . . . 209
Литература . . . 211

УДК 517.955.8 + 517.958:530.145.7

VI. МЕТОД ОСРЕДНЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ

Н.С. Бахвалов, Г.П. Панасенко, А.Л. Штарас

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 215
Глава 1. Задачи механики неоднородных структур, описываемые уравнениями в частных производных с быстро осциллирующими коэффициентами . . . 216
§ 1. Среды с периодически расположенными неоднородностями . . . 216

1.1. Стационарное температурное поле . . . 218
1.2. Система уравнений теории упругости . . . 220
1.3. Нестационарные задачи . . . 221
§ 2. Сильно неоднородные среды . . . 222
2.1. Волокнистая структура: масштабный эффект . . . 222
2.2. Дисперсная структура . . . 223
2.3. Другие сильно неоднородные структуры . . . 224
Глава 2. Асимптотические и численно-асимптотические методы решения задач механики неоднородных структур 225
§ 1. Разделение быстрых и медленных переменных . . . 226
§ 2. Метод осредненного уравнения бесконечного порядка . . . 227
§ 3. Разложение по двум параметрам . . . 229
§ 4. Метод пограничного слоя в задачах осреднения . . . 231
§ 5. Описание процессов в периодических средах посредством функций, зависящих от быстрых переменных 233
Глава 3. Численно-асимптотические методы для слабо нелинейных задач . . . 234
Литература . . . 241

Год издания 1988

Том 35
АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ — 2
Консультирующий редактор-составитель
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 512.73

I. КОГОМОЛОГИИ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ МНОГООБРАЗИЙ

В.И. Данилов

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 8
Глава 1. Гомологический аппарат . . . 10
§ 1. Генезис гомологических понятий . . . 10
1.1. Идея гомологии . . . 10
1.2. Гомологии триангулированного пространства . . . 10
1.3. Сингулярные гомологии . . . 11
1.4. Когомологии . . . 12
1.5. Пучки . . . 12
1.6. Когомологии пучков . . . 13
1.7. Когомологии когерентных пучков . . . 14
1.8. Когомологии этальных пучков . . . 14
§ 2. Комплексы . . . 15
2.1. Точные последовательности . . . 15
2.2. Комплексы . . . 15
2.3. Длинная точная последовательность . . . 16
2.4. Фильтрованные комплексы . . . 17
2.5. Спектральные последовательности . . . 17
2.6. Бикомплексы . . . 19
2.7. Конус отображения . . . 19
2.8. Произведения . . . 20
§ 3. Пучки . . . 20
3.1. Предпучки . . . 20
3.2. Пучки . . . 21
3.3. Прямой и обратный образы пучка . . . 22
3.4. Абелевы пучки . . . 23
3.5. Вялые пучки . . . 24
§ 4. Когомологии пучков . . . 25
4.1. Конструкция когомологий . . . 25
4.2. Гиперкогомологии . . . 26
4.3. Высшие прямые образы . . . 27
4.4. Когомологии покрытия . . . 28
4.5. Критерий ацикличности покрытия . . . 29
Глава 2. Когомологии когерентных пучков . . . 30

§ 1. Когомологии квазикогерентных пучков . . . 31
1.1. Квазикогерентные пучки . . . 31
1.2. Теорема Серра . . . 32
1.3. Комплексы Кошуля . . . 33
1.4. Теорема об аффинных покрытиях . . . 34
1.5. Когомологическая размерность . . . 35
1.6. Высшие прямые образы . . . 35
1.7. Формула Кюннета . . . 35
1.8. Когомологии открытых вложений . . . 36
§ 2. Когомологии проективного пространства . . . 37
2.1. Пучки на $\mathbf{P}^n$ и градуированные модули . . . 37
2.2. Применение к обратимым пучкам . . . 37
2.3. Применение к когерентным пучкам . . . 39
2.4. Регулярные пучки . . . 40
2.5. Эйлерова характеристика . . . 41
2.6. Релятивизация . . . 41
§ 3. Когомологии собственных морфизмов . . . 42
3.1. Теорема конечности . . . 42
3.2. Теорема сравнения . . . 42
3.3. Эскиз доказательства . . . 43
3.4. Теорема о формальных функциях . . . 44
3 5. Непрерывные семейства пучков . . . 45
3.6. Теорема о полунепрерывности . . . 45
3.7. Лемма об эквивалентном комплексе . . . 46
3.8. Постоянство эйлеровой характеристики . . . 47
§ 4. Теорема Римана – Роха . . . 47
4.1. Теорема Римана – Роха для кривой . . . 47
4.2. Общая проблема Римана . . . 48
4.3. Классы Чженя . . . 48
4.4 Теорема Римана – Роха – Хирцебруха . . . 50
4.5. Теорема Римана – Роха – Гротендика . . . 51
4.6. Принцип доказательства . . . 52
§ 5. Теория двойственности . . . 53
5.1. Эвристические замечания . . . 53
5.2. Двойственность на кривой . . . 53
5.3. Двойственность Серра . . . 54
5.4. Теорема Ходжа об индексе . . . 55
5.5. Общая двойственность . . . 56
5.6. Двойственность на схемах Коэна – Маколея . . . 56
§ 6. Когомологии де Рама . . . 57
6.1. Определение . . . 57
6.2. Теорема о вырождении . . . 58
6.3. Редукция к конечным полям . . . 59
6.4. Случай конечного поля . . . 60
6.5. Операторы Картье . . . 61
6.6. Теоремы об обращении в нуль . . . 62
6.7. Свойства когомологий де Рама . . . 63
6.8. Кристаллические когомологии . . . 64
Глава 3. Когомологии комплексных многообразий . . . 65
§ 1. Комплексные многообразия как топологические пространства . . . 65
1.1. Классическая топология . . . 65
1.2. Свойства классической топологии . . . 66
1.3. Сингулярные (ко)гомологии . . . 67
1.4. Гомологии Бореля – Мура . . . 68
1.5. Теория пересечений . . . 69
1.6. Формула Лефшеца . . . 70
§ 2. Когомологии когерентных пучков . . . 71
2.1. Функтор аналитизации . . . 71
2.2. Теорема сравнения . . . 71
2.3. Применение к когомологиям де Рама . . . 72
2.4. Слабая теорема Лефшеца . . . 73
2.5. Теорема об алгебраизации . . . 73
2.6. Теорема о связности . . . 74
2.7. Теорема существования Римана . . . 74
2.8. Экспоненциальная последовательность . . . 75
§ 3. Веса в когомологиях . . . 76
3.1. Весовая фильтрация . . . 76
3.2. Функториальность весов . . . 76
3.3. Сборка и разборка . . . 76
3.4. Случай гладких многообразий . . . 78
3.5. Непрерывность весов . . . 78

3.6. Существование весов . . . 79
§ 4. Алгебраический подход к классической топологии . . . 79
4.1. Что дает топология Зарисского . . . 79
4.2. Идея Гротендика . . . 80
4.3. Хорошие окрестности . . . 81
4.4. Идеализированная схема восстановления . . . 81
4.5. Алгебраические накрывающие . . . 82
4.6. Поучительный пример . . . 83
Глава 4. Этальные когомологии . . . 84
§ 1. Гипотезы Вейля . . . 84
1.1. Конечные поля . . . 84
1.2. Уравнения над конечными полями . . . 85
1.3. Дзета-функция . . . 86
1.4. Теорема Вейля . . . 88
1.5. Доказательство теоремы Вейля . . . 88
1.6. Гипотезы Вейля . . . 89
1.7. Когомологии Вейля . . . 90
§ 2. Алгебраическая фундаментальная группа . . . 91
2.1. Этальные морфизмы . . . 92
2.2. Этальные накрытия . . . 92
2.3. Алгебраическая фундаментальная группа . . . 93
2.4. Функториальные свойства фундаментальной группы . . . 95
2.5. Конструирование накрытий . . . 96
§ 3. Этальная топология . . . 96
3.1. Этальные предпучки . . . 96
3.2. Этальные пучки . . . 97
3.3. Категория пучков . . . 98
3.4. Слой пучка в точке . . . 99
3.5. Этальная локализация . . . 100
§ 4. Когомология этальных пучков . . . 100
4.1. Абелевы пучки . . . 100
4.2. Когомологии . . . 101
4.3. Когомологии Галуа . . . 102
4.4. Когомологии когерентных пучков . . . 102
4.5. Торзеры . . . 103
4.6. Теория Куммера . . . 103
4.7. Ацикличность конечных морфизмов . . . 104
§ 5. Когомологии алгебраических кривых . . . 104
5.1. Стратегия подхода . . . 105
5.2 Теорема Тзена . . . 105
5.3. Когомологии пучка C^* . . . 106
5.4. Когомологии полной кривой . . . 107
5.5. Двойственность на полной кривой . . . 107
5.6. Случай открытой кривой . . . 108
§ 6. Фундаментальные теоремы . . . 108
6.1. Конструктивные пучки . . . 109
6.2. Теорема о замене базы . . . 109
6.3. Когомологии с компактными носителями . . . 110
6.4. Теорема конечности . . . 111
6.5. Сравнение с классическими когомологиями . . . 112
6.6. Специализация и исчезающие циклы . . . 112
6.7. Ацикличность гладких морфизмов . . . 113
6.8. Этальная монодромия . . . 114
§ 7. l-адические когомологии . . . 114
7.1. l-адические пучки . . . 114
7.2. Конечномерность . . . 116
7.3. Формула Кюннета . . . 116
7.4. Двойственность Пуанкаре: ориентация . . . 116
7.5. Двойственность Пуанкаре; спаривание . . . 117
7.6. Гомоморфизм Гизина . . . 118
7.7. Слабая теорема Лефшеца . . . 118
7.8. Формула следа Лефшеца . . . 119
7.9. Применение к Z-функции . . . 119
7.10. L-функции . . . 119
§ 8. Теорема Делиня . . . 121
8.1. Веса . . . 121
8.2. Главная теорема . . . 122
8.3. Механика доказательства . . . 123
8.4. Геометрические применения . . . 124
8.5. Трудная теорема Лефшеца . . . 125
8.6. Теорема об инвариантном подпространстве . . . 126

8.7. Гипотеза Тейта 126
Литература 127

УДК 512.774

II. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ

В.И. Исковских, И.Р. Шафаревич

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 132
§ 1. Основные инварианты 134
§ 2 Примеры 137
§ 3. Кривые на алгебраической поверхности 147
3.1. Дивизоры 147
3.2. Алгебраическая эквивалентность 149
3.3. Линейная эквивалентность 151
3.4. .Многообразия Пикара и Альбанезе 154
3.5. Дивизоры на расслоениях 155
§ 4. Индексы пересечения 156
4.1. Основные свойства 156
4.2. Формула присоединения 159
§ 5. Численная эквивалентность дивизоров 162
5.1. Теорема Римана – Роха 163
5.2. Конус эффективных классов кривых 163
§ 6. Бирациональные отображения 169
6.1. σ-процесс 169
6.2. Бирациональные преобразования 171
6.3. Стягивание 176
§ 7. Минимальные модели 180
7.1. Основная теорема 180
7.2. Доказательство основной теоремы 183
7.3. Единственность минимальной модели 186
§ 8. Бирациональная классификация 189
8.1. Основные результаты 189
8.2. Обсуждение теоремы 1 192
8.3. Неравенство Кастельнуово – де Франчиса 192
8.4. Обсуждение теоремы 2 195
§ 9. Поверхности общего типа 198
9.1. Модули 198
9.2. География поверхностей 200
9.3. Поверхности, близкие к рациональным 203
§ 10. Эллиптические поверхности 204
10.1. Семейства групп 204
10.2. Вырожденные слои 208
10.3. Якобиево расслоение 214
10.4. Классификация 217
10.5. Применения 219
§ 11. Поверхности канонической размерности 0 221
11.1. Поверхности Энриквеса 221
11.2. Абелевы поверхности 223
11.3. Биэллиптические поверхности 226
§ 12. Поверхности типа $K3$ 228
12.1. Основные инварианты 228
12.2. Проективная геометрия 229
12.3. Топология 230
12.4. Аналитическая геометрия 231
12.5. Применения 234
12.6. Обобщения 234
§ 13. Линейчатые и рациональные поверхности 236
13.1. Линейчатые поверхности 236
13.2. Рациональные поверхности 240
13.3. Поверхности дель Пеццо 242
13.4. Снова линейчатые поверхности 247
§ 14. Комплексные аналитические поверхности 248
14.1. Мероморфные функции 248
14.2. Когомологии 249

14.3. Поверхности, для которых $a(X) = 0$ или $a(X) = 1$ . . . 251
14.4. Униформизация . . . 253
§ 15. Эффекты конечной характеристики . . . 255
15.1. Нарушение теоремы Бертини . . . 255
15.2. Факторы по неприведенной групповой схеме . . . 256
15.3. Неприведенность схемы Пикара . . . 256
15.4. Нарушение соотношений симметрии $h^{p,q} = h^{q,p}$ . . . 257
15.5. Отсутствие аналога теорем Лефшеца и Люрота . . . 258
15.6. Нарушение теоремы об обращении в нуль . . . 258
15.7. Изменения в классификации . . . 259
Литература . . . 260

Год издания 1986

Том 36
АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ — 3
Консультирующие редакторы-составители:
доктор физико-математических наук А.Н. Паршин,
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 512.7

КОМПЛЕКСНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МНОГООБРАЗИЯ: ПЕРИОДЫ ИНТЕГРАЛОВ, СТРУКТУРЫ ХОДЖА

Вик. С. Куликов, П.В. Курчанов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 6
Глава 1. Классическая теория Ходжа . . . 15
§ 1. Алгебраические многообразия . . . 15
§ 2. Комплексные многообразия . . . 22
§ 3. Сравнение алгебраических многообразий и аналитических пространств . . . 25
§ 4. Комплексные многообразия как C^∞-многообразия . . . 31
§ 5. Связности на голоморфных векторных расслоениях . . . 35
§ 6. Эрмитовы многообразия . . . 40
§ 7. Кэлеровы многообразия . . . 46
§ 8. Линейные расслоения и дивизоры . . . 56
§ 9. Теорема Кодаиры об обращении в нуль . . . 62
§ 10. Монодромия . . . 69
Глава 2. Периоды интегралов на алгебраических многообразиях . . . 75
§ 1. Классифицирующее пространство . . . 75
§ 2. Комплексные торы . . . 87
§ 3. Отображение периодов . . . 94
§ 4. Вариация структур Ходжа . . . 98
§ 5. Теорема Торелли . . . 99
§ 6. Инфинитеэимальная вариация структур Ходжа . . . 108
Глава 3. Теоремы Торелли . . . 111
§ 1. Алгебраические кривые . . . 111
§ 2. Трехмерная кубика . . . 120
§ 3. Поверхности типа $K3$. Эллиптические пучки . . . 127
§ 4. Гиперповерхности . . . 143
§ 5. Контрпримеры к теоремам Торелли . . . 154
Глава 4. Смешанные структуры Ходжа . . . 158
§ 1. Определение смешанной структуры Ходжа . . . 158
§ 2. Смешанная структура Ходжа на когомологиях полугладкого полного многообразия . . . 163
§ 3. Когомологии гладких многообразий . . . 170
§ 4. Теорема об инвариантном подпространстве . . . 179
§ 5. Структура Ходжа на когомологиях гладких гиперповерхностей . . . 193
§ 6. Дальнейшее развитие теории смешанных структур Ходжа . . . 191
Глава 5. Вырождения алгебраических многообразий . . . 198
§ 1. Вырождения многообразий . . . 198

§ 2. Предельная структура Ходжа 204
§ 3. Точная последовательность Клеменса – Шмида 205
§ 4. Применение точной последовательности Клеменса – Шмида к вырождениям кривых 210
§ 5. Применение точной последовательности Клеменса – Шмида к вырождениям поверхностей. Выражение численных характеристик слоя X_t через характеристики слоя X_0 213
§ 6. Эпиморфность отображения периодов для поверхностей типа $K3$ 218
Комментарий к списку литературы 225
Литература 226

УДК 512.7

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ И ИХ ЯКОБИАНЫ

В.В. Шакуров

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 234
§ 1. Приложения 234
1.1. Теория Берчиалла – Чондн – Кричевера 234
1.2. Деформация коммутирующих дифференциальных операторов 237
1.3. Уравнения Кадомцева – Петвиашвили 239
1.4. Конечномерные решения иерархии КП 240
1.5. Решения уравнений цепочки Тода 241
1.6. Решение алгебраических уравнений с помощью тета-констант 242
§ 2. Специальные дивизоры 244
2.1. Многообразия специальных дивизоров и линейных систем 244
2.2. Матрица Брилля – Нётера. Числа Брилля – Нётера 245
2.3. Существование специальных дивизоров 246
2.4. Связность 248
2.5. Специальные кривые. Общий случай 248
2.6. Особенности 250
2.7. Инфинитезимальная теория специальных линейных систем 250
2.8. Отображения Гаусса 252
2.9. Уточнение размерностей 253
2.10. Касательные конусы 254
§ 3. Примианы 255
3.1. Неразветвленные двулистные накрытия 255
3.2. Примианы и многообразия Прима 256
3.3. Дивизор поляризации 258
3.4. Особенности дивизора поляризации 261
3.5. Отличие от якобианов 263
3.6. Отображение Прима 265
§ 4. Характеризация якобианов 265
4.1. Многообразие якобианов 265
4.2. Подмногообразие Андреотти – Майера 266
4.3. Куммеровы многообразия 267
4.4. Приведенность $\Theta \cap (\Theta + p)$ и трисеканты 268
4.5. Характеризация Новикова – Кричевера 270
4.6. Соотношения Шоттки 271
Литература 272

Год издания 1989

Том 37
АЛГЕБРА — 4
Редакторы-консультанты:
член-корреспондент АН СССР А.И. Кострикин,
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 512.54

БЕСКОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ

А.Ю. Ольшанский, А.Л. Шмелькин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 6
Глава 1. Комбинаторная теория групп . . . 8
§ 1. Свободные группы . . . 9
1.1. Определение свободной группы . . . 9
1.2. Подгруппы свободных групп . . . 10
1.3. Метод Нильсена. Автоморфизмы свободной группы . . . 11
1.4. Другие реализации свободных групп . . . 13
§ 2. Определяющие соотношения и свободные конструкции . . . 16
2.1. Копредставления групп . . . 16
2.2. Свободные конструкции . . . 19
§ 3. Свойства свободных конструкций . . . 22
3.1. Подгруппы свободных произведений с объединением HNN-расширений . . . 22
3.2. Свободные конструкции, как группы преобразований . . . 23
3.3. Биполярные структуры . . . 25
3.4. Группы, действующие на деревьях . . . 27
§ 4. Конечно определенные группы . . . 29
4.1. Классические алгоритмические проблемы в теория групп . . . 29
4.2. Группы с одним соотношением . . . 31
4.3. Некоторые классы конечно определенных групп . . . 33
§ 5. Теория сокращений . . . 36
5.1. Группы с условиями малого сокращения . . . 36
5.2. Геометрическая интерпретация вывода следствий из определяющих соотношений . . . 38
5.3. Результаты П.С. Новикова и С.И. Адяна о периодических группах . . . 40
5.4. Топологический подход к построению групп с заданными свойствами . . . 41
§ 6. Другие вопросы комбинаторного характера . . . 44
6.1. Уравнения над группами . . . 44
6.2. Уравнения в свободной группе . . . 45
6.3. Функция роста групп . . . 47
Глава 2. Структурная теория бесконечных групп . . . 50
§ 1. Абелевы группы . . . 51
1.1. Абелевы группы с конечным числом порождающих . . . 52
1.2. Делимые (полные) абелевы группы . . . 53
1.3. Периодические абелевы группы . . . 55
1.4. Абелевы группы без кручения . . . 57
1.5. Расширения в классе абелевых групп . . . 58
1.6. Алгебраически компактные группы . . . 60
§ 2. Расширения групп и гомологические вопросы . . . 62
2.1. Полупрямые произведения и сплетения . . . 63
2.2. Системы факторов и вторая группа когомологий . . . 65
2.3. Определение групп гомологий и когомологий . . . 67
2.4. Когомологическая размерность и другие инварианты . . . 69
§ 3. Разрешимые группы . . . 71
3.1. Общие замечания . . . 71
3.2. Полициклические группы . . . 73
3.3. Разрешимые группы конечного ранга . . . 74
3.4. Метабелевы группы и близкие к ним . . . 76
3.5. Обобщения разрешимости . . . 78
3.6. Тождества в разрешимых группах и алгоритмические вопросы . . . 80
§ 4. Нильпотентные группы . . . 88
4.1. Общие свойства . . . 88
4.2. Нильпотентные группы без кручения . . . 90
4.3. Базисные коммутаторы и связи с алгебрами Ли . . . 94
4.4. Обобщения нильпотентности . . . 96
4.5. Конечные факторгруппы . . . 98
§ 5. Периодические группы . . . 100
5.1. Постановка проблемы Бернсайда . . . 100
5.2. Финитно аппроксимируемые периодические группы . . . 102
5.3. Группы ограниченного периода . . . 104
5.4. Локально конечные группы . . . 108
Литература . . . 112

УДК 512.54

ЛИНЕЙНЫЕ ГРУППЫ

А.Е. Залесский

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 116
Глава 1. Основные типы линейных групп . . . 118
§ 1. Простейшие примеры матричных групп . . . 118
1.1. Полная линейная группа . . . 118
1.2. Группа скалярных матриц . . . 119
1.3. Группа диагональных матриц . . . 119
1.4. Верхняя и нижняя треугольные группы . . . 119
1.5. Верхняя и нижняя унитреугольные группы . . . 119
1.6. Группы мономиальных матриц . . . 119
1.7. Группы блочных матриц . . . 119
1.8. Сетевые группы . . . 120
1.9. Специальная линейная группа . . . 120
§ 2. Некоторые конструкции линейных групп . . . 120
2.1. Подобие групп матриц . . . 120
2.2. Компоненты . . . 120
2.3. Порождение линейных групп . . . 121
2.4. Прямая сумма . . . 121
2.5. Треугольная сумма . . . 121
2.6. Матричное сплетение . . . 121
2.7. Кронекерово произведение . . . 122
2.8. Линейные представления групп . . . 122
2.9. Прямая сумма представлений . . . 123
2.10. Тензорное произведение представлений . . . 123
2.11. Присоединенное представление . . . 124
2.12. Индуцированное представление . . . 124
2.13. Действие линейной группы на алгебре некоммутативных полиномов . . . 124
2.14. Действие линейной группы на алгебре полиномов . . . 125
2.15. Действие линейной группы на алгебре Грассмана . . . 126
§ 3. Симплектические, ортогональные и унитарные группы . . . 126
3.1. Полуторалинейные формы . . . 126
3.2. Матрица Грама . . . 127
3.3. Вопросы классификации полуторалинейных форм . . . 127
3.4. Индекс полуторалинейной формы . . . 128
3.5. Базис Витта . . . 128
3.6. Симплектическая, ортогональная и унитарная группы . . . 128
3.7. Примеры . . . 130
3.3. Полуторалинейные формы и инволюции . . . 130
3.9. Квадратичные формы . . . 130
3.10. Теорема Витта . . . 131
3.11. Группа стабильности изотропного пространства . . . 132
3.12. Спинорная группа и алгебра Клиффорда . . . 132
3.13. Группы унитарных и ортогональных матриц . . . 133
3.14. Замечания . . . 134
§ 4. Линейные группы над нормированными полями . . . 134
4.1. Евклидовы векторные пространства . . . 135
4.2. Замкнутые линейные группы (евклидова топология) . . . 135
4.3. Связные линейные группы Ли . . . 136
4.4. Нормированные поля . . . 137
4.5. Линейные группы над локально компактными (недискретными) полями . . . 139
§ 5. Топология Зарисского . . . 139
5.1. Определение топологии Зарисского . . . 139
5.2. Размерность по Зарисскому . . . 140
5.3. Непрерывность операций . . . 140
5.4. Замкнутые подгруппы . . . 141
5.5. Связная компонента . . . 142
§ 6. Алгебраические линейные группы . . . 143
6.1. Основные определения . . . 144
6.2. Общая структурная теорема об алгебраических группах . . . 145
6.3. Классификация простых алгебраических групп . . . 145
6.4. Теоремы сопряженности . . . 146
6.5. Строение алгебраических групп . . . 146
6.6. Координатное кольцо алгебраической группы . . . 146
6.7. Группы K-точек . . . 147
6.8. Строение групп K-точек простых групп . . . 149
6.9. Группы Шевалле . . . 150

6.10. Теория представлений алгебраических групп . . . 151
6.11. Арифметическая теория алгебраических групп и линейные группы над арифметическими кольцами 154
Глава 2. Аппарат теории линейных групп . . . 157
§ 1. Анализ линейных групп элементарными средствами линейной алгебры . . . 157
1.1. Первичный анализ линейной группы . . . 157
1.2. Разложимые модули . . . 157
1.3. Приводимые модули . . . 158
1.4. Импримитивные модули . . . 159
§ 2. Аппарат теории алгебр в теории линейных групп . . . 160
2.1. Теорема Бернсайда и ее следствия . . . 160
2.2. Теорема Клиффорда . . . 161
2.3. Примитивные линейные группы . . . 162
2.4. Техника теории полей . . . 164
§ 3. Топологические методы в теории линейных групп . . . 165
3.1. Эрмитова метрика . . . 165
3.2. Линейные группы над локально компактными полями с неархнмедовой нормой . . . 166
3.3. Техника топологии Зарисского . . . 169
3.4. Фундаментальные области групп преобразований и копредставления линейных групп . . . 170
§ 4. Метод алгебраических групп . . . 174
§ 5. Метод аппроксимации . . . 176
§ 6. Распознавание линейных групп . . . 179
Глава 3. Очерк современного состояния теории линейных групп . . . 183
§ 1. Линейные группы с точки зрения абстрактной теории групп . . . 183
1.1. “Произвольные” линейные группы . . . 183
1.2. Линейно представимые группы . . . 184
1.3. Основные классы абстрактных трупа и линейные группы . . . 185
§ 2. Теоремы сопряженности в линейных группах . . . 186
2.1. Теоремы сопряженности в $GL_n(P)$: алгебраически замкнутое поле . . . 187
2.2. Теоремы сопряженности в $GL_n(P)$: произвольное поле . . . 187
2.3. Сопряженность в подгруппах группы $GL_n(P)$ . . . 188
§ 3. Расположение подгрупп . . . 189
3.1. Максимальные подгруппы . . . 189
3.2. Относительно максимальные подгруппы . . . 193
3.3. Промежуточные подгруппы . . . 195
§ 4. Конечные линейные группы . . . 196
4.1. Инвариантные эрмитовы и билинейные формы . . . 197
4.2. Приводимость конечных линейных групп . . . 198
4.3. Поле реализации конечной линейной группы . . . 200
4.4. Редукция комплексных групп в конечную характеристику . . . 201
4.5. Классификация конечных линейных групп малых степеней над $\mathbb{C}$ . . . 202
4.6. Некоторые применения классификации конечных простых групп . . . 203
4.7. Конечные линейные группы малых степеней над полями простых характеристик . . . 206
4.8. Теорема Холла – Хигмена и смежные вопросы . . . 207
4.9. Собственные значения матриц конечных линейных групп . . . 209
§ 5. Классические группы над кольцами . . . 212
5.1. Строение полной линейной группы над кольцом . . . 213
5.2. Строение классических групп над кольцами . . . 215
5.3. Автоморфизмы и изоморфизмы классических групп над кольцами . . . 216
5.4. Образующие и соотношения . . . 218
§ 6. Обзор некоторых других направлений . . . 220
6.1. Целочисленные линейные группы . . . 220
6.2. Линейные группы над телами . . . 221
6.3. О геометрии линейных групп . . . 223
6.4. Обобщения линейных групп . . . 224
Литература . . . 226

Год издания Год издания 1986

Том 38
АЛГЕБРА — 5
Редакторы-консультанты:
член-корреспондент АН СССР А.И. Кострикин,
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 512.66

ГОМОЛОГИЧЕСКАЯ АЛГЕБРА

С.И. Гельфанд, Ю.И. Манин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
Глава 1. Комплексы и когомологии . . . 11
§ 1. Комплексы и точная последовательность . . . 11
§ 2. Стандартные комплексы в алгебре и геометрии . . . 12
§ 3. Спектральная последовательность . . . 20
Библиографические указания . . . 25
Глава 2. Язык категорий . . . 26
§ 1. Категории и функторы . . . 26
§ 2. Аддитивные и абелевы категории . . . 39
§ 3. Функторы в абелевых категориях . . . 46
§ 4. Классические производные функторы . . . 52
Библиографические указания . . . 57
Глава 3. Гомологии в алгебре и геометрии . . . 58
§ 1. Малые размерности . . . 58
§ 2. Препятствия, торсоры, характеристические классы . . . 61
§ 3. Циклические (ко)гомологии . . . 65
§ 4. Некоммутативная дифференциальная геометрия . . . 73
§ 5. (Ко)гомологии дискретных групп . . . 77
§ 6. Когомологии алгебр Ли: общие сведения . . . 81
§ 7. Непрерывные когомологии групп Ли . . . 84
§ 5. Когомологии бесконечномерных алгебр Ли . . . 88
Библиографические указания . . . 92
Глава 4. Производные категории и производные функторы . . . 93
§ 1. Определение производной категории . . . 99
§ 2. Производная категория как локализация гомотопической . . . 104
§ 3. Структура производной категории . . . 109
§ 4. Производные функторы от аддитивных функторов . . . 119
§ 5. Когомологии пучков . . . 130
Библиографические указания . . . 130
Глава 5 Триангулированные категории . . . 130
§ 1. Основные понятия . . . 130
§ 2. Примеры . . . 138
§ 3. Сердцевины . . . 143
Библиографические указания . . . 150
Глава 6. Смешанные структуры Ходжа . . . 150
§ 0. Введение . . . 150
§ 1. Категория структур Ходжа . . . 153
§ 2. Смешанные структуры Ходжа на когомологиях с постоянными коэффициентами . . . 156
§ 3. Структуры Ходжа на гомотопических инвариантах . . . 159
§ 4. Комплексы Ходжа – Делиня . . . 164
§ 5. Комплексы Ходжа – Делиня многообразий с особенностями и симплициальных многообразий . . . 167
§ 6. Комплексы Ходжа – Бейлинсона и производные категории структур Ходжа . . . 169
§ 7. Вариации структур Ходжа . . . 172
Библиографические указания . . . 175
Глава 7. Превратные пучки . . . 175
§ 1. Превратные пучки . . . 175
§ 2. Склейка . . . 181
Библиографические указания . . . 185
Глава 8. $\mathcal{D}$-модули . . . 186
§ 0. Введение . . . 186
§ 1. Алгебра Вейля . . . 189
§ 2. Алгебраические $\mathcal{D}$-модули . . . 196
§ 3. Обратный образ . . . 203
§ 4. Прямой образ . . . 205
§ 5. Голономные модули . . . 210
§ 6. Связности с регулярными особенностями . . . 217
§ 7. $\mathcal{D}$-модули с регулярными особенностями . . . 222
§ 8. Эквивалентность категорий (соответствие Римана – Гильберта) . . . 225
Библиографические указания . . . 227
Литература . . . 227

Год издания 1989

Том 39
ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ — 8
Консультирующий редактор - составитель
член-корреспондент АН СССР В.И. Арнольд

УДК 512.761 + 515.164.15

ОСОБЕННОСТИ. II. КЛАССИФИКАЦИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ

В.И. Арнольд. В.А. Васильев, В.В. Горюнов, О.В. Ляшко

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 8
Глава I. Классификация функций и отображений . . . 10
§ 1. Функции на многообразии с краем . . . 10
1.1. Классификация функций на многообразии с гладким краем . . . 10
1.2. Версвальные деформации и бифуркационнные диаграммы . . . 13
1.3. Базис относительных гомологий . . . 16
1.4. Форма пересечений . . . 17
1.5. Двойственность краевых особенностей . . . 20
1.6. Функции на многообразии с особым краем . . . 20
§ 2. Полные пересечения . . . 24
2.1. Начало классификации . . . 24
2.2. Критическое и дискриминантное множества . . . 27
2.3. Неособый слой . . . 30
2.4. Соотношения между числами Тюриной и Милнора . . . 32
2.5. Дописывание степени новой переменной . . . 32
2.6. Относительная монодромия . . . 33
2.7. Диаграммы Дынкина . . . 34
2.8. Параболические и гиперболические особенности . . . 35
2.9. Векторные поля на квазиоднородном полном пересечении . . . 37
2.10. Пространство миниверсальной деформации квазиоднородной особенности . . . 39
2.11. Топологическая тривиальность версальных деформаций . . . 41
§ 3. Проектирования и лево-правая эквивалентность . . . 42
3.1. Проекции пространственных кривых на плоскость . . . 42
3.2. Особенности проектирований поверхностей на плоскость . . . 44
3.3. Проектирования полных пересечении . . . 48
3.4. Проектирования на прямую . . . 52
3.5. Отображения прямой в плоскость . . . 63
3.6. Отображения плоскости в трехмерное пространство . . . 64
§ 4. Неизолированные особенности функций . . . 71
4.1. Трансверсальный тип особенности . . . 71
4.2. Реализация . . . 72
4.3. Топология неособого слоя . . . 73
4.4. Серии изолированных особенностей . . . 74
4.5. Число индексов серии . . . 74
4.6. Функции с одномерным полным пересечением в качестве критического множества и трансверсальным типом A . . . 75
§ 5. Векторные поля, касающиеся бифуркационных многообразий . . . 87
5.1. Функции на гладких многообразиях . . . 87
5.2. Проектирования на прямую . . . 89
5.3. Изолированные особенности полных пересечений . . . 90
5.4. Уравнение свободного дивизора . . . 92
§ 6. Расходящиеся и циклические диаграммы отображений . . . 92
6.1. Ростки гладких функций . . . 93
6.2. Огибающие . . . 93
6.3. Голоморфные диаграммы . . . 95
Глава 2. Приложения классификации критических точек функций . . . 96
§ 1. Лежандровы особенности . . . 97
1.1.Эквидистанты . . . 97
1.2. Проективная двойственность . . . 98
1.3. Преобразование Лежандра . . . 98
1.4. Особенности подэр и первообразных . . . 98
1.5. Многомерный случай . . . 100
§ 2. Лагранжевы особенности . . . 100

2.1. Каустики . . . 101
2.2. Многообразие центров . . . 102
2.3. Каустики систем лучей . . . 103
2.4. Гауссово отображение . . . 104
2.5. Каустики потенциальных систем невзаимодействующих частиц . . . 104
2.6. Сосуществование особенностей . . . 106
§ 3. Особенности множеств Максвелла . . . 106
3.1. Множества Максвелла . . . 107
3.2. Метаморфозы множеств Максвелла . . . 109
3.3. Расширенные множества Максвелла . . . 113
3.4. Полное множество Максвелла вблизи особенности A_5 (по В.И. Бахтину) . . . 114
3.5. Структура множеств Максвелла вблизи метаморфозы A_5 . . . 120
3.6. Исчисление компонент связности пространств невырожденных многочленов . . . 121
§ 4. Бифуркации особых точек градиентных динамических систем . . . 123
4.1. Гипотезы Тома . . . 124
4.2. Особенности коранга один . . . 125
4.3. Контрпример Гукенхеймера . . . 127
4.4. Трехпараметрические семейства градиентов . . . 128
4.5. Нормальные формы градиентных систем D_4 . . . 129
4.6. Бифуркационные диаграммы и фазовые портреты стандартных семейств . . . 129
4.7. Многопараметрические семейства . . . 131
Глава 3. Особенности границ областей функциональных пространств . . . 132
§ 1. Граница устойчивости . . . 133
1.1. Области устойчивости . . . 133
1.2. Особенности границы устойчивости в маломерных пространствах . . . 134
1.3. Теорема стабилизации . . . 134
1.4. Теорема конечности . . . 135
§ 2. Граница эллиптичности . . . 135
2.1. Области эллиптичности . . . 135
2.2. Теоремы стабилизации . . . 136
2.3. Границы эллиптичности и функции минимума . . . 137
2.4. Особенности границы эллиптичности в маломерных пространствах . . . 137
§ 3. Граница гиперболичности . . . 138
3.1. Область гиперболичности . . . 138
3.2. Теоремы стабилизации . . . 139
3.3. Локальная гиперболичность . . . 140
3.4. Локальные свойства области гиперболичности . . . 141
§ 4. Граница области фундаментальных систем . . . 143
4.1. Область фундаментальных систем и бифуркационное множество . . . 143
4.2. Особенности бифуркационных множеств типичных трехпараметрических семейств . . . 144
4.3. Бифуркационные множества и клетки Шуберта . . . 149
4.4. Нормальные формы . . . 153
4.5. Двойственность . . . 155
4.6. Бифуркационные множества и тангенциальные особенности . . . 156
4.7. Группа преобразований наборов и конечная определенность . . . 156
4.8. Бифуркационные диаграммы уплощении проективных кривых . . . 158
§ 5. Линейные дифференциальные уравнения и многообразия полных флагов . . . 160
Глава 4. Приложения ветвящихся интегралов и обобщенные теории Пикара – Лефшеца . . . 163
§ 1. Теорема Ньютона о неинтегрируемости . . . 164
1.1. Теорема Ньютона и пример Архимеда . . . 164
1.2. Многомерная теорема Ньютона (четный случай) . . . 165
1.3. Препятствия к интегрируемости в нечетномерном случае . . . 166
1.4. Теорема Ньютона для невыпуклых областей . . . 167
1.5. Случаи негладких областей . . . 168
1.6. Гомологические формулировки и общая постановка задачи . . . 169
1.7. Локализация и понижение размерности при вычислении монодромии . . . 171
1.8. Общая конструкция операторов вариации . . . 172
1.9. Элемент “шапочка” . . . 174
1.10. Ветвление циклов вблизи неособых точек . . . 175
1.11. Ветвление вблизи индивидуальных особенностей . . . 177
1.12. Стабилизация монодромии вблизи стратов положительной размерности . . . 180
1.13. Ветвление вокруг асимптотических направлений и монодромия краевых особенностей . . . 184
1.14. Формулы Фама . . . 187
1.15. Задачи, гипотезы, дополнения . . . 188
§ 2. Ветвление решений гиперболических уравнений . . . 189
2.1. Гиперболические операторы и гиперболические полиномы . . . 190
2.2. Волновой фронт гиперболического оператора . . . 191
2.3. Особенности волновых фронтов и производящие функции . . . 192
2.4. Лакуны, резкость, диффузия . . . 193
2.5. Резкость и диффузия вблизи простейших особенностей волновых фронтов . . . 194
2.6. Интегральная формула Герглотца – Петровского – Лере . . . 195

2.7. Критерий Петровского . . . 195
2.8. Локальный критерий Петровского . . . 197
2.9. Локальный цикл Петровского . . . 198
2.10. C^∞-обращение критерия Петровского, версально невырожденные фронты и коварная диффузия . 200
2.11. Нормальные формы нерезкости вблизи особенностей волновых фронтов . . . 202
2.12. Конструкция циклов Лере и Петровского для строго гиперболических полиномов . . . 203
2.13. Задача . . . 204
§ 3. Интегралы ветвящихся форм и монодромия гомологии с нетривиальными коэффициентами . . . 204
3.1. Гипергеометрическая функция Гаусса . . . 205
3.2. Гомологии локальных систем . . . 207
3.3. Мероморфность интеграла функции P^λ . . . 209
3.4. Интеграл функции P^lambda как функция от P . . . 213
3.5. Монодромия и линейная независимость гипергеометрических функций . . . 216
3.6. Скрученная теория Пикара – Лефшеца изолированных особенностей гладких функций и представления алгебр Гекке . . . 217
Глава 5. Деформации вещественных особенностей и локальные лакуны Петровского . . . 218
§ 1. Локальные циклы Петровского и их свойства . . . 220
1.1. Определение локальных циклов Петровского . . . 220
1.2. Комплексное сопряжение . . . 221
1.3. Граница класса Петровского . . . 221
1.4. Вычисление коциклов Петровского в терминах исчезающих циклов . . . 221
1.5. Стабилизация . . . 223
§ 2. Локальные лакуны для конкретных особенностей . . . 224
2.1. Локальные лакуны для особенностей, стабильно эквивалентных экстремумам . . . 224
2.2. Число локальных лакун для табличных особенностей . . . 224
2.3. Реализация локальных лакун . . . 228
2.4. О доказательствах . . . 233
§ 3. Дополнения к дискриминантам вещественных особенностей . . . 234
3.1. Компоненты дополнения к дискриминантам простых особенностей . . . 234
3.2. Алгоритм регулярного перебора морсовских распадений особенностей . . . 234
3.3. Замечания о реализация алгоритма . . . 237
3.4. Задачи и перспективы . . . 238
Литература . . . 240

Год издания 1989

Том 41

ГРУППЫ ЛИ И АЛГЕБРЫ ЛИ — 3

Консультирующие редакторы-составители:
доктор физико-математических наук Э.Б. Винберг,
доктор физико-математических наук А.Л. Онищик

УДК 512.812

СТРОЕНИЕ ГРУПП И АЛГЕВР ЛИ

Э.Д. Винберг, В.В. Горбацевич. А.Л. Онищик

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 8
Глава 1. Общие теоремы . . . 9
§ 1. Теоремы Ли и Энгеля . . . 9
1.1. Теорема Ли . . . 9
1.2. Некоторые обобщения теоремы Ли . . . 11
1.3. Теорема Энгеля и ее следствия . . . 12
1.4. Теоретико-групповой аналог теоремы Энгеля . . . 14
§ 2. Критерий Картана . . . 14
2.1. Инвариантные билинейные формы . . . 14
2.2. Критерии разрешимости и полупростоты . . . 15
2.3. Разложение на простые множители . . . 16
§ 3. Полная приводимость представлений и тривиальность когомологий полупростых алгебр Ли . . . 16
3.1. Когомологический критерий полной приводимости . . . 16
3.2. Оператор Казимира . . . 17

3.3. Теоремы о тривиальности когомологий . . . 17
3.4. Полная приводимость представлений . . . 18
3.5. Редуктивные алгебры Ли . . . 18
§ 4. Разложение Леви . . . 19
4.1. Теорема Леви . . . 19
4.2. Существование группы Ли с заданной касательной алгеброй . . . 20
4.3. Теорема Мальцева . . . 21
4.4. Классификация алгебр Ли с заданным радикалом . . . 21
§ 5. Линейные группы Ли . . . 22
5.1. Основные понятия . . . 22
5.2. Некоторые примеры . . . 23
5.3. Теорема Адо . . . 25
5.4. Критерии линеаризуемости групп Ли. Линеаризатор . . . 26
5.5. Некоторые достаточные условия линеаризуемости . . . 26
5.6. Строение линейных групп Ли . . . 28
§ 6. Группы Ли и алгебраические группы . . . 29
6.1. Комплексные и вещественные алгебраические группы . . . 29
6.2. Алгебраические подгруппы и подалгебры . . . 29
6.3. Полупростые и редуктивные алгебраические группы . . . 30
6.4. Полярное разложение . . . 33
6.5. Разложение Шевалле . . . 34
§ 7. Комплексификация и вещественные формы . . . 34
7.1. Комплексификация и вещественные формы алгебр Ли . . . 34
7.2. Комплексификация и вещественные фермы групп Ли . . . 36
7.3. Универсальная комплексификация группы Ли . . . 38
§ 8. Расщепления групп и алгебр Ли . . . 40
8.1. Расщепимые по Мальцеву группы алгебры Ли . . . 40
8.2. Определение расщеплений групп и алгебр Ли . . . 41
8.3. Теоремы о существовании и единственности расщеплений . . . 42
§ 9. Подалгебры и подгруппы Картана. Веса и корни . . . 44
9.1. Представления нильпотентных алгебр Ли . . . 44
9.2. Веса и корни относительно нильпотентной подалгебры . . . 45
9.3. Подалгебры Картана . . . 45
9.4. Подалгебры Картана и корневые разложения полупростых алгебр Ли . . . 47
9.5. Подгруппы Картана . . . 48
Глава 2. Разрешимые группы и алгебры Ли . . . 50
§ 1. Примеры . . . 50
§ 2. Треугольные группы и алгебры Ли . . . 51
§ 3. Топология разрешимых групп Ли и их подгрупп . . . 52
3.1. Канонические координаты . . . 52
3.2. Топология разрешимых групп Ли . . . 53
3.3. Асферичные группы Ли . . . 54
3.4. Топология подгрупп разрешимых групп Ли . . . 54
§ 4. Нильпотентные группы и алгебры Ли . . . 55
4.1. Определения и примеры . . . 55
4.2. Координаты Мальцева . . . 57
4.3. Когомологии и внешние автоморфизмы . . . 59
§ 5. Нильпотентные радикалы в алгебрах Ли и группах Ли . . . 60
5.1. Нильрадикал . . . 60
5.2. Нильпотентный радикал . . . 61
5.3. Унипотентный радикал . . . 61
§ 6. Некоторые классы разрешимых групп и алгебр Ли . . . 61
6.1. Характеристически нильпотентные алгебры Ли . . . 61
6.2. Филиформные алгебры Ли . . . 63
6.3. Нильпотентные алгебры Ли класса 2 . . . 64
6.4. Экспоненциальные группы и алгебры Ли . . . 65
6.5. Алгебры Ли и группы Ли типа (I) . . . 67
§ 7. Критерий линеаризуемости разрешимых групп Ли . . . 68
Глава 3. Комплексные полупростые группы и алгебры Ли . . . 70
§ 1. Системы корней . . . 70
1.1. Абстрактные системы корней . . . 70
1.2. Системы корней редуктивных групп . . . 72
1.3. Корневые разложения и системы корней классических комплексных алгебр Ли . . . 74
1.4. Камеры Вейля и простые корни . . . 76
1.5. Подгруппы и подалгебры Бореля . . . 78
1.6. Группа Вейля . . . 80
1.7. Схема Дынкина и матрица Картана . . . 81
1.8. Классификация допустимых систем векторов и систем корней . . . 85
1 9. Решетки корней и весов . . . 87
1.10. Базис Шевалле . . . 88
§ 2. Классификация комплексных полупростых групп Ли и их линейных представлений . . . 89

2.1. Теоремы единственности для алгебр Ли . . . 90
2.2. Теорема единственности для линейных представлений . . . 92
2.3. Теоремы существования . . . 94
2.4. Глобальное строение связных полупростых групп Ли . . . 94
2.5. Классификация связных полупростых групп Ли . . . 96
2.6. Линейные представления связных редуктивных алгебраических групп . . . 97
2.7. Сопряженные представления и билинейные инварианты . . . 100
2.8. Ядро и образ локально точного представления . . . 103
2.9. Оператор Казимира и индекс Дынкина . . . 104
2.10. Спинорная группа и спинорное представление . . . 106
§ 3. Автоморфизмы и градуировки . . . 108
3.1. Описание группы автоморфизмов . . . 109
3.2. Квазиторы автоморфизмов и градуировки . . . 109
3.3. Однородные полупростые и нильпотентные элементы . . . 110
3.4. Неподвижные точки автоморфизмов . . . 111
3.5. Одномерные торы автоморфизмов и $\mathbb{Z}$-градуировки . . . 112
3.6. Канонический вид внутреннего полупростого автоморфизма . . . 115
3.7. Внутренние автоморфизмы конечного порядка и $\mathbb{Z}_m$-градуировки внутреннего типа . . . 117
3.8. Квазитор, связанный с компонентой группы автоморфизмов . . . 120
3.9. Обобщенное корневое разложение . . . 122
3.10. Канонический вид внешнего полупростого автоморфизма . . . 124
3.11. Внешние автоморфизмы конечного порядка и $\mathbb{Z}_m$-градунровки внешнего типа . . . 126
3.12. Жордановы градуировки классических алгебр Ли . . . 129
3.13. Жордановы градуировки особых алгебр Ли . . . 132
Глава 4. Вещественные полупростые группы и алгебры Ли . . . 133
§ 1. Классификация вещественных полупростых алгебр Ли . . . 133
1.1. Вещественные формы классических групп и алгебр Ли . . . 134
1.2. Компактная вещественная форма . . . 137
1.3. Вещественные формы и инволютивные автоморфизмы . . . 138
1.4. Инволютивные автоморфизмы комплексных простых алгебр Ли . . . 141
1.5. Классификация вещественных простых алгебр Ли . . . 142
§ 2. Компактные группы Ли и комплексные редуктивные группы . . . 143
2.1. Некоторые свойства линейных представлений компактных групп Ли . . . 144
2.2. Самосопряженность редуктивных линейных групп . . . 145
2.3. Алгебраичность компактных групп Ли . . . 145
2.4. Некоторые свойства расширений компактных групп Ли . . . 146
2.5. Соответствие между вещественными компактными и комплексными редуктивными группами Ли . . . 148
2.6. Максимальные торы в компактных группах Ли . . . 149
§ 3. Картановское разложение . . . 150
3.1. Картановское разложение полупростой алгебры Ли . . . 151
3.2. Картановское разложение полупростой группы Ли . . . 152
3.3. Сопряженность максимальных компактных подгрупп . . . 154
3.4. Топологическое строение групп Ли . . . 156
3.5. Классификация связных полупростых грьттп Ли . . . 157
3.6. Линеаризатор полупростой группы Ли . . . 159
§ 4. Вещественное корневое разложение . . . 160
4.1. Максимальные R-диагонализуемые подалгебры . . . 161
4.2. Системы вещественных корней . . . 162
4.3. Схемы Сатаке . . . 164
4.4. Расщепимые вещественные полупростые алгебры Ли . . . 165
4.5. Разложение Ивасавы . . . 166
4.6. Максимальные связные треугольные подгруппы . . . 169
4.7. Подалгебры Картана вещественной простой алгебры Ли . . . 170
§ 5. Экспоненциальное отображение для полупростых групп Ли . . . 171
5.1. Образ экспоненциального отображения . . . 171
5.2. Индекс элемента группы Ли . . . 172
5.3. Индексы простых групп Ли . . . 173
Глава 5. Модели особых алгебр Ли . . . 176
§ 1. Модели, связанные с алгеброй октав . . . 176
1.1. Алгебра октав . . . 176
1.2. Алгебра G_2 . . . 178
1.3. Особая йорданова алгебра . . . 181
1.4. Алгебра F_4 . . . 183
1.5. Алгебра E_6 . . . 184
1.6. Алгебра E_7 . . . 185
1.7. Единая конструкция особых алгебр Ли . . . 186
§ 2. Модели, связанные с градуировками . . . 188
Глава 6. Подгруппы и подалгебры полупростых групп и алгебр Ли . . . 192
§ 1. Регулярные подалгебры и подгруппы . . . 192
1.1. Регулярные подалгебры комплексных полупростых алгебр Ли . . . 192
1.2. Описание полупростых и редуктивных регулярных подалгебр . . . 194

1.3. Параболические подалгебры и подгруппы . . . 197
1.4. Примеры параболических подгрупп и флаговых многообразий . . . 199
1.5. Параболические подалгебры вещественных полупростых алгебр Ли . . . 200
1.6. Неполупростые максимальные подалгебры . . . 203
§ 2. Трехмерные простые подалгебры и нильпотентные элементы . . . 204
2.1. sl_2-тройки . . . 204
2.2. Трехмерные простые подалгебры классических простых алгебр Ли . . . 206
2.3. Главные и полуглавные трехмерные простые подалгебры . . . 208
3.4. Минимальные объемлющие регулярные подалгебры . . . 211
2.5. Минимальные объемлющие полные регулярные подалгебры . . . 212
§ 3. Полупростые подалгебры и подгруппы . . . 215
3.1. Полупростые подгруппы комплексных классических групп . . . 215
3.2. Максимальные подгруппы комплексных классических групп . . . 217
3.3. Полупростые подалгебры особых комплексных алгебр Ли . . . 218
3.4. Полупростые подалгебры вещественных полупростых алгебр Ли . . . 219
Глава 7. О классификации произвольных групп и алгебр Ли заданной размерности . . . 221
§ 1. Классификация групп и алгебр Ли малой размерности . . . 221
1.1. Алгебры Ли малой размерности . . . 221
1.2. Связные группы Ли размерности ≤ 3 . . . 224
§ 2. Пространство алгебр Ли. Деформация и сжатия . . . 226
2.1. Пространство алгебр Ли . . . 226
2.2. Орбиты действия группы $GL_n(K)$ и $\mathcal{L}_n(K)$ . . . 227
2.3. Деформации алгебр Ли . . . 229
2.4. Жесткие алгебры Ли . . . 232
2.5. Сжатия (стягивания, контракции) алгебр Ли . . . 233
2.6. Пространства $\mathcal{L}_n(K)$ при малых n . . . 235
Таблицы . . . 237
Литература . . . 247

Год издания 1990

Том 42
КОММУТАТИВНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ — 4
Консультирующие редакторы-составители:
доктор физико-математических наук Н.К. Никольский,
доктор физико-математических наук В.П. Хавин

УДК 517.518.47 + 517.518.5

I. КРАТНЫЕ РЯДЫ И ИНТЕГРАЛЫ ФУРЬЕ

Ш.А. Алимов, Р.Р. Ашуров, А.К. Пулатов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 8
1. Возникновение кратных тригонометрических рядов . . . 8
2. Что понимать под суммой ряда (1)? . . . 11
3. Различные частичные суммы кратного ряда . . . 13
4. Виды сходимости . . . 15
5. Разложение по собственным функциям . . . 17
6. Методы суммирования . . . 20
7. Кратные интегралы Фурье . . . 22
8. Ядро разложения в интеграл Фурье . . . 24
9. Ядро Дирихле . . . 27
10. Классы дифференцируемых функций . . . 30
11. Несколько слов о дальнейшем изложении . . . 34
Глава 1. Локализация и равномерная сходимость . . . 35
§ 1. Принцип локализации . . . 35
1.1. О проблеме локализации . . . 35
1.2. Локализация прямоугольных частичных сумм . . . 36
1.3. Локализация шаровых частичных интегралов . . . 38
1.4. Равносходимость ряда и интеграла Фурье . . . 40
1.5. Средние Рисса порядка ниже критического . . . 42

1.6. Локализация при суммировании по областям, граница которых есть поверхность уровня эллиптического полинома . . . 44
§ 2. Равномерная сходимость . . . 45
2.1. Одномерный случай . . . 45
2.2. Прямоугольные суммы . . . 46
2.3. Равномерная c-ходимость шаровых средних . . . 47
2.4. Суммирование по областям, ограниченным поверхностью уровня эллиптического полинома . . . 49
Глава 2. L_p-теория . . . 50
§ 1. Сходимость в L_p рядов Фурье . . . 50
1.1. Сходимость по прямоугольникам . . . 50
1.2. Сходимость по кругам . . . 51
1.3. Суммируемость средними Рисса . . . 53
§ 2. Сходимость разложений в интеграл Фурье . . . 57
2.1. Случая $N = 1$ . . . 57
2.2. Базисность и проблема шарового мультипликатора . . . 58
2.3. Базисность средних Рисса . . . 60
§ 3. Мультипликаторы . . . 63
3.1. Теорема Марцинкевича . . . 63
3.2. Непериодический случай . . . 64
3.3. Является ли мультипликатор в $\mathbb{R}^N$ мультипликатором в $\mathbb{T}^N$? . . . 67
3.4. Псевдодифференциальные операторы . . . 69
3.5. Интегральные операторы Фурье . . . 74
Глава 3. Сходимость почти всюду . . . 76
§ 1. Сходимость по прямоугольникам . . . 76
1.1. Сходимость по квадратам . . . 76
1.2. Сходимость по прямоугольникам . . . 78
§ 2. Сходимость почти всюду шаровых сумм и их средних . . . 81
2.1. Сходимость шаровых сумм . . . 81
2.2. Сходимость почти всюду риссовских шаровых средних . . . 83
Глава 4. Коэффициенты рядов Фурье . . . 87
§ 1. Теорема Кантора – Лебега . . . 87
1.1. Одномерный случай . . . 87
1.2. Шаровые частичные суммы . . . 68
§ 2. Теорема Данжуа – Лузина . . . 90
2.1. Случай $N = 1$ . . . 90
2.2. Шаровые средине . . . 91
2.3. Прямоугольные суммы . . . 92
§ 3. Абсолютная сходимость рядов Фурье . . . 93
8.1. Некоторые результаты в одномерном случае . . . 93
3.2. Абсолютная сходимость кратных рядов . . . 93
3.3. О сходимости ряда из степеней $|f_n|$ . . . 96
Примечания и библиографические замечания . . . 97
Литература . . . 100

УДК 517.518.13 + 517.544.73

II. МЕТОДЫ ТЕОРИИ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛОВ. II. ТЕОРИЯ ЛИТЛВУДА – ПЭЛИ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Е.М. Дынькин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 106
Глава 4. Теория Литлвуда – Пэли . . . 112
§ 1. Функция Лузина . . . 114
1.1. Определение и простейшие свойства . . . 114
1.2. Оценки в L^2 . . . 115
1.3. Оценки в L^p . . . 115
1.4. Интегральное представление . . . 117
1.5. Оценки в H^1 . . . 118
1.6. Применение: теорема о коммутаторах . . . 119
1.7. Оценки в BMO . . . 120
§ 2. Липшицевы области и интеграл Коши . . . 123
2.1. Конформные отображения липшицевых областей . . . 123
2.2. Максимальные функции и функция Лузина . . . 124
2.3. Оценки в L^2 и в H^1 . . . 125
2.4. Интеграл Коши . . . 127

2.5. Оценки в L^p . . . 129
§ 3. Оценки для функций распределения . . . 130
3.1. Теорема Буркхольдера – Ганди . . . 130
3.2. Теорема Дальберга . . . 132
3.3. g-функция . . . 133
§ 4. Гармонические функции . . . 135
4.1. Функции Литлвуда – Пэли и Лузина . . . 135
4.2. Основные оценки в $L^p(\mathbb{R}^n)$ . . . 136
4.3. Липшицевы области . . . 138
§ 5. Непуассоновские усреднения . . . 139
5.1. Основные конструкции . . . 139
5.2. Оценки в L^p . . . 142
5.3. Оценки в H^1 и в BMO . . . 144
5.4. Парапроизведения . . . 145
§ 6. Конструкция Койфмана . . . 147
6.1. Формулировка результатов . . . 147
6.2. Схема доказательства . . . 150
6.3. Парапроизведения . . . 151
§ 7. Мультипликаторы преобразований Фурье и двоичное разложение . . . 152
7.1. Применение g-функций . . . 152
7.2. Двоичное разложение . . . 153
7.3. Применение двоичного разложения . . . 154
7.4. Весовые и векторные аналоги . . . 155
§ 8. Дополнения . . . 156
8.1. Мартингальные неравенства . . . 156
8.2. Онделетты . . . 158
Глава 5. Приложение к теории сингулярных интегралов . . . 160
§ 1. Слабая ограниченность . . . 161
1.1. Сингулярные интегральные операторы . . . 161
1.2. Tl-теорема . . . 165
1.3. Tb-теорема . . . 167
1.4. Применение: интеграл Коши . . . 171
§ 2. Коммутаторы Кальдерона и интеграл Коши . . . 172
2.1. Теорема о коммутаторах . . . 172
2.2. История вопроса . . . 175
2.3. Доказательство Кальдерона . . . 175
2.4. Доказательство Койфмана – Макинтоша – Мейера . . . 177
2.5. Доказательство Давида – Мураи . . . 179
§ 3. Интеграл Коши на карлесоновских кривых . . . 183
3.1. Карлесоновские кривые и теорема Давида . . . 183
3.2. Аппроксимация липшицевыми кривыми . . . 184
3.3. Двойственность . . . 184
3.4. Оценка функции распределения . . . 185
3.5. Многомерный аналог теоремы Давида . . . 186
3.6. Канторовское множество . . . 187
§ 4. Дополнения . . . 190
4.1. Снова преобразование Гильберта . . . 190
4.2. Сингулярные интегральные операторы в пространствах гладких функций . . . 191
4.3. Сингулярные интегральные операторы в BMO . . . 192
4.4. Пространства однородного типа . . . 193
Аннотированная литература . . . 194
Литература . . . 194

УДК 517.518.11 + 517.986.6 + 517.518.42

III. ИСКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ МНОЖЕСТВА В ГАРМОНИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ

С.В. Кисляков

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 199
§ 1. Основные конструкции . . . 200
1.1. Нематематическое определение . . . 200
1.2. Множества Хелсона. Множества Сидона . . . 202
1.3. Множества типа Δ_p . . . 204
1.4. Что такое X_E в случае недискретной группы? Синтез . . . 205
1.5. Продолжение каталога . . . 207

1.6. Заключение . . . 208
§ 2. Множества Сидона . . . 209
2.1. Задачи . . . 209
2.2. Решения . . . 212
2.3. Дополнения . . . 215
§ 3. Емкости и вокруг них . . . 216
3.1. Потенциал, энергия, емкость . . . 216
3.2. Ядра Рисса . . . 217
3.3. Обобщения . . . 218
3.4. Оценки максимальных функций. Сходимость квазивсюду . . . 220
3.5. Размерность. Меры Хаусдорфа . . . 223
3.6. Примеры . . . 224
Аннотированная литература . . . 226
Литература . . . 226

Год издания 198?

Том 43
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ — 1
Консультирующий редактор-составитель
академик Ю.В. Прохоров

УДК 519.21

I. ВЕРОЯТНОСТЬ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. СТРУКТУРА. МЕТОДЫ

А.В. Скороход

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Введение . . . 7
§ 1. Природа случайности . . . 7
1.1. Детерминизм и хаос . . . 8
1.2. Непредсказуемость и случайность . . . 8
1.3. Истоки случайности . . . 9
1.4. Роль случайности . . . 10
§ 2. Формализация случайности . . . 10
2.1. Выбор из нескольких возможностей. Случайный эксперимент. События . . . 11
2.2. Частоты. Вероятность как идеальная частота . . . 14
2.3. Определение вероятности . . . 16
§ 3. Задачи теории вероятностей . . . 17
3.1. Теория вероятностей и теория меры . . . 18
3.2 Независимость . . . 19
3.3. Асимптотическое поведение вероятностных систем . . . 20
3.4. Вероятностный анализ . . . 20
Глава 2 Вероятностное пространство . . . 21
§ 1. Конечное вероятностное пространство . . . 21
1.1. Комбинаторика . . . 21
1.2. Условная вероятность . . . 23
1.3. Схема Бернулли. Предельные теоремы . . . 26
§ 2. Определение вероятностного пространства . . . 29
2.1. σ-алгебры. Вероятность . . . 29
2.2. Случайные величины. Математические ожидания . . . 32
2.3. Условное математическое ожидание . . . 34
2.4. Регулярные условные распределения . . . 37
2.5. Пространства случайных величин. Сходимость . . . 38
§ 3. Случайные отображения . . . 42
3.1. Случайные элементы . . . 42
3.2. Случайные функции . . . 46
3.3. Случайные элементы в линейных пространствах . . . 48
§ 4. Построение вероятностных пространств . . . 50
4.1. Конечномерное пространство . . . 50
4.2. Функциональные пространства . . . 52
4.3. Линейные топологические пространства. Слабые распределения . . . 54

4.4. Теорема Минлоса – Сазонова . . . 56
Глава 3. Независимость . . . 58
§ 1. Независимость σ-алгебр . . . 58
1.1. Независимые алгебры . . . 58
1.2. Условия независимости σ-алгерб . . . 60
1.3. Бесконечные последовательности независимых σ-алгебр . . . 61
1.4. Независимые случайные величины . . . 62
§ 2. Последовательность независимых случайных величин . . . 64
2.1. Суммы независимых случайных величин . . . 64
2.2. Неравенство Колмогорова . . . 66
2.3. Сходимость рядов из независимых случайных величин . . . 68
2.4. Усиленный закон больших чисел . . . 70
§ 3. Случайное блуждание . . . 73
3.1. Схема восстановления . . . 73
3.2. Возвратность . . . 76
3.3. Лестничные функционалы . . . 80
§ 4. Процесс с независимыми приращениями . . . 84
4.1. Определение . . . 84
4.2. Стохастически непрерывные процессы . . . 86
4.3. Формула Леви . . . 89
§ 5. Продакт-меры . . . 93
5.1. Определение . . . 93
5.2. Абсолютная непрерывность сингулярность мер . . . 94
5.3. Теорема Какутани . . . 95
5.4. Абсолютная непрерывность гауссовских продакт-мер . . . 97
Глава 4. Общая теория случайных процессов и функций . . . 98
§ 1. Регулярные модификации . . . 98
1.1. Сепарабельные случайные функции . . . 100
1.2. Непрерывные случайные процессы . . . 101
1.3. Процессы без разрывов второго рода . . . 103
1.4. Марковские процессы . . . 104
§ 2. Измеримость . . . 105
2.1. Условие существования измеримой модификации . . . 105
2.2. Интегрирование в среднем квадратическом . . . 107
2.3. Разложение случайной функции в ортогональный ряд . . . 108
§ 3. Согласованные процессы . . . 110
3.1. Моменты остановки . . . 111
3.2. Прогрессивная измеримость . . . 112
3.3. Вполне измеримая и предсказуемая σ-алгебры . . . 112
3.4. Вполне измеримые и предсказуемые процессы . . . 114
§ 4. Мартингалы . . . 115
4.1. Определение и простейшие свойства . . . 115
4.2. Неравенства. Существование предела . . . 117
4.3. Непрерывный параметр . . . 120
§ 5. Стохастические интегралы и интегральные представления случайных функций . . . 120
5.1. Случайные меры . . . 120
5.2. Теорема Карунена . . . 122
5.3. Спектральное представление некоторых случайных функций . . . 123
Глава 5. Предельные теоремы . . . 124
§ 1. Слабая сходимость распределений . . . 124
1.1. Слабая сходимость мер в метрических пространствах . . . 124
1.2. Слабая компактность . . . 127
1.3. Слабая сходимость мер в $\mathbb{R}^d$ . . . 128
§ 2. Эргодическая теорема . . . 129
2.1. Сохраняющие меру преобразования . . . 129
2.2. Теорема Биркгофа . . . 132
2.3. Метрическая транзитивность . . . 135
§ 3. Центральная предельная теорема и принцип инвариантности . . . 137
3.1. Одинаково распределенные слагаемые . . . 138
3.2. Теорема Линдеберга . . . 139
3.3. Теорема Донскера – Прохорова . . . 140
Историко-библиографический комментарий . . . 144
Литература . . . 145

УДК 519.217

II. МАРКОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ И ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ В АНАЛИЗЕ

А.В. Скороход

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Марковские процессы . . . 148
§ 1. Определение и общие свойства . . . 149
1.1. Определение марковского процесса . . . 149
1.2. Вероятность перехода . . . 150
1.3. Регулярность . . . 153
§ 2. Чисто разрывные процессы . . . 155
2.1. Определение . . . 155
2.2. Уравнения Колмогорова . . . 157
§ 3. Диффузионные процессы . . . 162
3.1. Определение диффузионного процесса . . . 163
3.2. Уравнения Колмогорова . . . 164
Глава 2. Вероятностное представление решений дифференциальных уравнений с частными производными . 166
§ 1. Задачи для параболического уравнения . . . 167
1.1. Задача Коши . . . 167
1.2. Формула Каца . . . 169
1.3. Смешанная задача для обратного параболического уравнения . . . 171
§ 2. Краевые задачи для эллиптических операторов . . . 172
2.1. О моментах выхода из ограниченной области . . . 173
2.2. Решение внутренней краевой задачи . . . 174
§ 3. Винеровская мера и решение уравнений с оператором Лапласа . . . 177
3.1. Винеровский процесс в $\mathbb{R}^d$ . . . 177
3.2. Стохастический интеграл . . . 180
3.3. Представление решений уравнений . . . 185
Историко-библиографический комментарий . . . 187
Литература . . . 187

УДК 519:22

III. ВЕРОЯТНОСТЬ. ПРИКЛАДНЫЕ АСПЕКТЫ

А.В. Скороход

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Статистические методы . . . 190
§ 1. Обработка эмпирической информации . . . 191
1.1. Частота и вероятность . . . 191
1.2. Эмпирическая функция распределения . . . 194
1.3. Усиленный закон больших чисел и предельное поведение эмпирических характеристик . . . 195
1.4. Критерий согласия Колмогорова – Смирнова . . . 196
§ 2. Проверка гипотез . . . 198
2.1. Постановка задачи . . . 198
2.2. Критерий Неймана – Пирсона . . . 199
2.3. Обнаружение сигнала на фоне шума . . . 201
§ 3. Принятие решений в условиях неопределенности . . . 203
3.1. Постановка задачи . . . 204
3.2. Минимаксные и байесовские решения . . . 205
3.3. Последовательный анализ . . . 207
Глава 2. Управляемые случайные процессы . . . 210
§ 1. Управляемые случайные последовательности . . . 210
1.1. Постановка задачи . . . 211
1.2. Оптимальные и ε-оптимальные управления . . . 213
§ 2. Управляемые цепи Маркова . . . 218
2.1. Аддитивная стоимость управления. Уравнение Беллмана . . . 219
2.2. Оптимальная остановка цепи Маркова . . . 220
§ 3. Управляемые марковские процессы с непрерывным временем . . . 224
3.1. Скачкообразные процессы . . . 224
3.2. Управляемые диффузионные процессы . . . 229
Глава 3. Информация . . . 231
§ 1. Энтропия . . . 231
1.1. Энтропия вероятностного эксперимента . . . 231
1.2. Свойства энтропии . . . 233
1.3. ε-энтропия и энтропия непрерывной случайной величины . . . 236
1.4. Информация . . . 237
§ 2. Передача информации . . . 240
2.1. Канал связи . . . 240
2.2. Кодирование и декодирование . . . 244

§ 3. Теорема Шеннона 245
3.1. Простейший случай передачи информации 246
3.2. Обобщения 250
Глава 4. Фильтрация 252
§ 1. Линейный прогноз и фильтрация для стационарных случайных процессов 252
1.1. Общий подход к построению линейной оценки случайной величины 252
1.2. Прогноз стационарной последовательности 254
1.3. Фильтрация одной стационарной последовательности по другой 259
§ 2. Нелинейная фильтрация 261
2.1. Общие замечания 261
2.2. Задача о разладке 262
2.3. Фильтрация цепа Маркова 265
Историко-библиографический комментарий 269
Литература 269

Год издания 1989

Том 45
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ — 3
Консультирующие редакторы-составители:
академик Ю.В. Прохоров,
доктор физико-математических наук А.Н. Ширяев

УДК 519.21

СТОХАСТИЧЕСКОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

С.В. Анулова, А.Ю. Веретенников, Н.В. Крылов, Р.Ш. Липцер, А.Н. Ширяев

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 7
Глава 1. Введение в стохастическое исчисление (Н.В. Крылов) 9
§ 1. Броуновское движение и винеровский процесс 9
§ 2. Вероятностная конструкция решения уравнения теплопроводности. Связь винеровского процесса с оператором Лапласа 18
§ 3. Интеграл Ито и правила дифференцирования сложных стохастических функций 21
§ 4. Стохастические дифференциальные уравнения и диффузнонные процессы. Теоремы Гирсанова . . 30
§ 5. Стохастические дифференциальные уравнения с граничными условиями 37
Литература 40
Глава 2. Стохастические дифференциальные и эволюционные уравнения 42
I. Стохастические дифференциальные уравнения (СДУ) (С.В. Анулоаа, А.Ю. Веретенников) 42
§ 1. Сильные решения стохастических дифференциальных уравнений 42
§ 2. Слабые решения стохастических дифференциальных уравнений с негладкими коэффициентами в E^d 54
§ 3. Дифференцирование решений СДУ по начальным данным 59
§ 4. Инвариантная мера диффузионного процесса 62
§ 5. Носитель диффузии 84
§ 6. Стохастические дифференциальные уравнения в областях 68
Литература 77
II. Стохастические эволюционные уравнения (А.Ю. Веретенников) 80
§ 1. Введение 80
§ 2. Мартингалы и стохастические интегралы в гильбертовых пространствах 81
§ 3. Формула Ито для квадрата нормы 86
§ 4. Стохастические дифференциальные уравнения монотонного типа в банаховых пространствах . . 87
§ 5. Стохастические дифференциальные уравнения в частных производных. I. Первая краевая задача для нелинейных уравнений параболического типа 90
§ 6. Стохастические дифференциальные уравнения в частных производных. II. Задача Коши для линейных уравнений второго порядка 92
Литература 94
III. Стохастическое исчисление вариаций (исчисление Маллявэна). Применения к стохастическим дифференциальным уравнениям (А.Ю. Веретенников) 95
§ 1. Введение 95
§ 2. Стохастические производные 96
§ 3. Правила исчисления Маллявэна 100

§ 4. Гладкость плотности (схема доказательства) . . . 102
§ 5. Подход Бисмута. I . . . 104
§ 6. Подход Бисмута. 2. Стохастические дифференциальные уравнения . . . 105
§ 7. Стохастические дифференциальные уравнения (гладкость плотности по обратным переменным) . . . 111
Литература . . . 113
Глава 3. Стохастическое исчисление на вероятностных пространствах с фильтрациями (Р.Ш. Липцер, А.Н. Ширяев) 114
I. Элементы общей теории случайных процессов . . . 114
§ 1. Аксиоматика Колмогорова и стохастический базис . . . 114
§ 2. Моменты остановки, согласованные случайные процессы, опциональная и предсказуемая σ-алгебры. Классификация моментов остановки . . . 116
§ 3. Мартингалы и локальные мартингалы . . . 120
§ 4. Возрастающие процессы. Разложение Дуба – Мейера. Компенсаторы . . . 122
§ 5. Случайные меры. Целочисленные случайные меры . . . 124
§ 6. Локально квадратично интегрируемые мартингалы. Квадратическая характеристика . . . 126
§ 7. Разложение локальных мартингалов . . . 127
II. Семимартингалы. Стохастические интегралы . . . 128
§ 1. Семимартингалы. Квадратическая вариация. Квазимартингалы . . . 128
§ 2. Конструкция стохастических интегралов по семимартингалам . . . 130
§ 3. Формула Ито . . . 133
§ 4. Конструкция стохастических интегралов по случайным мерам . . . 134
§ 5. Характеристики семимартингалов. Триплет предсказуемых характеристик $T = (B, C, \nu)$. Проблемы мартингалов и семимартингалов. Примеры . . . 136
§ 6. Интегральное представление локальных мартингалов . . . 140
§ 7. Устойчивость класса семимартингалов относительно ряда преобразований . . . 141
III. Абсолютная непрерывность и сингулярность вероятностных распределений . . . 142
§ 1. Локальная плотность. Разложение Лебега . . . 142
§ 2. Теорема Гирсанова и ее обобщение. Преобразование предсказуемых характеристик . . . 144
§ 3. Интеграл Хеллингера и процесс Хеллингера . . . 146
§ 4. Общие и предсказуемые критерии абсолютной непрерывности и сингулярности вероятностных мер . . . 149
§ 5. Частные случаи . . . 151
Комментарий к главе 3 . . . 155
Литература . . . 157
Глава 4. Мартингалы и предельные теоремы для случайных процессов (Р.Ш. Липцер, А.Н. Ширяев) . . . 159
I. Теория: слабая сходимость вероятностных мер на метрических пространствах . . . 159
§ 1. Введение . . . 159
§ 2. Разные типы сходимостей. Топология Скорохода . . . 161
§ 3. Краткий обзор ряда классических предельных теорем теории вероятностей . . . 167
§ 4. Сходимость процессов с независимыми приращениями . . . 180
§ 5. Сходимость семимартингалов к процессам с независимыми приращениями . . . 191
§ 6. Относительная компактность и плотность семейств распределений семимартингалов . . . 204
§ 7. Сходимость семимартингалов к семимартингалу . . . 206
§ 8. О проблеме мартингалов . . . 214
II. Применения: принцип инвариантности и диффузионная аппроксимация . . . 217
§ 1. Принцип инвариантности для стационарных и марковских процессов . . . 217
§ 2. Стохастический принцип усреднения в моделях без диффузии . . . 232
§ 3. Диффузионная аппроксимация семимартингалов. Принцип усреднения в моделях с диффузией . . . 235
§ 4. Диффузионная аппроксимация для систем с физическим белым шумом . . . 239
§ 5. Диффузионная аппроксимация для семимартингалов с нормальным отражением в выпуклой области 243
Комментарий к главе 4 . . . 250
Литература . . . 251

Год издания 1989

Том 46
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ — 4
Консультирующие редакторы-составители:
академик Ю.В. Прохоров,
академик АН УССР А.В. Скороход

УДК 519.217

МАРКОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ

Н.И. Портер. А.В. Скороход, В.М. Шуренков

СОДЕРЖАНИЕ

Глава I. Марковское свойство . . . 6
§ 1. Стохастически определенные системы . . . 7
1.1. Динамические системы со случайными возмущениями . . . 7
1.2. Стохастически определенные системы. Вероятности переходов . . . 8
1.3. Процессы с конечным множеством состояний . . . 11
1.4. Диффузионные процессы . . . 14
§ 2. Марковское свойство . . . 17
2.1. Определение марковского процесса . . . 17
2.2. Марковская случайная функция . . . 21
2.3. Марковские случайные функции на случайных интервалах . . . 30
Глава 2. Регулярные марковские процессы . . . 31
§ 1. Условия непрерывности и отсутствия разрывов второго рода . . . 31
1.1. Стохастически непрерывные процессы . . . 31
1.2. Условия отсутствия разрывов второго рода . . . 33
1.3. Непрерывные процессы . . . 46
1.4. Винеровский процесс . . . 48
1.5. Диффузионные процессы . . . 50
1.6. Процессы с независимыми приращениям . . . 56
§ 2. Строго марковские процессы и порождаемые ими σ-алгебры . . . 58
2.1. Моменты остановки . . . 58
2.2. Прогрессивная измеримость . . . 60
2.3. Строго марковские процессы . . . 62
Глава 3. Диффузионные процессы . . . 69
§ 1. Аналитические методы . . . 70
1.1. Определение диффузионного процесса . . . 70
1.2. Уравнения А.Н. Колмогорова . . . 73
1.3. Обобщенные диффузионные процессы . . . 75
1.4. Квазидиффузионные процессы . . . 87
§ 2. Метод стохастических дифференциальных уравнений . . . 88
2.1. Стохастические дифференциальные уравнения Ито . . . 88
2.2. Мартингальная постановка задачи . . . 103
2.3. Абсолютно непрерывная замена меры . . . 117
Глава 4. Однородные марковские процессы . . . 126
§ 1. Общие свойства однородных марковских процессов . . . 126
1.1. Однородный марковский процесс . . . 126
1.2. Вероятность перехода . . . 129
§ 2. Полугрупповая теория однородных марковских процессов . . . 131
2.1. Связанная с процессом полугруппа операторов . . . 131
2.2. Теорема Хилле – Иосида . . . 135
2.3. Стохастически непрерывные процессы в топологическом пространстве . . . 137
2.4. Процессы со счетным множеством состояний . . . 139
§ 3. Строго марковские процессы . . . 142
3.1. Определение. Достаточные условия . . . 142
3.2. Характеристический оператор . . . 144
3.3. Феллеровские процессы на компакте . . . 148
3.4. Регулярно-феллеровские процессы в локально компактном пространстве . . . 150
3.5. Скачкообразные процессы . . . 153
§ 4. Мультипликативные и аддитивные функционалы. Преобразования процессов . . . 157
4.1. Моменты обрыва процесса . . . 157
4.2. Аддитивные функционалы . . . 160
4.3. Случайная замена времени . . . 165
§ 5. Непрерывные процессы в $\mathbb{R}^d$ . . . 169
5.1. Случайная замена времени и квазидиффузионные процессы . . . 169
5.2. Одномерные непрерывные процессы . . . 174
Глава 5. Эргодическая теория . . . 178
§ 1. Однородные цепи Маркова (элементы общей теории) . . . 178
1.1. Неотрицательные ядра . . . 178
1.2. Вероятности перехода . . . 181
1.3. Операторы сдвига . . . 183
1.4. Строго марковское свойство . . . 183
§ 2. Марковские процессы и эргодическая теория . . . 184
2.1. Физические предпосылки . . . 184
2.2. Абстрактные эргодические теоремы . . . 185
2.3. Применения к операторам сдвига . . . 190
2.4. Эргодические теоремы для переходных вероятностей . . . 192
§ 3. Счетные цепи Маркова . . . 194
3.1. Классификация состояний . . . 194
3.2. Возвратные цепи . . . 197
3.3. Пределы переходных вероятностей . . . 200
§ 4. Харрисовы цепи . . . 202

4.1. Возвратность по Харрису . . . 203
4.2. “Искусственная” регенерация . . . 210
4.3. Предельные теоремы для переходных вероятностей . . . 213
§ 5. Марковское вмешательство случая . . . 215
5.1. Вложенные цепи Маркова . . . 217
5.2. Эргодичность . . . 220
5.3. Марковское восстановление . . . 223
5.4. Финальные вероятности . . . 227
5.5. Предельные теоремы для отношений . . . 230
5.6. Применения к харрисовым цепям . . . 236
§ 6. Эргодические процессы Маркова . . . 237
6.1. Эргодичность . . . 233
6.2. Финальные вероятности . . . 239
6.3. Пример: процесс восстановления . . . 243
Литература . . . 245

Год издания 1989

Том 48
ГЕОМЕТРИЯ — 3
Консультирующие редакторы-составители:
профессор Ю.Д. Бураго, профессор В.А. Залгаллер

УДК 514.752.44 + 514.772

I. ГЕОМЕТРИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ЕВКЛИДОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Ю.Д. Бураго

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 5
Глава 1. Геометрия двумерных римановых многообразий и поверхностей в E^n . . . 8
§ 1. Постановка проблемы . . . 8
1.1. Классы метрик и классы поверхностей. Геометрические группы и геометрические свойства . . . 8
§ 2. Гладкие поверхности . . . 10
2.1. Типы точек . . . 10
2.2. Классы поверхностей . . . 11
2.3. Классы метрик . . . 14
2.4. G-связанность . . . 14
2.5. Результаты и гипотезы . . . 15
2.6. Конформная группа . . . 17
§ 3. Выпуклые, седловые и развертывающиеся поверхности без требования гладкости . . . 18
3.1. Классы негладких поверхностей и метрик . . . 18
3.2. Вопросы аппроксимации . . . 19
3.3. Результаты и гипотезы . . . 20
§ 4. Поверхности и метрики ограниченной кривизны . . . 21
4.1. Многообразия ограниченной кривизны . . . 21
4.2. Поверхности ограниченной внешней кривизны . . . 23
Глава 2. Выпуклые поверхности . . . 24
§ 1. Проблема Вейля . . . 24
1.1. Постановка вопроса . . . 24
1.2. Исторические замечания . . . 25
1.3. Набросок одного из доказательств . . . 26
§ 2. Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей. Обобщенная проблема Вейля . . . 28
2.1. Многообразия неотрицательной кривизны в смысле А.Д. Александрова . . . 29
2.2. Решение обобщенной проблемы Вейля . . . 30
2.3. Теорема о склеивании . . . 31
§ 3. Гладкость выпуклых поверхностей . . . 32
3.1. Гладкость выпуклых погружений . . . 32
3.2. Преимущество изотермических координат . . . 33
3.3. Следствия теорем гладкости . . . 34
§ 4. Изгибания выпуклых поверхностей . . . 34
4.1. Основные понятия . . . 34

4.2. Гладкость изгибаний . . . 35
4.3. Существование изгибаний . . . 36
4.4. Связь между различными видами изгибаний . . . 36
§ 5. Неизгибаемость замкнутых выпуклых поверхностей . . . 39
5.1. Однозначная определенность . . . 39
5.2. Устойчивость в проблеме Вейля . . . 40
5.3. Использование изгибающего поля . . . 41
§ 6. Бесконечные выпуклые поверхности . . . 42
6.1. Некомпактные поверхности . . . 42
6.2. Описание изгибаний . . . 42
§ 7. Выпуклые поверхности с заданными кривизнами . . . 43
7.1. Гиперповерхности . . . 43
7.2. Проблема Минковского . . . 43
7.3. Устойчивость . . . 45
7.4. Функции кривизны и аналоги проблемы Минковского . . . 45
7.5. Связь с уравнениями Монжа – Ампера . . . 47
§ 8. Отдельные вопросы связи внутренней и внешней геометрии выпуклых поверхностей . . . 48
8.1. Свойства поверхностей . . . 48
8.2. Свойства кривых . . . 48
8.3. Сферическое отображение кратчайшей . . . 49
8.4. Возможность исчезновения некоторых особенностей при изгибаниях . . . 50
Глава 3. Седловые поверхности . . . 50
§ 1. Теорема Ефимова и связанные с ней гипотезы . . . 50
1.1. Достаточные признаки непогружаемости в E^3 . . . 50
1.2. Достаточные признаки погружаемости в E^3 . . . 53
1.3. Гипотеза о седловом погружении в E^n . . . 54
1.4. Возможность непогружаемости при неодносвязности . . . 56
§ 2. О внешней геометрии седловых поверхностей . . . 56
2.1. Разнообразие седловых поверхностей . . . 56
2.2. Сужающиеся поверхности . . . 58
§ 3. Нерегулярные седловые поверхности . . . 66
3.1. Определения . . . 66
3.2. Внутренняя геометрия . . . 67
3.3. Проблемы погружаемости . . . 68
3.4. Проблемы непогружаемости . . . 69
Глава 4. Поверхности ограниченной внешней кривизны . . . 70
§ 1. Поверхности ограниченной внешней положительной кривизны . . . 70
1.1. Внешние кривизны гладкой поверхности . . . 70
1.2. Внешние кривизны общей поверхности . . . 72
1.3. Неравенства . . . 75
§ 2. Роль средней кривизны . . . 76
2.1. Средняя кривизна негладкой поверхности . . . 76
2.2. Поверхности ограниченной средней кривизны . . . 77
2.3. Средняя кривизна как первая вариация площади . . . 79
§ 3. C^1-гладкие поверхности ограниченной внешней кривизны . . . 80
3.1. Роль условия ограниченности внешней кривизны . . . 80
3.2. Нормальные C^1-гладкие поверхности . . . 82
3.3. Основные результаты . . . 82
3.4. Теорема Гаусса . . . 83
3.5. $C^{1,\alpha}$-гладкие поверхности . . . 84
§ 4. Многогранники . . . 85
4.1. Роль многогранников в общей теории . . . 85
4.2. Многогранная метрика и многогранная поверхность . . . 86
4.3. Результаты и гипотезы . . . 86
§ 5. Дополнение. Классы гладкости . . . 88
Комментарий к списку литературы . . . 88
Литература . . . 90

УДК 514.752.43 + 514.772

II. ПОВЕРХНОСТИ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ

Э.Р. Розендорн

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 99
§ 1. Теорема Гильберта . . . 100

1.1. Постановка вопроса . . . 100
1.2. Схема доказательства теоремы Гильберта . . . 102
1.3. Связь с уравнениями математической физики . . . 104
1.4. Обобщения . . . 105
§ 2. Поверхности отрицательной кривизны в E^3. Примеры. Внутренняя и внешняя кривизна. Проблема Адамара 108
2.1. Примеры поверхностей отрицательной кривизны в E^3, их внешняя и внутренняя геометрия . . . 108
2.2. Некоторые замечания по поводу C^1-нэометричеслого вложения Л^2 в E^3 по Н. Кёйперу . . . 128
2.3. Гипотеза Адамара . . . 130
2.4. О поверхностях отрицательной внутренней и ограниченной внешней кривизны в E^3 . . . 135
§ 3. Поверхности вида $z = f(x, y)$; схема доказательства теоремы Н.В. Ефимова . . . 140
3.1. Некоторые результаты о поверхностях, проектирующихся однолистно на плоскость E^2 . . . 140
3.2. Теоремы Н.В. Ефимова и Хейнца о протяженности однолистной проекции на плоскость поверхности с отделенной от нуля отрицательной кривизной . . . 142
3.3. Схема доказательства теоремы Б . . . 148
3.4. Достаточные локальные условия гомеоморфности в целом плоских отображений . . . 164
§ 4. Поверхности с медленно изменяющейся кривизной. Погружение метрик отрицательной кривизны в E^3. Влияние метрики на регулярность поверхности . . . 166
4.1. Аналитический аппарат . . . 166
4.2. (h, Δ)-метрики . . . 170
4.3. q-метрики . . . 171
4.4. Погружение метрик отрицательной кривизны в E^3 . . . 172
4.5. Изучение края поверхности . . . 174
4.6. Поверхности с медленно изменяющейся кривизной в римановом пространстве . . . 175
4.7. Влияние метрики на регулярность поверхности . . . 176
§ 5. О поверхностях с метрикой отрицательной кривизны в многомерных евклидовых пространствах . . . 179
5.1. Теорема Бибербаха . . . 179
5.2. Вложение и погружение Л^p в E^N . . . 180
5.3. Кусочно-аналитическое погружение Л^2 в E^4 . . . 182
5.4. Некоторые результаты о непогружаемости в многомерном случае . . . 183
5.5. О замкнутых поверхностях отрицательной кривизны . . . 185
Комментарий к литературе . . . 187
Литература . . . 188

УДК 514.752.43 + 514.772

III. ЛОКАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ИЗГИБАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

И.Х. Сабитов

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Определения и терминология . . . 198
1.1. Поверхность и ее метрика . . . 198
1.2. Изометричные поверхности и изометрические погружения . . . 199
1.3. Изгибания поверхностей . . . 202
1.4. Бесконечно малые (б.м.) изгибания поверхностей . . . 205
1.5. Изгибания поверхностей и теория упругих оболочек . . . 208
1.6. Ареальные деформации . . . 209
§ 2. Постановка задач . . . 209
§ 3. Связь между изгибаниями и б.м. изгибаниями поверхностей . . . 211
3.1. Общие уравнения б.м. изгибаний произвольного порядка . . . 211
3.2. Переход от б.м. изгибаний высокого порядка к б.м. изгибаниям меньшего порядка . . . 212
3.3. Переход от б.м. изгибаний меньшего порядка к б.м. изгибаниям высокого порядка . . . 215
3.4. Алгебраические свойства полей б.м. изгибаний 1-го порядка . . . 216
§ 4. Изгибания поверхностей в классе C^1 . . . 220
§ 5. Вспомогательные сведения: классификация и целочисленные характеристики точек поверхности. Уравнения погружения и изгибания . . . 222
5.1. Четыре типа точек на поверхности . . . 222
5.2. Арифметические характеристики регулярной точки поверхности . . . 222
5.3. Устойчивость и неустойчивость арифметических характеристик точки поверхности . . . 225
5.4. Уравнения погружения и изгибания поверхности . . . 226
§ 6. Изгибания поверхностей в окрестности точки общего положения . . . 227
6.1. Аналитический случай . . . 227
6.2. Поверхности положительной кривизны . . . 228
6.3. Поверхности отрицательной кривизны . . . 231
6.4. Окрестность параболической точки . . . 232
§ 7. Изгибаемость поверхностей с точкой уплощения . . . 233
7.1. Неналожимые изометричные поверхности . . . 233

7.2. О реализации метрик поверхностями с точкой уплощения . . . 234
7.3. Неизгибаемые поверхности с уплощением . . . 235
7.4. Изгибаемые поверхности с уплощением . . . 236
7.5. Поверхности вращения с уплощением в полюсе . . . 237
§ 8. Бесконечно малые изгибания поверхностей “в малом” . . . 238
8.1. Уравнения б.м. изгибаний . . . 238
8.2. Жесткость “в малом” аналитических поверхностей . . . 238
8.3. Аналитические поверхности вращения с уплощением в полюсе . . . 239
8.4. Жесткие и неизгибаемые “в целом” поверхности вращения . . . 240
8.5. Неаналитические поверхности . . . 240
8.6. Б.м. изгибания 2-го порядка . . . 243
8.7. Изгибания желобов . . . 244
§ 9. Дополнение. Изгибания и б.м. изгибания многогранников . . . 245
9.1. Введение . . . 245
9.2. Многогранные метрика и их изометрические погружения . . . 246
9.3. Изгибания многогранников. Конфигурационные пространства многогранников . . . 248
9.4. Б.м. изгибания многогранников и их связь с изгибаниями . . . 250
9.5. Однозначно определенные многогранники . . . 253
9.6. Неизгибаемые многогранники . . . 254
9.7. Изгибаемые многогранники . . . 256
9.8. Гипотеза об инвариантности объема изгибаемого многогранника . . . 262
§ 10. Заключительные замечания . . . 263
227 Комментарий к списку литературы . . . 265
227 Литература . . . 266

Год издания 1989

Том 49
ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ — 1
Консультирующие редакторы-составители:
доктор физико-математических наук А.Н. Паршин,
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 511.212 + 511.331 + 511.334 + 511.5 + 511.6 + 511.9 + 512.742 + 512.743

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ЧИСЕЛ

Ю.И. Манин, А,А. Панчишкин

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 6
I. Задачи и приемы
Глава 1. Элементарная теория чисел . . . 10
§ 1. Задачи о целых числах. Делимость и простота . . . 10
§ 2. Диофантовы уравнения первой и второй степеней . . . 25
§ 3. Кубические уравнения . . . 42
§ 4. Задачи о континууме: приближения и непрерывные дроби . . . 53
Глава 2. Избранные современные задачи элементарной теории чисел . . . 59
§ 1. Разложение на множители и асимметричное шифрование . . . 59
§ 2. Достоверные тесты простоты . . . 63
§ 3. Разложение больших чисел на множители . . . 72
§ 4. Диофантовы приближения и иррациональность $\zeta(3)$ . . . 83
II. Идеи и теории.
Глава 1. Индукция и рекурсия . . . 90
§ 1. Элементарная теория чисел с точки зрения логики . . . 90
§ 2. Диофантовы множества . . . 92
§ 3. Частично рекурсивные функции и перечислимые множества . . . 97
§ 4. Диофантовы множества и алгоритмическая неразрешимость . . . 106
Глава 2. Арифметика алгебраических чисел . . . 107
§ 1. Алгебраические числа: реализации и геометрия . . . 107
§ 2. Разложение простых идеалов, дедекиндовы кольца и нормирования . . . 118
§ 3. Локальные и глобальные методы . . . 126
§ 4. Теория полей классов . . . 146

§ 5. Группа Галуа в арифметических задачах . . . 159
Глава 3. Арифметика алгебраических многообразий . . . 176
§ 1. Арифметические многообразия: схемы конечного типа над кольцом целых чисел . . . 176
§ 2. Геометрические методы изучения диофантовых уравнений . . . 186
§ 3. Основные геометрические классы диофантовых уравнений и систем . . . 207
§ 4. Диофантовы уравнения и представления Галуа . . . 239
§ 5. Теорема Фальтингса и проблемы конечности в диофантовой геометрии . . . 247
Глава 4. Дзета-функция и модулярные формы . . . 260
§ 1. Дзета-функции арифметических схем . . . 260
§ 2. L-функции, теория Тэйта и явные формулы . . . 269
§ 3. Модулярные формы и эйлеровы произведения . . . 292
§ 4. Модулярные формы и представления Галуа . . . 304
§ 5. Автоморфные формы и программа Ленглендса . . . 316
Литература . . . 323

Год издания 1990

Том 50
ОБЩАЯ ТОПОЛОГИЯ — 2
Консультирующий редактор-составитель
доктор физико-математических наук А.В. Архангельский

УДК 515.122.25

I. КОМПАКТНОСТЬ

А.В. Архангельский

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
§ 1. Компактность и ее разновидности: отделимость . . . 8
1.1. Различные определения компактности . . . 8
1.2. Относительная компактность . . . 9
1.3. Счетная компактность . . . 10
1.4. Относительная счетная компактность . . . 12
1.5. Псевдокомпактные пространства . . . 13
1.6. Свойства типа компактности и отделимость . . . 15
1.7. Звездные характеристики счетной компактности и псевдокомпактности . . . 16
§ 2. Компактность и операция произведения . . . 17
2.1. Теорема Тихонова о компактности произведения . . . 17
2.2. Произведения счетно-компактных пространств . . . 18
2.3. Произведения псевдокомпактных пространств . . . 19
2.4. Тотальная счетная компактность и тотальная псевдокомпактность . . . 20
2.5. Компактность по фиксированному ультрафильтру (ξ-компактность) . . . 21
2.6. Σ-произведения компактных пространств . . . 22
§ 3. Непрерывные отображения компактных пространств . . . 23
3.1. Теорема о компактности образа и ее следствия . . . 23
3.3. Непрерывные образы “стандартных” компактов . . . 24
3.3. Открытые отображения компактов и размерность . . . 25
3.4. Факторизационная теорема Мардешича . . . 26
3.5. Непрерывные образы упорядоченных компактов . . . 26
3.6. Псевдокомпактность и непрерывные отображения . . . 27
3.7. Непрерывные отображения и экстремально несвязные компакты . . . 28
3.8. Разреженные компакты и их образы . . . 32
§ 4. Условия метризуемости компактных, счетно-компактных и псевдокомпактных пространств . . . 32
4.1. Классические результаты и теорема Хабера . . . 33
4.2. Теорема Доу и теорема Ткаченко . . . 34
4.3. Точечно счетные и σ-точечно конечные базы . . . 34
4.4. Квазиизмельчения и $\delta\theta$-бззы . . . 35
4.5. Сильно χ_0-нётеровы базы . . . 36
4.6. Ранг базы и критерии метризуемости комппактов . . . 36
4.7. Симметрики и метризуемость компактов . . . 38
§ 5. Кардинальные инварианты компактов . . . 39

5.1. Сетевой вес, диагональное число и вес компактов . . . 40
5.2. Псевдохарактер и характер в компактах . . . 43
5.3. Компакты с первой аксиомой счетности . . . 44
5.4. Совершенно нормальные компакты . . . 47
5.5. Непрерывные образы компактов с первой аксиомой счетности . . . 48
5.6. Секвенциальные компакты и первая аксиома счетности почти всюду . . . 50
5.7. Компакты Корсона и χ_0-монолитность . . . 53
5.8. Компакты счетной тесноты . . . 54
5.9. Отображения компактов на тихоновские кубы I^τ . . . 56
5.10. Диадические компакты . . . 60
5.11. Суперкомпакты и расширения класса диадических компактов . . . 63
§ 6. Компактные расширения . . . 66
6.1. Общие замечания о компактных расширениях . . . 66
6.2. Компактные T_1-расширения . . . 68
6.3. О вложениях в компактные T_1-пространства счетного веса . . . 70
6.4. Компактные хаусдорфовы расширения — отношение подчинения . . . 71
6.5. Компактные расширения локально компактных хаусдорфовых пространств . . . 75
6.6. Двойственность между свойствами пространства и нароста . . . 76
6.7. Расширения и кардинальные инварианты . . . 77
6.8. Компактные хаусдорфовы расширения и совершенные отображения . . . 80
6.9. О свойствах стоун-чеховского расширения . . . 81
6.10. Заключительные замечания о компактных хаусдорфовых расширениях . . . 84
§ 7. Компактность и функциональные пространства . . . 85
7.1. Естественные топологии на множествах функций . . . 86
7.2. Совместная непрерывность и компактно-открытая топология . . . 88
7.3. Теорема Вейерштрасса – Стоуна . . . 89
7.4. Выпуклые компакты и теорема Крейна – Мильмана . . . 91
7.5. Теорема Ала-Оглу и выпуклые оболочки компактов . . . 93
7.6. Теоремы о неподвижных точках отображений выпуклых компактов в себя . . . 95
7.7. Компакты Милютина . . . 96
7.8. Компакты Дугунджи . . . 99
§ 8. Алгебраические структуры и компактность: важнейшее результаты . . . 104
8.1. Идеалы в кольцах функций и компакты . . . 104
8.2. Спектр кольца: топология Зариского . . . 105
8.3. Пространство максимальных идеалов коммутативной банаховой алгебры . . . 105
8.4. Стоуновское пространство булевой алгебры . . . 108
8.5. Теория двойственности Л.С. Понтрягина . . . 109
8.6. Компактные расширения топологических групп. Почти периодические функции . . . 112
8.7. Компакты и теорема Намиоки о совместной непрерывности раздельно непрерывных функций . . . 115
8.8. Фрагментируемые и сильно фрагментируемые компакты и компакты Радона – Никодима . . . 116
8.9. Гильбертовы модули над C^*-алгебрами непрерывных функций на компактах . . . 117
8.10. Компактные множества в топологических полях . . . 118
8.11. Локально компактные топологические группы и паракомпактность . . . 120
8.12. Несколько заключительных замечаний . . . 120
Литература . . . 121

УДК 515:142.2

II. ГОМОЛОГИИ И КОГОМОЛОГИИ ОБЩИХ ПРОСТРАНСТВ

Е.Г. Скляренко, А.В. Скороход

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 132
Глава 1. Классические теории . . . 134
§ 1. Симплициальные гомологии и когомологии . . . 134
1.1. Группы гомологии . . . 134
1.2. Когомологии . . . 135
1.3. Числа Бетти . . . 136
1.4. Гомологии и когомологии второго рода . . . 136
1.5. Носители . . . 139
1.6. Свойства аддитивности . . . 140
1.7. Формулы универсальных коэффициентов . . . 140
§ 2. Сингулярная теория . . . 142
2.1. Предварительные замечания . . . 142
2.2. Основные определения . . . 142
2.3. Инвариантность при гомотопиях . . . 143

2.4. Гомологии и когомологии клеточных комплексов . . . 144
2.5. Подразделения в сингулярном комплексе . . . 145
2.6. Свойство вырезания . . . 147
2.7. Последовательности триад (последовательности Майера – Вьеториса) . . . 147
2.8. Свойство компактных носителей . . . 148
2.9. Гомологии и когомологии второго рода . . . 149
Глава 2. Когомологии Чеха и Александера – Спаньера . . . 150
§ 1. Пути и цели обобщений . . . 150
1.1. В чем слабость сингулярной теории . . . 150
1.2. Многообразие обобщений и их единство . . . 150
1.3. Компактные пространства . . . 151
1.4. Категория локально компактных хаусдорфовых пространств и их собственных отображений . . . 152
1.5. Общий случай . . . 153
§ 2. Когомологии Чеха . . . 154
2.1. Предварительные замечания . . . 154
2.2. Когомологии с коэффициентами в предпучках . . . 155
2.3. Когомологии подпространств и пар . . . 156
2.4. Некоторые свойства . . . 157
§ 3. Когомологии Александра – Спаньера . . . 158
3.1. Основные конструкции . . . 158
3.2. Замечания . . . 159
§ 4. Когомологии с компактными носителями . . . 159
4.1. Коцепи типа Александера – Спаньера . . . 159
4.2. Коцепи типа Чеха . . . 161
4.3. Замечания . . . 163
Глава 3. Когомологии и теория пучков . . . 163
§ 1. Как возникают пучки, резольвенты и т.п. . . . 164
1.1. Предпучки коцепей . . . 164
1.2. Пучки . . . 165
1.3. Вялые и мягкие пучки . . . 166
1.4. Резольвенты . . . 167
1.5. Основная идея . . . 167
§ 2. Когомологии с коэффициентами в пучке . . . 170
2.1. Определение Гротендика . . . 170
2.2. Когомологии с семейством носителей . . . 170
2.3. Ацикличные резольвенты . . . 171
2.4. Подход Годемана . . . 172
2.5. Еще одно описание гомоморфизма сравнения . . . 172
§ 3. Аксиоматическая характеристика гомоморфизма сравнения и когомологии . . . 173
3.1. Предварительные замечания . . . 173
3.2. Единственность гомоморфизма сравнения . . . 173
3.3. Свойство универсальности . . . 174
§ 4. Когомологии подпространств и пар. Роль носителей . . . 176
4.1. Когомологии подпространств . . . 176
4.2. Когомологии пар . . . 176
4.3. Случай когомологий с носителями . . . 177
4.4. Случай замкнутого подпространства . . . 178
§ 5. Сопоставление с конкретными теориями. Типичные примеры ацикличных резольвент . . . 179
5.1. Общие наблюдения . . . 179
5.2. Сингулярная теория . . . 179
5.3. Когомологии Александера – Спаньера . . . 180
5.4. Теорема де Рама . . . 180
5.5. Когомологии Дольбо . . . 181
5.6. Другие примеры . . . 182
§ 6. Основные спектральные последовательности. Поведение когомологий при непрерывных отображениях . 183
6.1. Основные типы спектральных последовательностей . . . 183
6.2. Спектральная последовательность Лере . . . 185
6.3. Теоремы типа Вьеториса – Бегла . . . 186
6.4. Гомоморфизм когомологии, индуцированный непрерывным отображением . . . 187
Глава 4. Когомологии Чеха в свете теории пучков . . . 188
§ 1. Когомологии Чеха с коэффициентами в пучке. Когомологии подпространств и пар . . . 189
1.1. Роль паракомпактности . . . 189
1.2. Когомологическая последовательность . . . 190
1.3. Случай пары пространств . . . 190
§ 2. Изоморфизм $H^* = H^*$ для парокомпактных пространств. Паракомпактифицирующие семейства носителей 191
2.1. Резольвента покрытия . . . 191
2.2. Когомологии с носителями . . . 192
2.3. Пучки коцепей типа Чеха . . . 192
§ 3. Сравнение когомологий покрытия с когомологиями пространства . . . 193
3.1. Гомоморфизм сравнения . . . 193
3.2. Спектральная последовательность покрытия . . . 194

3.3. Теорема Лере об ацикличном покрытии . . . 194
§ 4. Спектральная последовательность, связанная с когомологиями Чеха . . . 195
4.1. Спектральная последовательность . . . 195
4.2. Следствия . . . 195
4.3. Теорема Картана . . . 195
Глава 5. Теория гомологий . . . 196
§ 1. Предварительные замечания . . . 196
1.1. Основные трудности в развитии теории . . . 196
1.2. Современное состояние теории . . . 197
§ 2. Компактные пространства . . . 198
2.1. Цепи типа Чеха . . . 198
2.2. Независимость H_* от выбора ω . . . 199
2.3. Точные гомологические последовательности . . . 199
2.4. Замечания . . . 200
2.5. Цепи Масса . . . 203
§ 3. Локально компактные пространства. Общий случай . . . 203
3.1. Предварительные замечания . . . 203
3.2. Гомологии второго рода . . . 204
3.3. Гомологии с носителями . . . 206
3.4. Гомологии с компактными носителями . . . 206
§ 4. Пучки цепей. Спектральная последовательность Картана . . . 207
4.1. Пучки коцепей, отвечающих системе покрытий ω . . . 207
4.2. Пучки цепей . . . 208
4.3. Роль носителей . . . 209
4.4. Пучки локальных гомологий . . . 210
4.5. Спектральная последовательность дифференциального пучка цепей . . . 210
Глава 6. Умножения . . . 211
§ 1. $\cup$-умножение (умножение Колмогорова – Александера) . . . 211
1.1. Определение . . . 211
1.2. Основные свойства . . . 212
1.3. Декартово произведение классов когомологий . . . 213
§ 2. $\cap$-умиожение . . . 214
2.1. Основные определения . . . 214
2.2. Случай многообразий . . . 214
Глава 7. Аксиоматика . . . 215
§ 1. Аксиомы в категориях полиэдров . . . 215
1.1. Теорема единственности Стинрода – Эйленберга . . . 215
1.2. Аксиомы аддитивности . . . 216
1.3. Обсуждение аксиоматического подхода . . . 216
1.4. Другой подход к аксиоматике . . . 217
§ 2. Компактные пространства . . . 217
2.1. Свойства аддитивности . . . 217
2.2. Метрический случай . . . 219
2.3. Локальные свойства . . . 219
2.4. Общий случай . . . 220
§ 3. Аксиоматика теорий второго рода . . . 221
3.1. Роль свойства аддитивности . . . 221
3.2. Гомологии Бореля – Мура . . . 222
3.3. Другие подходы . . . 223
§ 4. Более общие категории . . . 223
4.1. Когомологии . . . 223
4.2. Гомологии с компактными носителями . . . 224
Глава 8. Специальные свойства и результаты . . . 224
§ 1. Свойства типа жесткости. Предельные переходы . . . 225
1.1. Одна общая конструкция . . . 225
1.2. Конструкция для функтора $\lim_{\leftarrow}$ . . . 225
1.3. Связь с гомологиями Чеха . . . 228
1.4. Типичные предельные соотношения. Счетный случай . . . 229
1.5. Общий случай . . . 230
§ 2. Локальные условия. Локальные гомологии и когомологии . . . 232
2.1. Гомологическая локальная связность . . . 232
2.2. Локальные группы . . . 233
2.3. Периферическая гомологическая локальная связность . . . 235
2.4. Связь теорий 2-го рода с обычными . . . 235
§ 3. Гомологическая размерность . . . 236
3.1. Основные определения . . . 236
3.2. Основные соотношения . . . 237
3.3. Локальные характеристики . . . 238
§ 4. Формулы универсальных коэффициентов. Функториальная зависимость . . . 239
4.1. Соотношения, вытекающие из стандартных связей . . . 239
4.2. Нестандартные связи . . . 241

4.3. Функториальная зависимость 242
§ 5. Двойственность 243
5.1. Двойственность Пуанкаре 244
5.3. Обобщенные многообразия 245
5.4. Двойственность и ∩-умножение 245
5.4. Двойственность Лефшеца 247
5.5. Двойственность для “незамкнутых” множеств 249
5.6. Двойственность Александера – Понтрягина – Стинрода – Ситникова 250
5.7. Замечания 250
5.8. Двойственность для последовательности троек 252
5.9. Двойственность для последовательностей триад 253
§ 6. О некоторых других результатах (дополнение) 254
6.1. Применения 255
6.2. Развитие теории 257
6.3. Некоторые обобщения 259
225 Литература 260

Год издания 1989

Том 51
ОБЩАЯ ТОПОЛОГИЯ — 3
Консультирующий редактор-составитель
доктор физико-математических наук А.В. Архангельский

УДК 515.125+515.124.32

I. ПАРАКОМПАКТНОСТЬ И МЕТРИЗАЦИЯ. МЕТОД ПОКРЫТИЙ В КЛАССИФИКАЦИИ ПРОСТРАНСТВ

А.В. Архангельский

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 6
§ 1. Покрытия множеств и топологических пространств 7
1.1. Простейшие понятия 7
1.2. Компоненты семейств множеств 8
1.3. Отношения вписанности семейств множеств 9
1.4. Нётеровы семейства множеств 10
1.5. Локально конечные, дискретные и консервативные семейства множеств 10
§ 2. Свойства типа паракомпактности 12
2.1. Метакомпактность, паракомпактность и сильная паракомпактность 12
2.2. Финально компактные и линделёфовы пространства 12
2.3. Паракомпактные хаусдорфовы пространства (паракомпакты) 15
2.4. Критерии паракомпактности в терминах локальной конечности 17
2.5. Паракомпактность, коллективная нормальность и метакомпактность 19
2.6. Звездная вписанность, звездная нормальность и критерии паракомпактности 20
2.7. Паракомпактность и расширения 22
§ 3, Паракомпактность и общие метризационные критерии 22
3.1. Разбиения единицы 22
3.2. Метризационные критерии Нагата – Смирнова и Бинга 23
3.3. Метризационный критерий Александрова – Урысона и родственные ему критерии 25
3.4. Пространства с равномерной базой 29
3.5. Регулярные базы: механизм паракомпактности и критерий метризуемости 31
3.6. Тотально паракомпактные пространства 33
3.7. Базы, близкие к равномерным 34
§ 4. Топологии, порождаемые обобщенными метриками и симметриками 35
4.1. Симметризуемые пространства 35
4.2. Общие метризационные критерия в терминах симметрик 36
4.3. Квазиметризуемые пространства 37
§ 5. О метризационных критериях для компактов 39
§ 6. Полнота по Чеху и условия метризуемости пространства полной метрикой 40
6.1. Критерий метризуемости полной метрикой 41
6.2. Полнота по Чеху и паракомпактность 42

6.3. “Внутренний” критерий полноты по Чеху . . . 45
§ 7. Перистые пространства — обобщение метризуемости и полноты по Чеху . . . 45
7.1. Основные свойства перистых пространств . . . 45
7.2. Перистые паракомпакты . . . 46
7.3. Линделёфовы перистые пространства и их непрерывные образы . . . 43
7.4. Условия метризуемости перистых паракомпактов . . . 50
§ 8. Метризуемые пространства, их обобщения и отображения . . . 51
8.1. Теоремы о сохранении паракомпактности и метризуемости . . . 52
8.2. Кружевные пространства . . . 53
8.3. Псевдокружевные пространства . . . 55
8.4. Монотонно нормальные пространства . . . 57
§ 9. Слабые свойства типа паракомпактности и метризуемости . . . 58
9.1. Иерархия слабых свойств . . . 60
9.2. $\aleph_0$-пространства и $\aleph$-пространства . . . 64
9.3. Отделимость локально компактных и нормальных пространствах . . . 66
9.4. Нормальность и счетная паракомпактность . . . 70
§ 10. Аннуляторы семейств множеств . . . 72
Литература . . . 76

УДК 515.126 + 517.982 + 517.988

II. ПРОСТРАНСТВА ОТОБРАЖЕНИЙ И КОЛЬЦА НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

А.В. Архангельский

СОДЕРЖАНИЕ

Глава I. Введение . . . 82
§ 1. Основные топологии на множествах отображений . . . 83
1.1. Определение α-топологий на $C(X,Y)$ . . . 83
1.2. Топологии равномерной сходимости на $C(X,Y)$ . . . 87
§ 2. Канонические соответствия, связанные с пространствами отображений . . . 90
2.1. Отображение сужения . . . 90
2.2. Сопряженное отображение . . . 91
2.3. Каноническое отображение вычисления пространства X в $C_pC_p(X)$ . . . 92
2.4. Пространства отображений и операции над пространствами . . . 95
2.5. Канонические гомеоморфизмы пространств, порожденные изоморфизмами колец функций . . . 98
Глава 2. Компактность и пространства отображений . . . 103
§ 1. Признаки компактности множеств функций . . . 103
1.1. Теорема Арцела – Асколи и теорема Ала-Оглу . . . 103
1.2. Теорема Намиоки . . . 106
1.3. Ограниченные множества функций и теорема Гротендика . . . 110
§ 2. Пространства функций над компактами . . . 112
2.1. Теснота, монолитность и свойство Фреше – Урысона . . . 113
2.2. Компакты Эберлейна . . . 115
2.3. Теорема Вейерштрасса – Стоуна и некоторые ее применения . . . 119
2.4. Некоторые расширения класса компактов Эберлейна . . . 122
2.5. Нормальность, паракомпактность и свойство Линделёфа в $C_p(X)$ и $C_pC_p(X)$ над компактом X . . . 125
Глава 3. Линейные гомеоморфизмы пространств функций . . . 128
§ 1. Об l-эквивалентности и l-инвариантах . . . 129
1.1. Линейные гомеоморфизмы по отношению к топологии поточечной сходимости и топологии равномерной сходимости на ограниченных множествах . . . 129
1.2. Некоторые l-инварианты . . . 134
1.3. Применения теоремы 1 п. 1.1. . . . 139
§ 2. Непрерывные линейные экстендеры и конструкция, сохраняющая l-эквивалентность . . . 141
2.1. Непрерывные экстендеры и разложения $C_p(X)$ в прямые суммы . . . 141
2.2. Признаки l-вложенности. Теоремы Дугунджи и Борхеса . . . 145
2.3. l-вложенность и кардинальные инварианты . . . 146
2.4. Вложения бесконечных степеней вещественной прямой в $C_p(X)$ . . . 150
§ 3. l-соразмерность, строгая l-аддитивность и l-эквивалентность . . . 152
3.1. Понятие S-стабильности, N-стабильности и строгой l-аддитивности . . . 152
3.2. l-эквивалентность в классе полиэдров, CW-пространств и их обобщений . . . 156
§ 4. Заключительный обзор результатов . . . 158
4.1. Теоремы двойственности . . . 158
4.2. О строении оператора замыкания в $C_p(X)$ . . . 159
4.3. Обобщение С.П. Гулько теоремы В.Г. Пестова . . . 160
4.4. О σ-свойствах $C_p(X)$ . . . 160
4.5. Компакты в $C_p(X)$ . . . 161

4.6. Вопросы дескриптивного строения $C_p(X)$ . . . 163
4.7. Пространства функций из бэровских классов . . . 163
4.8. Об аппроксимации произвольных функций счетными множествами непрерывных функций: расщепляемые пространства . . . 165
4.9. Об алгебраическом подходе к кольцам непрерывных функций . . . 166
4.10. Замечания об l- и t-эквивалентности . . . 168
Литература . . . 169

УДК 515.128 + 515.12

III. ДЕСКРИПТИВНАЯ ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ И ТОПОЛОГИЯ

М.М. Чобан

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 174
Глава 1. Общие вопросы операций над множествами . . . 176
§ 1. Основные определения . . . 176
§ 2. Эквивалентность операций. Примеры . . . 177
§ 3. Критерий аналитичности операции . . . 178
§ 4. Итерация операций . . . 178
§ 5. Классы множеств . . . 179
§ 6. Нетривиальные пространства . . . 180
§ 7. Метод Колмогорова . . . 182
§ 8. Метод универсальных множеств . . . 184
§ 9. Нетривиальность классов . . . 185
§ 10. A-операции. Проективные множества . . . 188
§ 11. Бэровские классы множеств . . . 191
§ 12. Бэровские и борелевские множества . . . 194
§ 13. Абсолютные Ψ-множества . . . 195
Глава 2. Отображения и классы множеств . . . 196
§ 14. Теорема Лаврентьева и ее следствия . . . 197
§ 15. О совершенных отображениях . . . 198
§ 16. Открытые образы абсолютных Ψ-пространств . . . 199
§ 17. Сохранение классов множеств. Метризуемый случай . . . 202
§ 18. Сохранение классов множеств. Неметризуемый случай . . . 203
§ 19. Непустота бэровских классов . . . 204
§ 20. Бэровские множества, псевдокомпактность и компактификации . . . 205
§ 21. Борелевские и бэровские гомеоморфизмы . . . 207
§ 22. Измеримые сечения многозначных отображений . . . 208
Глава 3. Структурные свойства дескриптивных классов множеств . . . 210
§ 23. Измеримость . . . 210
§ 24. Свойство совершенного ядра . . . 212
§ 25. Свойство Бэра . . . 213
§ 26. Решета и их индексы . . . 214
§ 27. Принцип сравнения индексов Новикова . . . 217
§ 28. Отделимость проективных множеств второго класса . . . 220
§ 29. Конституанты Лузина – Серпинского . . . 221
§ 30. Униформизация множеств . . . 221
§ 31. Неразрешимость . . . 223
§ 32. Полнота или сепарабельность? . . . 225
§ 33. Об эквивалентности семейств множеств . . . 226
Глава 4. Комментарии . . . 229
§ 34. Истоки дескриптивной теории множеств . . . 229
§ 35. Проективная иерархия Лузина – Серпинского . . . 230
§ 36. Аксиоматическая дескриптивная теория множеств . . . 231
§ 37. Теория операций над множествами . . . 232
§ 38. Дескриптивная теория множеств в общих пространствах . . . 232
Литература . . . 233

Год издания 1989

Том 54
КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ – МНОГИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ — 5
Консультирующий редактор-составитель
доктор физико-математических наук Г.М. Хенкин

УДК 517.537

КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ И УРАВНЕНИЯ В СВЕРТКАХ

К. Беренстейн, Д. Струппа

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 5
§ 1. Комплексный анализ . . . 8
§ 2. Периодичность в среднем и теоремы о представлении . . . 29
§ 3. Проблема Помпейю . . . 56
§ 4. Ряды экспонент . . . 65
§ 5. Вычеты и полиномы Бернштейна – Сато . . . 77
§ 6. Алгебраический анализ . . . 85
Литература . . . 93

УДК. 517.55 + 515.17 + 517.958

ПОЛЯ ЯНГА – МИЛЛСА, ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАДОНА – ПЕНРОУЗА И УРАВНЕНИЯ КОШИ – РИМАНА

Р.Г. Новиков, Г.М. Хенкин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 113
§ 1. Калибровочные поля и уравнения Янга – Миллса – Хиггса . . . 125
§ 2. Уравнения Янга – Миллса как уравнения совместимости линейной системы . . . 132
§ 3. Голоморфные расслоения и когомологии в терминах $\overline{\partial}$-уравнений . . . 142
§ 4. Неабелево преобразование Радона . . . 147
§ 5. Преобразование Радона – Пенроуза как предельный случай данных рассеяния типа Фаддеева . . . 158
§ 6. $\overline{\partial}$-когомологии многообразия комплексных световых лучей . . . 163
§ 7. Уравнение Янга – Миллса в терминах данных рассеяния . . . 169
§ 8. Уравнения Максвелла – Янга – Миллса, Вейля – Дирака и Клейн – Гордона как уравнения Коши – Римана на пространстве твисторов . . . 177
§ 9. Уравнения Янга – Миллса – Хиггса – Дирака как голоморфные векторные расслоения . . . 185
Литература . . . 193

УДК 515.17 + 515.171.33 + 517.55

КОМПЛЕКСНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТЕОРИЯ СТРУН

А.Ю. Морозов, А.М. Переломов

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение . . . 198
§ 2. Римановы поверхности . . . 203
2.1. Основные понятия . . . 203
2.2. Голоморфные линейные расслоения на римановых поверхностях . . . 206
2.3. Дивизоры . . . 208
§ 3. Операторы Коши – Римана на римановых поверхностях . . . 210
§ 4. Детерминанты операторов Коши – Римана . . . 215
§ 5. Пространства модулей римановых поверхностей . . . 223
5.1. Детерминантное линейное расслоение на пространстве модулей . . . 223
5.2. Меры на пространстве модулей. Мера Мамфорда . . . 225
5.3. Регуляризация и аномалии . . . 228
5.4. Аномалии . . . 230
5.5. Гравитационная аномалия . . . 232
5.6. Компактифицированное пространство модулей . . . 235
§ 6. Примеры вычисления меры Мамфорда в специальных случаях . . . 238

6.1. Случай одной петли . . . 238
6.2. Мера для $p = 2, 3$ и 4 . . . 241
§ 7. Многопетлевые вычисления в теории свободных полой на римановых поверхностях . . . 245
7.1. Дифференциальная геометрия на римановых поверхностях . . . 245
7.2. Скалярное поле на римановой поверхности . . . 250
7.3. Скалярное поле с модифицированным лагранжианом, принимающее значения в окружности . . . 255
7.4. b, cc-системы с произвольным полуцелым спином . . . 258
7.5. β, γ-системы с произвольным полуцелым спином . . . 265
§ 8. Петлевые амплитуды в теории замкнутых бозонных струн . . . 271
8.1. Мера $Dg_{a,b}$ . . . 272
8.2. Интеграл по X-полям . . . 273
8.3. Струны вне критической размерности . . . 275
Литература . . . 278

Год издания 1989

Том 55
АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ — 4
Консультирующие редакторы-составители:
доктор физико-математических наук А.Н. Паршин,
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 512.743

I. ЛИНЕЙНЫЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ГРУППЫ

Т.А. Спрингер

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 6
Глава I. Линейные алгебраические группы над алгебраически замкнутым полем . . . 10
§ 1. Сведения из алгебраической геометрии . . . 10
1.1. Аффинные многообразия . . . 10
1.2. Морфизмы . . . 10
1.3. Некоторые топологические свойства . . . 11
1.4. Касательные пространства . . . 11
1.5. Свойства морфизмов . . . 12
1.6. Неаффинные многообразия . . . 12
§ 2. Линейные алгебраические группы, основные определения и свойства . . . 13
2.1. Определение линейной алгебраической группы . . . 13
2.2. Несколько важных фактов . . . 17
2.3. G-пространстза . . . 18
2.4. Алгебра Ли алгебраической группы . . . 20
2.5. Факторы . . . 22
§ 3. Структурные свойства линейных алгебраических групп . . . 24
3.1. Разложение Жордана и близкие вопросы . . . 24
3.2. Диагонализуемые группы и торы . . . 25
3.3. Связные одномерные группы . . . 27
3.4. Связные разрешимые группы . . . 28
3.5. Параболические подгруппы и подгруппы Бореля . . . 29
3.6. Радикал, полупростые и редуктивные группы . . . 33
§ 4. Редуктивные группы . . . 33
4.1. Группы ранга 1 . . . 33
4.2. Наборы корневых данных и системы корней . . . 35
4.3. Основные свойства редуктивных групп . . . 38
4.4. Теоремы существования и единственности для редуктивных групп . . . 43
4.3. Классификация квазипростых линейных алгебраических групп . . . 45
4.6. Теория представлений . . . 49
Глава 2. Линейные алгебраические группы над произвольными полями . . . 56
§ 1. Сведения из алгебраической геометрии . . . 56
1.1. F-структуры на аффинных многообразиях . . . 56
1.2. F-структуры на произвольных многообразиях . . . 57
1.3. Формы . . . 58

1.4. Ограничение основного поля . . . 59
§ 2. F-группы, основные свойства . . . 60
2.1. Основные факты об F-группах . . . 60
2.2. Факторы . . . 63
2.3. Формы . . . 64
2.4. Ограничение основного поля . . . 65
§ 3 Торы . . . 66
3.1. F-торы . . . 66
3.2. F-торы в F-группах . . . 68
3.3. Расщепимые торы в F-группах . . . 70
§ 4. Разрешимые группы . . . 71
4.1. Лемма . . . 71
4.2. Сечения . . . 71
4.3. Элементарные унипотентные группы . . . 72
4.4. Свойства расщепимых разрешимых групп . . . 73
4.5. Основные результаты о разрешимых F-группах . . . 74
§ 5. Редуктивные группы . . . 75
5.1. Расщепимые редуктивные группы . . . 75
5.2. Параболические подгруппы . . . 76
5.3. Малая система корней . . . 78
5.4. Группа $G(F)$ . . . 82
5.5. Сферический комплекс Титса редуктивной F-группы . . . 84
§ 6. Классификация редуктивных F-групп . . . 86
6.1. Теорема об изоморфизме . . . 86
6.2. Существование . . . 88
6.3. Теория представлений F-групп . . . 95
Глава 3. Специальные поля . . . 98
§ 1. Алгебра Ли алгебраической группы в характеристике 0 . . . 98
1.1. Алгебраические подалгебры . . . 98
§ 2. Алгебраические группы и группы Ли . . . 100
2.1. Локально компактные поля . . . 100
2.2. Вещественные группы Ли . . . 103
§ 3. Линейные алгебраические группы над конечными полями . . . 106
3.1. Теорема Ленга и ее следствия . . . 106
3.2. Конечные группы типа Ли . . . 109
3.3. Представления конечных групп типа Ли . . . 112
§ 4. Линейные алгебраические группы над полями с нормированием . . . 113
4.1. Апартамент и аффинная диаграмма Дынкина . . . 114
4.2. Аффинный комплекс . . . 117
4.3. Система Титса, разложения . . . 120
4.4. Локальные поля . . . 122
§ 5. Глобальные поля . . . 123
5.1. Группы аделей . . . 123
5.2. Теория приведения . . . 127
5.3. Результаты конечности . . . 129
5.4. Когомологии Галуа . . . 133
Литература . . . 134

УДК 512.745

II. ТЕОРИЯ ИНВАРИАНТОВ

Э.Б. Винберг, В.Л. Попов

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 139
Соглашения и обозначения . . . 140
Введение . . . 142
0.1. Предмет теории инвариантов . . . 142
0.2. Истоки теории инвариантов . . . 144
0.3. Геометрические методы . . . 146
0.4. Инварианты симметрической группы . . . 147
0.5. Ортогональные инварианты вектора . . . 147
0.6. Инварианты линейного оператора . . . 148
0.7. Унимодулярные инварианты квадратичной формы . . . 150
0.8. Ортогональные инварианты квадратичной формы . . . 150
0.9. Инварианты системы векторов . . . 151

0.10. Приложения к проективной геометрии . . . 153
0.11. Неупорядоченные наборы точек проективной прямой и гиперэллиптические кривые . . . 155
0.12. Инварианты бинарных форм . . . 156
0.13. Инварианты бинарных групп многогранников . . . 158
0.14. Инварианты тернарной кубической формы . . . 161
§ 1. Действия алгебраических групп . . . 162
1.1. Регулярные и рациональные действия . . . 162
1.2. Теоремы вложения . . . 164
1.3. Орбиты . . . 165
1.4. Стабилизаторы . . . 168
1.5. Наследование орбит . . . 169
§ 2. Рациональные инварианты . . . 170
2.1. Введение . . . 170
2.2. График действия . . . 171
2.3. Разделение орбит общего положения . . . 171
2.4. Рациональный фактор . . . 173
2.5. Сечения . . . 174
2.6. Специальные группы . . . 176
2.7. Бирациональная классификация действий . . . 177
2.8. Относительные сечения . . . 180
2.9. Проблема рациональности . . . 180
§ 3. Целые инварианты и коварианты . . . 182
3.1. Введение . . . 182
3.2. Связь между целыми и рациональными инвариантами . . . 183
3.3. Базисные инварианты . . . 184
3.4. Теорема Гильберта об инвариантах . . . 186
3.5. Конструктивная теория инвариантов . . . 188
3.6. Четырнадцатая проблема Гильберта . . . 189
3.7. Подгруппы Гроссханса . . . 190
3.8. Сечения Шевалле . . . 193
3.9. Свойства алгебры инвариантов . . . 195
3.10. Сведения о рядах Пуанкаре . . . 196
3.11. Ряд Пуанкаре алгебры инвариантов . . . 199
3.12. Коварианты . . . 202
3.13. Глобальный модуль ковариантов . . . 204
3.14. Алгебра ковариантов . . . 205
§ 4. Факторы . . . 205
4.1. Введение . . . 205
4.2. Геометрический фактор . . . 206
4.3. Категорный фактор . . . 208
4.4. Построение фактора для действия редуктивной группы на аффинном многообразии . . . 209
4.5. Критерий Игусы . . . 211
4.6. Построение фактора для действия редуктивной группы на произвольном многообразии . . . 212
4.7. Однородные пространства . . . 216
4.8. Однородные расслоения . . . 217
§ 5. Нуль-конус . . . 219
5.1. Введение . . . 219
5.2. Асимптотические конусы . . . 220
5.3. Критерий Гильберта – Мамфорда . . . 222
5.4. Метод носителей . . . 223
5.5. Характеристика нильпотентного элемента . . . 225
5.6. Стратификация и разрешение особенностей нуль-конуса . . . 229
§ 6. Тонкая геометрия действия . . . 232
6.1. Слайсы: постановка задачи . . . 232
6.2. Превосходные морфизмы . . . 233
6.3. Этальные слайсы . . . 235
6.4. Стабилизаторы точек из окрестности замкнутой орбиты . . . 237
6.5. Слайс в неособой точке . . . 238
6.6. Этальные слайсы и аналитические слайсы . . . 238
6.7. Структура слоев морфизма факторизации . . . 239
6.8. Теорема о выходе на границу орбиты с помощью однопараметрической подгруппы . . . 242
6.9. Стратификация Луны . . . 243
6.10. Пласты . . . 246
6.11. Замкнутость орбит: критерий Луны . . . 248
6.12. Замкнутость орбит: критерий Кемпфа – Несс . . . 250
6.13. Замкнутая орбита, лежащая в замыкании заданной орбиты . . . 252
6.14. Отображение моментов . . . 255
§ 7. Стабилизаторы общего положения . . . 257
7.1. Введение . . . 257
7.2. Теоремы существования с.-о. п. . . . 258
7.3. С. о. п. для линейных действий . . . 262

7.4. Замкнутые орбиты общего положения . . . 265
7.5. С. о. п., сечения Шевалле и стабильность . . . 266
§ 8. Редуктивные линейные группы со свободной алгеброй инвариантов . . . 269
8.1. Хорошие свойства и теории инвариантов . . . 269
8.2. Наследуемость хороших свойств . . . 271
8.3. Сравнение алгебр инвариантов конечных и связных редуктивных линейных групп . . . 273
8.4. Случай двумерного фактора . . . 275
8.5. Присоединенные группы градуированных алгебр Ли (θ-группы) . . . 275
8.6. Полярные группы . . . 278
8.7. Перечисление полупростых линейных групп с хорошими свойствами . . . 279
8.8. Сечения Вейерштрасса . . . 281
§ 9. Классическая теория инвариантов . . . 283
9.1. Поляризация . . . 283
9.2. Редукция первой основной теоремы . . . 284
9.3. Инварианты систем векторов и линейных форм . . . 287
9.4. Соотношения между инвариантами систем векторов и линейных форм . . . 288
9.5. Инварианты тензоров . . . 293
Сводная таблица . . . 297
Литература . . . 290

Год издания 1989

Том 57
АЛГЕБРА — 6
Консультирующие редакторы-составители:
член-корреспондент АН СССР А.И. Кострикин
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 512.664.2 + 512.552.4 + 512.554.32

I. КОМБИНАТОРНЫЕ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В АЛГЕБРЕ

В.А. Уфнаровский

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
§ 1. Основные объекты и конструкций . . . 9
1.1. Введение . . . 9
1.2. Способы задания бесконечномерных алгебр . . . 12
1.3. Комбинаторный подход . . . 13
1.4. Связи между разными способами задания образующими и соотношениями . . . 16
1.5. Модули . . . 18
1.6. Тензорное произведение . . . 20
1.7. Коалгебры. Алгебры Хопфа и Руса . . . 21
1.8. Элементы гомологической алгебры . . . 24
§ 2. Нормальные слова и базис Грёбнера идеала свободной алгебры . . . 29
2.1. Введение . . . 29
2.2. Основные обозначения. Степень и порядок . . . 30
2.3. Нормальные слова. Разложение свободной алгебры на идеал и его нормальное дополнение . . . 30
2.4. Базис Грёбнера. Полная система соотношений . . . 31
2.5. Редукция. Композиция. Лемма о композиции . . . 32
2.6. Примеры . . . 33
2.7. Базис Грёбнера в коммутативном случае . . . 35
2.8. Правильные слова. Базис свободной алгебры Ли . . . 37
2.9. Лемма о композиции для алгебр Ли . . . 40
2.10. Лемма о треугольнике . . . 41
2.11. Применения и примеры полных систем соотношений . . . 42
2.12. Комментарии . . . 44
§ 3. Градуированные алгебры. Теорема Голода – Шафаревича. Резольвента Анака . . . 45
3.1. Введение . . . 45
3.2. Градуированные алгебры . . . 46
3.3. Метод производящих функций . . . 47
3.4. Свободное произведение. Точные последовательности . . . 50

3.5. Теорема Голода – Шафаревича . . . 51
3.6. Обструкции, n-цепи. Граф цепей . . . 53
3.7. Вычисление ряда Гильберта . . . 55
3.8. Резольвента Анака . . . 57
3.9. Вычисление ряда Пуанкаре . . . 63
3.10. Ассоциированные решетки подпространств и алгебры с одним соотношением. Алгебры с квадратичными соотношениями . . . 66
3.11. Комментарии . . . 70
§ 4. Алгебры общего положения. Диофантовы уравнения . . . 71
4.1. Введение . . . 71
4.2. Свойства упорядоченности рядов . . . 72
4.3. Алгебры глобальной размерности два . . . 74
4.4. Условия конечномерности . . . 76
4.5. Свойства множества, рядов Гильберта . . . 77
4.6. Действие свободной алгебры. Диофантовы уравнения . . . 80
4.7. Комментарии . . . 85
§ 5. Рост алгебр и графов . . . 86
5.1. Введение . . . 86
5,2. Рост. Размерность Гельфанда – Кириллова. Суперразмерность . . . 86
5.3. Экспоненциальный рост . . . 90
5.4. Рост ряда . . . 91
5.5. Рост универсальной обертывающей алгебры . . . 92
5.6. Рост графов . . . 93
5.7. Графы для нормальных слов . . . 96
5.8, Преобразования графов. Формулы для нормальных слов. Вычисление ряда Гильберта . . . 98
5.9. Алгоритм вычисления роста алгебры . . . 99
5.10. Регулярные языки. Автоматные алгебры . . . 100
5.11. Комментарии . . . 103
§ 6. Комбинаторные леммы и их применения к вопросам нильпотентности. Рост групп . . . 103
6.1. Введение . . . 103
6.2. Избегаемые слова . . . 104
6.3. Сравнение и эквивалентность слов. Периодические и правильные слова . . . 105
6.4. Теорема о высоте . . . 109
6.5. Нильпотентность. Сэндвичи . . . 111
6.6. Нильпотентность и рост в группах . . . 115
6.7. Комментарии . . . 119
§ 7. Алгебры полиномиального роста. Мономиальные алгебры . . . 120
7.1. Введение . . . 120
7.2. Pl-алгебры. Основные определения и факты . . . 121
7.3. Вычисления ряда Гильберта и коразмерностей в многообразиях алгебр . . . 124
7.4. Pl-алгебры. Представимость. T-первичные и нематричные многообразия. Проблема равенства . . . 127
7.5. Многообразия полугрупп . . . 130
7.6. Автоматные мономиальные алгебры . . . 132
7.7. Конечная глобальная размерность. Радикальные и Pl-свойства мономиальных алгебр . . . 134
7.8. Примеры роста алгебр. Свойства размерности Гельфанда – Кириллова . . . 136
7.9. Конечный базис Грёбнера и строго упорядоченные алгебры . . . 138
7.10. Алгебры Ли полиномиального роста . . . 140
7.11. Комментарии . . . 142
§ 8. Проблемы рациональности . . . 142
8.1. Введение . . . 142
8.2. Рациональная зависимость. Формулировка основной теоремы . . . 142
8.3. Примеры нерациональных рядов . . . 145
8.4. Согласованные множества. Квадратичные алгебры. Связь с алгебрами Хопфа . . . 146
8.5. Дифференциальные алгебры . . . 150
8.6. Комментарии . . . 154
§ 9. Локальные алгебры. CW-комплексы . . . 155
9.1. Введение . . . 155
9.2. Регулярность. Полное пересечение. Рациональность . . . 155
9.3. Комплекс Козюля . . . 157
9.4. Нильпотентные алгебры и кольца с условием $M^3 = 0$ . . . 159
9.5. Алгебры Хопфа, дифференциальные алгебры и CW-комплексы . . . 161
§ 10. Другие комбинаторные вопросы . . . 162
10.1. Введение . . . 162
10.2. Гиперболические группы . . . 162
10.3. Квантовые группы и квадратичные алгебры . . . 164
10.4. Комментарии . . . 167
Литература . . . 168

УДК 512.554

II. НЕАССОЦИАТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ
Е.Н. Кузьмин, И.П. Шестаков

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение в неассоциативные алгебры . . . 180
1.1. Основные классы неассоциативных алгебр . . . 180
1.2. Общие свойства неассоциативных алгебр . . . 184
§ 2. Альтернативные алгебры . . . 195
2.1. Композиционные алгебры . . . 195
2.2. Проективные плоскости и альтернативные тела . . . 201
2.3. Тождества Муфанг и теорема Артина . . . 205
2.4. Конечномерные альтернативные алгебры . . . 207
2.5. Строение бесконечномерных альтернативных алгебр . . . 212
§ 3. Йордановы алгебры . . . 216
3.1. Примеры йордановых алгебр . . . 216
3.2. Конечномерные йордановы алгебры . . . 217
3.3. Дифференцирования йордановых алгебр и связь с алгебрами Ли . . . 219
3.4. Изотопии йордановых алгебр, йордановы структуры . . . 223
3.5. Йордановы алгебры в проективной геометрии . . . 226
3.6. Йордановы алгебры в анализе . . . 227
3.7. Строение бесконечномерных йордановых алгебр . . . 230
§ 4. Обобщения йордановых и альтернативных алгебр и другие классы алгебр . . . 234
4.1. Некоммутативные йордановы алгебры . . . 234
4.2. Правоальтернативные алгебры . . . 237
4.3. Алгебры типа (γ, δ) . . . 238
4.4. Ли-допустимые алгебры . . . 239
§ 5. Алгебры Мальцева и бинарно лиевы алгебры . . . 240
5.1. Структура и представления конечномерных алгебр Мальцева . . . 240
5.2. Конечномерные бинарно лиевы алгебры (BL-алгебры) . . . 243
5.3. Бесконечномерные алгебры Мальцева . . . 244
§ 6. Квазигруппы и лупы . . . 246
6.1. Основные понятия . . . 246
6.2. Аналитические лупы и их касательные алгебры . . . 247
6.3. Некоторые классы луп и квазигрупп . . . 254
6.4. Комбинаторные вопросы теории квазигрупп . . . 257
6.5. Квазигруппы и сети . . . 260
Литература . . . 262

Год издания 1990

Том 58
АЛГЕБРА — 7
Консультирующие редакторы-составители:
член-корреспондент АН СССР А.И. Кострикин
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 512.543 + 512.54.05 + 515.162

КОМБИНАТОРНАЯ ТЕОРИЯ ГРУПП И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ГРУППЫ
Д. Коллинз, Х. Цишанг[1]

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 6
Глава I. Представления групп и 2-комплексы . . . 8
§ 1.1. Представления групп . . . 8
§ 1.2. Комплексы и фундаментальные группы . . . 16
§ 1.3. Подгруппы и накрытия . . . 20

[1]Пер. с англ. П.Ф. Курчанова под редакцией Р.И. Григорчука.

Глава 2. Свободные группы и свободные произведения . . . 38
§ 2.1. Свободные группы . . . 38
§ 2.2. Свободные произведения с объединенной подгруппой и графы групп . . . 41
§ 2.3. Автоморфизмы свободных групп . . . 55
§ 2.4. Группы с одним определяющим соотношением . . . 64
Глава 3. Поверхности и планарные разрывные группы . . . 71
3.1. Поверхности . . . 72
3.2. Разрывные планарные группы . . . 77
3.3. Подгруппы планарных групп . . . 88
3.4. Автоморфизмы фуксовых групп . . . 92
3.5. Связь с другими теориями поверхностей . . . 102
Глава 4. Диаграммы сокращений и уравнения в группах . . . 106
4.1. Диаграммы сокращений . . . 106
4.2. Локально индексабельные группы и уравнения над группами . . . 117
Глава 5. 3-многообразия и узлы . . . 123
§ 5.1. Фундаментальные группы 3-многообразий . . . 123
§ 5.2. Многообразия Хакена . . . 127
5.3. Об узлах и их группах . . . 134
Глава 6. Когомологические методы и концы . . . 148
§ 6.1. Расширения групп и когомологии . . . 148
§ 6.2. Концы групп . . . 157
Глава 7. Проблемы разрешения . . . 166
§ 7.1. Проблемы разрешения и алгоритмы . . . 167
§ 7.2. Неразрешимые проблемы разрешения . . . 169
§ 7.3. Автоматы и группы . . . 175
Литература . . . 182

УДК 512.543 + 515.162

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ГРУПП, СВЯЗАННЫЕ С ГЕОМЕТРИЕЙ

Р.И. Григорчук, Л.Ф. Курганов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 192
Глава 1. Уравнения в группах и некоторые родственные вопросы . . . 194
§ 1. Основные понятия и теорема Г.С. Маканина . . . 194
§ 2. Решения систем и гомоморфизмы . . . 196
§ 3. Фундаментальные последовательности и теорема А.А. Разборова . . . 198
§ 4. О структуре множества решений квадратичного уравнения в свободной группе . . . 201
§ 5. Бескоэффициентные квадратичные уравнения . . . 203
§ 6. Классификация эпиморфизмов групп поверхностей на свободные группы . . . 204
§ 7. О минимальном числе неподвижных точек в гомотопическом классе отображения и о ширине элементов в свободных группах . . . 206
§ 8. О квадратичных уравнениях в гиперболических группах . . . 208
Глава 2. Сплетающие гомоморфизмы и некоторые проблемы топологии . . . 211
§ 1. Сплетения Хегора 3-многообразий и их эквивалентность . . . 211
§ 2. Гипотеза Пуанкаре и три алгоритмические проблемы, связанные с 3-многообразиями . . . 215
§ 3. Информация о группе $\mathrm{Aut}, pi_1(T)$, некоторых ее подгруппах и факторгруппах . . . 218
§ 4. О проблеме эквивалентности сплетающих гомоморфизмов . . . 222
§ 5. Об алгебраических редукциях гипотезы Пуанкаре и алгоритмической проблемы Пуанкаре . . . 225
§ 6. Некоторые аналогии с группой симплектических матриц и группа Торелли . . . 227
§ 7. Алгебраическая редукция проблемы эквивалентности зацеплений . . . 228
§ 8. О гипотезе Эндрюса – Куртиса . . . 230
Глава 3. О степенях роста групп и аменабельных группах . . . 233
§ 1. О росте графов и римановых многообразий . . . 233
§ 2. О понятии роста конечно порожденной группы . . . 235
§ 3. О доказательстве теоремы М. Громова и о некоторых родственных результатах . . . 239
§ 4. Пример группы промежуточного роста и схема построения таких групп . . . 241
§ 5. О структуре множества степеней роста групп, аппроксимируемых конечными p-группами . . . 244
§ 6. Об одном применении теория степеней роста групп в геометрии . . . 247
§ 7. Регулярно исчерпываемые поверхности и аменабельные группы . . . 249
Литература . . . 253

Год издания 1990

Том 59
НЕКОММУТАТИВНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ — 2
Консультирующий редактор-составитель
доктор физико-математических наук А.А. Кириллов

УДК 517,986.6

I. ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НА ОДНОРОДНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

В.Ф. Молчанов

СОДЕРЖАНИЕ

§ 0. Введение . . . 6
Глава 1. Гармонический анализ на однородных пространствах групп Ли . . . 15
§ 1. Многообразия . . . 15
§ 2. Группы Ли и алгебры Ли . . . 16
§ 3. Однородные пространства групп Ли . . . 21
§ 4. Симметрические пространства . . . 22
§ 5. Полупростые симметрические пространства . . . 27
§ 6. Римановы симметрические пространства . . . 32
§ 7. Инвариантные дифференциальные операторы . . . 34
§ 8. Унитарные представления класса I . . . 39
§ 9. Относительная дискретная серия . . . 46
§ 10. Пары Гельфанда . . . 49
§ 11. Гармонический анализ на симметрических пространствах некомпактного типа . . . 53
§ 12. Гармонический анализ на симметрических пространствах компактного типа . . . 60
§ 13. Принцип двойственности . . . 64
§ 14. О гармоническом анализе на полупростых симметрических пространствах . . . 59
Глава 2. Гармонический анализ на полупростых симметрических пространствах ранга 1 . . . 72
§ 15. Полупростые симметрические алгебры Ли ранга 1 . . . 72
§ 16. Касательное представление . . . 77
§ 17. Орбиты группы H на $\mathcal{H}$ . . . 84
§ 18. Усреднение . . . 87
§ 19. Многообразия $\mathcal{Y}$ и S . . . 93
§ 20, Оператор Лапласа – Бельтрами . . . 95
§ 21. Группа V . . . 96
§ 22. Орбиты группы H на многообразии S . . . 98
§ 23. Представления основной неунитарной серии . . . 100
§ 24. Сплетающие операторы . . . 102
§ 25. Сплетающий оператор на простейших K-типах . . . 107
§ 26. Инварианты группы H . . . 108
§ 27. Преобразования Фурье и Пуассона, сферические функции . . . 111
§ 28. Собственные функции радиальной части оператора Лапласа – Бельтрами . . . 114
§ 29. Явные выражения сферических функций . . . 118
§ 30. Формула Планшереля . . . 120
§ 31. Случай $r^* = 1$ . . . 130
Литература . . . 137

УДК 517.986+517.58

II. ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРУПП ЛИ И СПЕЦИАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

Н.Я. Виленкин, А.У. Климык

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 148
Глава 1. Представления групп Ли, связанные со специальными функциями . . . 162
§ 1. Разложения групп . . . 162
1.1. Разложение Ивасавы и Картана . . . 162
1.2. Разложения группы $SL(2,\mathbb{R})$ . . . 164
1.3. Разложения групп $SO_0(n,1)$ и $SO(n+1)$ . . . 165

1.4. Разложения групп $U(n,1)$ и $U(n+1)$ . . . 166
1.5. Неоднородные группы Ли . . . 166
1.6. Группы S и S_j . . . 167
§ 2. Построение представлений . . . 168
2.1. Сферическая неунитарная серия представлений . . . 168
2.2. Представления группы $ISO(1,1)$ . . . 169
2.3. Представления группы S и S_j . . . 170
2.4. Конечномерные представления . . . 170
2.5. Представления группы $SU(2)$ . . . 171
2.6. Представления группы $SO(n+1)$ . . . 171
2.7. Представления неоднородных групп . . . 172
2.8. Представления группы преобразований прямой линии . . . 172
2.9. Представления группы $ISO(1,1)$ . . . 173
2.10. Представления групп S и S_j . . . 174
Глава 2. Матричные элементы представлений и специальные функции . . . 176
§ 1. Матричные элементы представлений групп . . . 176
1.1. Свойства матричных элементов . . . 176
1.2. Теорема Петера – Вейля . . . 177
1.3. Сужение представления на подгруппу . . . 178
1.4. Разложение векторных и матричных функций на группе . . . 178
1.5. Специальные функции, связанные с представлениями групп . . . 180
1.6. Зональные и присоединенные сферические функции . . . 181
1.7. Характеры представлений компактной группы . . . 182
§ 2. Выражение матричных элементов через классические специальные функции . . . 183
2.1. Случай группы $SU(1,1)$ . . . 183
2.2. Случай группы $SU(2)$ . . . 185
2.3. Случай группы $ISO(2)$ . . . 186
2.4. Случай групп $SO_0(n,1)$ и $SO(n+1)$ . . . 186
2.5. Случай группы $ISO(n)$ . . . 188
2.6. Случай групп S и S_4 . . . 188
2.7. Случай группы S_3 . . . 189
2.8. Случай групп $U(n)$ и $U(n-1,1)$ . . . 189
Глава 3. Функциональные соотношения для специальных функций, связанных с матричными элементами . . . 191
§ 1. Теоремы сложения . . . 191
1.1. Общая форма . . . 191
1.2. Теоремы сложения для функций, связанных с группами $SU(1,1)$ и $SU(2)$ . . . 192
1.3. Теоремы сложения для функций, связанных с группами $SO_0(n,1)$ и $SO(n+1)$ . . . 193
1.4. Теоремы сложения для функций Бесселя . . . 194
1.5. Теоремы сложения для многочленов и функций Бесселя . . . 194
1.6. Теоремы сложения для многочленов Лагерра . . . 186
1.7. Теоремы сложения для многочленов Эрмита . . . 197
1.8. Рекуррентные соотношения . . . 197
1.9. Рекуррентные соотношения и дифференциальные уравнения для специальных функций . . . 198
1.10. Соотношения ортогональности . . . 199
§ 2. Формулы умножения . . . 199
2.1. Общая формулировка . . . 199
2.2. Формулы умножения для функций, связанных с группами $SU(1,1)$ и $SU(2)$ . . . 200
2.3. Формулы умножения для функций, связанных с группами $SO_0(n,1)$ и $SO(n+1)$ . . . 201
2.4. Формулы умножения для функций Бесселя . . . 201
2.5. Формулы умножения для многочленов и функций Якоби . . . 202
2.6. Формулы умножения для многочленов Лагерра . . . 202
§ 3. Производящие функции . . . 202
3.1. Общая форма . . . 202
3.2. Производящие функции для $B^{\tau}_{m,n}(x)$ . . . 203
3.3. Производящие функции для $P^{t}_{m,n}(cos\theta)$ . . . 205
3.4. Производящие функции для других специальных функций . . . 206
§4. Операторы Лапласа и дифференциальные уравнения для специальных функций . . . 207
4.1. Операторы Лапласа . . . 207
4.2. Оператор Лапласа на $SU(2)$ . . . 208
4.3. Оператор Лапласа на $SU(1,1)$ . . . 208
4.4. Оператор Лапласа для $ISO(2)$ . . . 209
4.5. Дифференциальные уравнения для специальных функций . . . 209
Глава 4. Представления групп Ли в “непрерывных” базисах и специальные функций . . . 210
§ 1. Представления групп Ли в “непрерывных” базисах . . . 210
1.1. Вводные замечания . . . 210
1.2. Представления группы линейных преобразований прямой линяй и Г-функция . . . 211
1.3. Представления группы $ISO(1,1)$ и цилиндрические функции . . . 212
1.4. Представления группы S_1 и функции Уиттекера . . . 213
1.5. Представления группы S_2 и функция параболического цилиндра . . . 214
1.6. Ядра операторов представлений T_x группы $SL(2,\mathbb{R})$ . . . 215
1.7. Ядра представлений дискретной серии группы $SL(2,\mathbb{R})$ . . . 218

1.8. Группа $SL(2,\mathbb{R})$ и многочлены Поллачека – Мейкенера . . . 219
§ 2. Ядра операторов представлений, интегральные представления и преобразования Меллина . . . 220
2.1. Соотношения между ядрами . . . 220
2.2. Интегральные представления типа Меллина – Бернса . . . 220
2.3. Преобразование Меллина цилиндрических функций . . . 222
2.4. Преобразование Меллина функций Уиттекера . . . 223
2.5. Преобразование Меллина функций параболического цилиндра . . . 224
2.6. Преобразование Меллина гипергеометрической функции . . . 225
§ 3. Теорема сложения и умножения . . . 225
3.1. Теорема сложения для Г-функции . . . 225
3.2. Теорема сложения и умножения для цилиндрических функций . . . 226
3.3. Теоремы сложения для функций Уиттекера . . . 227
3.4. Теоремы сложения и умножения для функций параболического цилиндра . . . 228
3.5. Теоремы сложения для гипергеометрической функции . . . 228
3.6. Теоремы сложения смешанного типа . . . 229
§ 4. Коэффициенты Клебша – Гордана группы $SL(2,\mathbb{R})$ и специальные функции . . . 231
4.1. Коэффициенты Клебша – Гордана . . . 231
4.2. Многочлены Хана мнимого аргумента . . . 232
4.3. ККГ и специальные функции . . . 233
Глава 5. Представления групп и интегральные преобразования . . . 235
§ 1. Интегральные преобразования, связанные с ядрами операторов представлений . . . 235
1.1. Вводные замечания . . . 235
1.2. Интегральные преобразования, связанные с группой $ISO(1,1)$ . . . 235
1.3. Интегральные преобразования, связанные с группой $SL(2,\mathbb{R})$ . . . 236
§ 2. Преобразование Фурье на $SL(2,\mathbb{R})$ и интегральные преобразования . . . 238
2.1. Преобразование Фурье функций на $SL(2,\mathbb{R})$ . . . 238
2.2. Разложение функций из прямой . . . 239
2.3. Разложение Меллера – Фока . . . 240
2.4. Интегральное преобразование Якоби . . . 240
2.5. Другие интегральные преобразования . . . 241
Глава 6. Представления групп и многочлены дискретной переменной . . . 243
§ 1. Матричные элементы представлений и многочлены дискретной переменной . . . 243
1.1. Общий случай . . . 243
1.2. Представления группы $SU(2)$ и многочлены Кравчука . . . 244
1.3. Представления дискретной серии группы $SU(1,1)$ и многочлены Мейкснера . . . 246
1.4. Представления группы S_4 и многочлены Шарлье . . . 247
1.5. Представления группы $SU(1,1)$ и функции Кравчука – Мейкснера . . . 248
§ 2. Коэффициенты Клебша – Гордана группы $SU(2)$. Многочлены Хана и Рака . . . 249
2.1. Коэффициенты Клебша – Гордана . . . 249
2.2. Многочлены Хана . . . 251
2.3. Дуальные многочлены Хана . . . 253
2.4. Формула умножения и теорема сложения для многочленов Кравчука . . . 253
2.5. Коэффициенты Рака и многочлены Рака . . . 255
§ 3. Коэффициенты Клебша – Гордана группы S_4 и многочлены Шарлье . . . 255
3.1. Коэффициенты Клебша – Гордана . . . 255
3.2. Формула умножения и теорема сложения для многочленов Шарлье . . . 256
Литература . . . 257

Год издания 1990

Том 62
ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ — 2
Консультирующие редакторы-составители:
доктор физико-математических наук А.Н. Паршин,
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 511.2

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

К. Кох[2]

[2]Перевод с англ. В.Г. Черского

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 9
Глава 1. Основы теории чисел . . . 11
§ 1. Порядки в алгебраических числовых полях . . . 11
1.1. Модули и порядки . . . 13
1.2. Классы модулей . . . 15
1.3. Группа единиц порядка . . . 18
1.4. Группа единиц действительного квадратичного числового поля . . . 21
1.5. Целые представления рациональных чисел полными формами . . . 22
1.6. Бинарные квадратичные формы и полные модули в квадратичных числовых полях . . . 23
1.7. Представители классов модулей в квадратичных числовых полях . . . 25
§ 2. Кольца с теорией дивизоров . . . 26
2.1. Единственность разложения на простые элементы . . . 26
2.2. Понятие области с теорией дивизоров . . . 28
2.3. Теория дивизоров для максимального порядка алгебраического числового поля . . . 30
§ 3. Дедекиндовы кольца . . . 33
3.1. Определение дедекиндовых колец . . . 33
3.2. Сравнения . . . 35
3.3. Полулокализация . . . 36
3.4. Расширения дедекиндовых колец . . . 36
3.5. Дифферента и дискриминант . . . 39
3.6. Несущественные делители дискриминанта . . . 43
3.7. Нормальные расширения . . . 44
3.8. Идеалы в алгебраических числовых полях . . . 47
3.9. Круговые поля . . . 49
3.10. Приложения к последней теореме Ферма. 1 . . . 52
§ 4. Нормирования . . . 54
4.1. Определение и первые свойства нормирований . . . 55
4.2. Пополнение поля относительно нормирования . . . 59
4.3. Полные поля с дискретным нормированием . . . 60
4.4. Мультипликативная структура p-адического числового поля . . . 62
4.5. Продолжение нормирования . . . 64
4.6. Конечные расширения p-адических числовых полей . . . 67
4.7. Расширения Куммера . . . 69
4.8. Аналитические функции в полных неархимедовски нормированных полях . . . 71
4.9. Элементарные функции в p-адическом анализе . . . 72
4.10. Расширения Любина – Тейта . . . 74
§ 5. Гармонический анализ на локальных и глобальных волях . . . 76
5.1. Гармонический анализ на локальных полях, аддитивная группа . . . 76
5.2. Гармонический анализ на локальных полях, мультипликативная группа . . . 78
5.3. Адели . . . 78
5.4. Идели . . . 81
5.5. Подгруппы $J(K)/K^x$ конечного индекса и группы лучевых классов . . . 82
§ 6. L-ряды Гекке и распределение простых идеалов . . . 84
6.1. Локальная дзета-функция . . . 89
6.2. Глобальное функциональное уравнение . . . 91
6.3. Характеры Гекке . . . 92
6.4. Функциональное уравнение для L-ряда Гекке . . . 94
6.5. Гауссовы суммы . . . 96
6.6. Асимптотическое распределение идеалов и простых идеалов . . . 98
6.7. Теорема Чеботарева о плотности . . . 100
6.8. Плотности Кронекера и теорема Бауэра . . . 101
6.9. Теорема о простых идеалах с остаточным членом . . . 103
6.10. Явные формулы . . . 103
6.11. Оценки дискриминанта . . . 105
Глава 2. Теория полей классов . . . 106
§ 1. Основные теоремы теории полей классов . . . 109
1.1. Теория полей классов для абелевых расширений поля . . . 109
1.2. Поле классов Гильберта . . . 110
1.3. Локальная теория полей классов . . . 111
1.4. Группа классов аделей нормального расширения . . . 113
1.5. Глобальная теория полей классов . . . 114
1.6. Функториальное поведение норменного символа . . . 115
1.7. Общий закон взаимности Артина . . . 117
1.8. Символ степенного вычета . . . 118
1.9. Норменный символ Гильберта . . . 119
1.10. Закон взаимности для символа степенного вычета . . . 120
1.11. Теорема о главных идеалах . . . 122
1.12. Локально глобальные соотношения . . . 122
1.13. Дзета-функция абелева расширения . . . 124
§ 2. Комплексное умножение . . . 126

2.1. Основной многочлен . . . 126
2.2. Первая основная теорема . . . 127
2.3. Закон взаимности . . . 127
2.4. Построение поля лучевых классов . . . 128
2.5. Алгебраическая теория комплексного умножения . . . 130
2.6. Обобщение . . . 130
§ 3 Когомологии групп . . . 131
3.1. Определение групп когомологий . . . 131
3.2. Функториальность и длинная точная последовательность . . . 132
3.3 Сдвиг размерности . . . 133
3.4. Лемма Шапиро . . . 134
3.5. Коограничение . . . 134
3.6. Трансгрессия и последовательность Хохшильда – Серра . . . 135
3.7. Умножение классов когомологий . . . 136
3.8. Модифицированные когомологии конечных групп . . . 138
3.9. Когомологии циклических групп . . . 140
3.10. Теорема Тейта . . . 140
§ 4. Доказательства основных теорем теории полей классов . . . 141
4.1. Приложение теоремы Тейта к теории полей классов . . . 141
4.2. Формации классов . . . 142
4.3. Когомологии локальных полей . . . 145
4.4. Когомологии иделей и классов иделей . . . 145
4.5. Аналитическое доказательство второго неравенства . . . 150
4.6. Канонический класс для нормальных расширений . . . 151
§ 5. Простые алгебры . . . 153
5.1. Простые алгебры над произвольными полями . . . 153
5.2. Приведенные след и норма . . . 154
5.3. Поля расцепления . . . 154
5.4. Группа Брауэра . . . 155
5.5. Простые алгебры над локальными полями . . . 156
5.6. Структура группы Брауэра алгебраического числового поля . . . 157
5.7. Простые алгебры над алгебраическими числовыми полями . . . 159
§ 6. Явные законы взаимности и символы . . . 160
6.1. Явный закон взаимности Шафаревича . . . 160
6.2. Явный закон взаимности Брюкнера и Востокова . . . 162
6.3. Приложение к последней теореме Ферма. II. . . . 165
6.4. Символы . . . 166
6.5. Символы p-адическпх числовых полей . . . 167
6.6. Ручные и дикие символы . . . 168
6.7. Замечания о K-теории Милнора . . . 169
§ 7. Дальнейшие результаты теории полей классов . . . 169
7.1. Теорема Шафаревича – Вейля . . . 169
7.2. Универсальные нормы . . . 170
7.3. О структуре группы классов идеалов . . . 170
7.4. Spigelungesatz Леопольдта . . . 172
7.5. Когомологии мультипликативной группы . . . 174
Глава 3. Группы Галуа . . . 175
§ 1. Когомологии проконечных групп . . . 176
1.1. Обратные пределы групп и колец . . . 176
1.2. Проконечные группы . . . 178
1.3. Сверхнатуральные числа . . . 180
1.4. Про- p-группы и силовские p-группы . . . 180
1.5. Свободные проконечные, свободные проразрешимые и свободнее про- p-группы . . . 181
1.6. Дискретные модули . . . 181
1.7. Индуктивные пределы в C . . . 182
1.8. Теория Галуа бесконечных алгебраических расширений . . . 183
1.9. Когомологии проконечных групп . . . 186
1.10. Когомологическая размерность . . . 186
1.11. Дуализирующий модуль . . . 187
1.12. Когомологии про- p-групп . . . 188
1.13. Представление про- p-групп с помощью образующих и соотношений . . . 189
1.14. Группы Пуанкаре . . . 191
1.15. Структура соотношений и произведение классов когомологий . . . 193
1.16. Групповое кольца и теорема Голода – Шафаревича . . . 194
§ 2. Когомологии Галуа локальных и глобальных полей . . . 196
2.1. Примеры когомологий Галуа для произвольных полей . . . 196
2.2. Алгебраическое замыкание локального поля . . . 197
2.3. Максимальное p-расщепление локального поля . . . 199
2.4. Группа Галуа локального поля . . . 201
2.5. Максимальное алгебраическое расширение с заданным ветвлением . . . 203
2.6. Максимальное p-расширение с заданным ветвлением . . . 206

2.7. Задача о башне полей классов . . . 209
2.8. Оценки сверху для дискриминанта . . . 211
§ 3. Расширения с заданными группами Галуа . . . 212
3.1. Задачи погружения . . . 213
3.2 Задачи погружения для локальных и глобальных полей . . . 215
3.3. Расширения с предписанной группой Галуа порядка, равного степени l . . . 216
3.4. Расширения с предписанной разрешимой группой Галуа . . . 218
3.5 Расширения с предписанным локальным поведением . . . 219
3.6. Реализация расширений с предписанной группой Галуа с помощью теоремы Гильберта о неприводимости 220
Глава 4. Абелевы поля . . . 223
§ 1. Целые числа абелева поля . . . 225
1.1. Координаты . . . 225
1.2. Структура модуля Галуа кольца целых чисел абелева поля . . . 225
§ 2. Арифметическая формула числа классов . . . 227
2.1. Арифметическая формула числа классов для комплексных абелевых полей . . . 227
2.2. Арифметическая формула числа классов для вещественных квадратичных полей . . . 229
2.3. Арифметическая формула числа классов для вещественных абелевых полей . . . 230
2.4. Идеал Штмкельбергера . . . 232
2.5. О p-компоненте группы классов поля . . . 236
2.6. Приложение к последней теореме Ферма. III. . . . 239
§ 3. Теория Ивасавы Г-расширений . . . 240
3.1. Теория полей классов Г-расширений . . . 240
3.2. Структура A-модулей . . . 242
3.3. Группа p-классов Г-расширения . . . 243
3.4. Теорема Ивасавы . . . 244
§ 4. p-адические L-функции . . . 246
4.1. Дзета-функция Гурвица . . . 247
4.2. p-адические L-функции . . . 248
4.3. Сравнения для чисел Бернулли . . . 250
4.4. Обобщение на вполне вещественные числовые поля . . . 251
4.5. p-адическая формула числа классов . . . 252
4.6. Построение Ивасавы p-адичеоии L-функций . . . 253
4.7. Основная гипотеза . . . 255
Глава 5. L-функции Артина и структура модуля Галуа . . . 256
§ 1. L-функции Артина . . . 259
1.1. Представления конечных групп . . . 260
1.2. L-функции Артина . . . 261
1.3. Круговые поля с числом классов 1 . . . 264
1.4. Мнимые квадратичные поля с малым числом классов . . . 265
1.5. Представление Артина и кондуктор Артина . . . 267
1.6. Функциональное уравнение для L-функций Артина . . . 269
1.7. Гипотезы Старка о L-функциях Артина при $s = 0$ . . . 270
§ 2. Структура модуля Галуа и корневые числа Артина . . . 273
2.1. Группа классов . . . 274
2.2. Структура модуля Галуа ручных расширений . . . 276
2.3. Дальнейшие результаты о структуре модуля Галуа . . . 276
Приложение 1. Поля, области и комплексы . . . 277
1.1. Конечные расширения полей . . . 277
1.2. Теория Галуа . . . 278
1.3. Области . . . 279
1.4. Комплексы . . . 279
Приложение 2. Квадратичные вычеты . . . 280
Приложение 3. Локально компактные группы . . . 282
3.1. Локально компактные абелевы группы . . . 282
3.2. Ограниченные произведения . . . 283
Приложение 4. Числа Бернулли . . . 284
Таблицы . . . 285
Литература . . . 291

Год издания 1990

Том 63
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ — 6
Консультирующие редакторы-составители:
доктор физико-математических наук М.А. Шубин,
доктор физико-математических наук Ю.В. Егоров

УДК 517.956.222 + 517.951

I. ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ОПЕРАТОРЫ НА ЗАМКНУТЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

М.С. Агранович

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 6
0.1. Рамки статьи . . . 6
0.2. Некоторые обозначения и соглашения . . . 7
§ 1. ПДО и эллиптические ПДО в $\mathbb{R}^n$ . . . 8
1.1. Определения и примеры. Теоремы об ограниченности . . . 8
1.2. Исчисление ПДО . . . 10
1.3. Ядро ПДО и свойство псевдолокальности . . . 13
1.4. Замена переменных в ПДО . . . 14
1.5. Полиоднородные ПДО. Главный и субглавный символы . . . 15
1.6. Полиоднородные ПДО отрицательного порядка как интегральные операторы . . . 17
1.7. Полиоднородные ПДО нулевого порядка и сингулярные интегральные операторы . . . 18
1.8. Эллиптические ПДО в $\mathbb{R}^n$ . . . 19
§ 2. ПДО и эллиптические ПДО на замкнутом многообразии . . . 21
2.1. ПДО на многообразии M . . . 22
2.2. Эллиптические ПДО на M . . . 25
2.3. Фредгольмовость эллиптических операторов на M в соболевских пространствах . . . 27
2.4. ПДО на окружности и торе . . . 32
2.5. Спектр линейного оператора и система его корневых векторов . . . 37
2.6. Спектр и корневые функции эллиптического оператора на M. Примеры . . . 41
§ 3. Некоторые варианты и обобщения . . . 45
3.1. Другие классы скалярных ПДО в $\mathbb{R}^n$ и на M . . . 45
3.2. Матричные ПДО и ПДО в сечениях расслоений. Эллиптические комплексы . . . 50
§ 4. ПДО с параметром . . . 57
4.1. ПДО, полиномиально зависящие от параметра. Эллиптичность с параметром . . . 57
4.2. Параметрикс для $A - \lambda I$ . . . 59
4.3. Обобщения . . . 62
4.4. Исчисление ПДО с параметром . . . 64
§ 5. Функции от эллиптических операторов . . . 68
5.1. Функции от ПДО нулевого порядка . . . 68
5.2. Позитивные операторы в гильбертовом пространстве и некоторые функции от них . . . 70
5.3. Степени эллиптического оператора . . . 74
5.4. Оценки s-чнсел, интегральное представление и следы операторов отрицательного порядка . . . 76
5.5. Мероморфное продолжение ядра и следа степени позитивного эллиптического ПДО . . . 79
5.6. Экспонента e^{-tA} для эллиптического ПДО A; асимптотика ее ядра и следа . . . 82
5.7. Асимптотика ядра и следа резольвенты . . . 84
5.8. Экспонента e^{-tA} для эллиптического ПДО A 1-го порядка . . . 88
5.9. Обобщения и варианты . . . 94
§ 6. Спектральные свойства эллиптических операторов ненулевого порядка на M . . . 95
6.1. Самосопряженные эллиптические ПДО . . . 95
6.2. Слабые возмущения самосопряженных эллиптических ПДО . . . 103
6.3. Самосопряженные эллиптические ПДО и их слабые возмущения на окружности . . . 110
6.4. Эллиптические операторы, далекие от самосопряженных . . . 116
Замечания и литературные указания . . . 120
Литература . . . 123

УДК 517.956.226 + 517.951

II. ВЫРОЖДАЮЩИЕСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ

С.З. Левендорский, Б.П. Панеях

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 132
Глава 1. Эллиптические дифференциальные операторы, вырождающиеся на границе, и гипоэллиптические псевдодифференциальные операторы (С.З. Левендорский) . . . 133
§ 1. Описание классов операторов, вырождающихся на всей границе . . . 134
1.1. Классы операторов и весовых пространств типа Соболева . . . 134

1.2. Модельные классы и существенно разные типы операторов . . . 135
1.3. О способах исследования, символах и краевых условиях для операторов разных типов . . . 135
1.4. О гипоэллиптичности вырождающихся операторов . . . 136
§ 2. Модельные классы операторов . . . 137
2.1. Операторы типа I (сильно вырождающиеся операторы) . . . 137
2.2. Операторы типа II (эллиптические по касательным к границе направлениям и сильно вырождающиеся по нормали) . . . 138
2.3. Операторы типа III (эллиптические по касательным к границе направлениям и операторы Эйлера по нормали) . . . 139
2.4. Операторы типа IV (уравнения, требующие граничных или кограничных условий) . . . 140
§ 3. Общие классы операторов . . . 145
3.1. Определение типов операторов и их символов . . . 145
3.2. Условия фредгольмовости . . . 146
3.3. Нестепенное вырождение . . . 148
3.4. L_p-коэрцитивность $(1 < p < \infty)$ . . . 148
§ 4. Вырождение на части границы и случай негладкой границы . . . 148
4.1. Изотропное вырождение на негладкой границе . . . 148
4.2. Регулярное вырождение на части границы и вырождение разного типа на разных подмножествах границы 149
§ 5. Некоторые классы гипоэллиптических псевдодифференциальных операторов . . . 149
5.1. Медленно изменяющиеся гипоэллиптические операторы . . . 149
5.2. Гипоэллиптические операторы с гладкими кратными характеристиками . . . 151
5.3. Усиления неравенства Гординга . . . 154
§ 6. Алгебры псевдодифференциальных операторов, связанные с различными классами вырождающихся и гипоэллиптических операторов . . . 155
6.1. Общие исчисления псевдодифференциальных операторов в $\mathbb{R}^n$ . . . 155
6.2. Псевдодифференциальные операторы с двойными символами . . . 157
6.3. Алгебры псевдодифференциальных операторов, связанные с операторами типа III . . . 158
6.4. Алгебры псевдодифференциальных операторов, связанные с операторами типа IV . . . 159
6.5. Алгебры псевдодифференциальных операторов и интегральные преобразования, связанные с сингулярными интегральными операторами Бесселя . . . 160
Библиографические указания к главе 1 . . . 161
Глава 2. Вырождающиеся эллиптические краевые задачи (Б.П. Панеях) . . . 162
§ 1. Введение . . . 162
1.1. Содержание главы . . . 162
1.2. Основные определения и обозначения . . . 162
§ 2. Граничный оператор $\mathcal{A}$ второго порядка. Форма $a^{ij}\xi_i\xi_j$ знакоопределенная . . . 164
§ 3. Граничный оператор $\mathcal{A}$ второго порядка. Форма $a^{ij}\xi_i\xi_j$ меняет знак . . . 173
§ 4. Граничный оператор $\mathcal{A}$ первого порядка. Задача с косой производной . . . 178
4.1. Постановка задачи . . . 178
4.2. Разрешимость задачи в пространствах H^s . . . 180
4.3. Разрешимость задачи в пространствах C^λ . . . 186
4.4. Точные теоремы о регулярности решений задачи с косой производной . . . 186
§ 5. Граничный оператор $\mathcal{A}$ произвольного порядка . . . 192
Библиографические указания к главе 2 . . . 196
Литература . . . 196

УДК 517.956.4 + 517.951

III. ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

С.Д. Эйдельман

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 202
Глава 1. Системы. Задачи. Пространства . . . 203
§ 1. Параболические системы . . . 203
1.1. Введение . . . 203
1.2. Параболические по И.Г. Петровскому системы . . . 206
1.3. $\vec{2b}$-параболические системы . . . 209
1.4. Параболические по В.А. Солонникову системы . . . 210
1.5. Параболические по Г.Е. Шилову системы . . . 211
1.6. Уравнения диффузии с инерцией . . . 212
1.7. Некоторые классы параболических псевдодифференциальных уравнений . . . 213
§ 2. Начальная и краевые задачи . . . 216
2.1. Введение . . . 216
2.2. Задача Коши. Начальная задача . . . 218
2.3. Параболические граничные задачи . . . 220

2.4. Частные случаи. Примеры . . . 226
2.5. Параболические задачи сопряжения . . . 232
2.6. Нелокальные параболические граничные задачи . . . 235
§ 3. Функциональные пространства . . . 237
3.1. Введение . . . 237
3.2. Пространства гёльдеровых функций . . . 237
3.3. Пространства $\mathcal{H}^1$ . . . 238
Глава 2. Фундаментальные решения. Задача Коши . . . 242
§ 1. Фундаментальные решения . . . 242
1.1. Введение . . . 242
1.2. Параболические по И.Г. Петровскому системы с ограниченными коэффициентами . . . 243
1.3. $\vec{2b}$-параболические системы . . . 248
1.4. Параболические по И.Г. Петровскому системы с растущими коэффициентами . . . 249
1.5. Параболические уравнения второго порядка . . . 252
1.6. Об оценках ф. р. параболических систем в $\mathbb{R}^{n+1}_+$ и ф. р. эллиптических систем, порожденных параболическими . . . 257
1.7. Параболические по Г.Е. Шилову системы с постоянными коэффициентами . . . 260
1.8. Уравнения диффузии с инерцией . . . 261
1.9. Параболические псевдодифференциальные уравнения с негладкими символами . . . 263
§ 2. Задача Коши . . . 265
2.1. Введение . . . 265
2.2. Корректность . . . 266
2.3. Существование . . . 272
2.4. Единственность . . . 273
2.5. Стабилизация . . . 276
Глава 3. Параболические граничные задача . . . 278
§ 1. Шаудеровская теория . . . 278
1.1. Введение . . . 278
1.2. Теорема о корректной разрешимости . . . 278
1.3. О доказательстве основной теоремы . . . 280
1.4. Решение модельной параболической граничной задачи . . . 281
1.5. Необходимость условий параболичности . . . 285
1.6. Общие граничные задачи . . . 288
§ 2. L_2-теория . . . 290
2.1. Введение . . . 290
2.2. Пространства гладких функций . . . 291
2.3. Пространства $calH^1$ и H^1 обобщенных функций . . . 295
2.4. Формулы Грина . . . 293
2.5. Параболические граничные задачи в пространствах $\overline{\mathcal{H}}^1$ . . . 295
§ 3. Функции Грина . . . 298
3.1. Введение . . . 298
3.2. Функции Грина. Однородные функции Грина . . . 299
3.3. Функции Грина задач сопряжения . . . 302
§ 4. Стабилизация . . . 303
4.1. Введение . . . 303
4.2. Модельные задача . . . 303
4.3. Теорема А.Н. Тихонова и ее обобщения . . . 306
Литература . . . 308

Год издания 1990

Том 64
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ — 7
Консультирующий редактор-составитель
доктор физико-математических наук М.А. Шубин,

УДК 517.951 + 517.954 + 517.956.227 + 517.984

СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

Г.В. Розенблюм, М.З. Соломяк, М.А. Шубин

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 8
§ 1. Некоторые сведения из теории операторов в гильбертовом пространстве . . . 9
1.1. Линейные операторы. Замкнутые операторы . . . 9
1.2. Сопряженный оператор . . . 9
1.3. Самосопряженные операторы . . . 10
1.4. Спектр оператора . . . 10
1.5. Спектральная мера. Спектральная теорема для самосопряженных операторов . . . 11
1.6. Точечная, абсолютно непрерывная и сингулярная непрерывная компоненты с. с. оператора . . . 13
1.7. Другие формулировки спектральной теоремы . . . 13
1.8. Полуограниченные операторы и формы . . . 14
1.9. Расширение по Фридрихсу . . . 16
1.10. Вариационные тройки . . . 17
1.11. Функция распределения спектра. Спектральная функция . . . 17
1.12. Компактные операторы . . . 19
§ 2. Задание дифференциальных операторов. Существенная самосопряженность . . . 20
2.1. Дифференциальные выражения и их символы . . . 20
2.2. Эллиптические дифференциальные выражения . . . 21
2.3. Максимальный и минимальный операторы . . . 22
2.4. Существенная самосопряженность эллиптических операторов . . . 24
2.5. Сингулярные дифференциальные операторы . . . 26
2.6. Оператор Шрёдингера . . . 27
2.7. Оператор Шрёдингера: локальные особенности потенциала . . . 29
2.8. Оператор Дирака . . . 30
§ 3. Задание оператора с помощью квадратичной формы . . . 31
3.1. Примеры . . . 32
3.2. Оператор Шрёдингера и его обобщения . . . 34
3.3. Неполуограниченные потенциалы . . . 35
3.4. Взвешенный полигармонический оператор . . . 36
§ 4. Примеры точного вычисления спектра . . . 37
4.1. Операторы с постоянными коэффициентами в $\mathbb{R}^n$ и на торе . . . 38
4.2. Метод факторизации . . . 40
4.3. Операторы на сфере и полусфере . . . 41
§ 5. Дифференциальные операторы с дискретным спектром. Оценки собственных значений . . . 41
5.1. Основные примеры д. о. с дискретным спектром . . . 42
5.2. Оценки собственных значений . . . 43
5.3. Оценки спектра взвешенного полигармонического оператора . . . 45
5.4. Оценки спектра: эвристика . . . 47
5.5. Оценки собственных функций . . . 48
§ 6. Дифференциальные операторы с непустым существенным спектром . . . 48
6.1. Устойчивость существенного спектра относительно компактных возмущений резольвенты . . . 48
6.2. Существенный спектр оператора Шрёдингера с убывающим потенциалом . . . 49
6.3. Отрицательный спектр оператора Шрёдингера . . . 49
6.4. Оператор Дирака . . . 52
6.5. О собственных значениях на непрерывном спектре . . . 53
6.6. О существенном спектре оператора Стокса . . . 53
§ 7. Многочастичный оператор Щрёдингера . . . 54
7.1. Задание оператора. Отделение центра масс . . . 54
7.2. Подсистемы. Существенный спектр . . . 55
7.3. Собственные значения . . . 57
7.4. Уточнение физической модели . . . 59
§ 8. Исследование спектра методами теории возмущений . . . 59
8.1. Ряды Рэлея – Шрёдингера . . . 60
8.2. Типичные спектральные свойства эллиптических операторов . . . 61
8.3. Асимптотический ряд Рэлея – Шрёдингера . . . 62
8.4. Сингулярные возмущения . . . 63
8.5. Квазиклассические асимптотики . . . 63
§ 9. Асимптотика спектра. I. Предварительные замечания . . . 65
9.1. Два вида асимптотических формул . . . 65
9.2. Формулы для главного члена асимптотики . . . 66
9.3. Вейлевская асимптотика для регулярных эллиптических операторов . . . 68
9.4. Уточнение асимптотических формул . . . 71
9.5. Спектр, сгущающийся к точке 0 . . . 73
9.6. Квазиклассические асимптотики . . . 74
9.7. Обзор методов получения асимптотических формул . . . 74
§ 10. Асимптотика спектра. II. Операторы с “невейлевской” асимптотикой . . . 76
10.1. Общая схема . . . 78
10.2. Оператор $-\triangle_D$ в областях типа бесконечного рога . . . 79
10.3. Эллиптические операторы, вырождающиеся на границе области . . . 79
10.4. Гипоэллиптические операторы с двойными характеристиками . . . 80
10.5. Оператор Кона – Лапласа . . . 81

10.6. n-мерный оператор Шрёдингера с однородным потенциалом . . . 83
10.7. Компактные операторы с невейлевской асимптотикой спектра . . . 83
§ 11. Вариационная техника в задачах о спектральной асимптотике . . . 84
11.1. Непрерывность асимптотических коэффициентов . . . 84
11.2. Схема доказательства формулы (9.25) . . . 85
11.3. Некоторые другие применения вариационного метода . . . 87
11.4. Задачи со связями . . . 89
§ 12. Резольвентный и параболический методы. Спектральная геометрия . . . 91
12.1. Резольвентный метод . . . 92
12.2. Случай невейлевской асимптотики спектра . . . 94
12.3. Уточнение асимптотических формул . . . 95
12.4. Метод параболического уравнения . . . 96
12.5. Полное асимптотическое разложение θ-функции . . . 97
12.6. Спектральная геометрия . . . 99
12.7. Вычисление коэффициентов . . . 100
12.8. Проблема восстановления метрики по спектру . . . 101
12.9. Связь с теорией вероятностей . . . 102
§ 13. Метод гиперболического уравнения . . . 103
13.1. Тауберова теорема для преобразования Фурье . . . 103
13.2. Схема метода . . . 106
13.3. Глобальные интегральные операторы Фурье . . . 110
13.4. Замечания о других задачах. Отражение и расщепление бихарактеристик . . . 115
13.5. Нормальная сингулярность. Двучленные асимптотические формулы . . . 121
13.6. Другие результаты . . . 123
§ 14. Бихарактеристики и спектр . . . 126
14.1. Общая двучленная асимптотическая формула . . . 127
14.2. Операторы с периодическим бихарактеристическим потоком . . . 130
14.3. “Слабые” ненулевые особенности $\sigma(t)$ . . . 132
14.4. Квазимоды . . . 134
14.5. Построение квазимод . . . 135
§ 15. Метод приближенного спектрального проектора . . . 138
15.1. Основная идея . . . 138
15.2. Операторные оценки . . . 140
15.3. Конструкция приближенного спектрального проектора . . . 142
15.4. Некоторые точные результаты . . . 144
§ 16. Оператор Лапласа на однородных пространствах и фундаментальных областях дискретных групп движений 152
16.1. Вводные замечания . . . 152
16.2. Автоморфный оператор Лапласа . . . 152
16.3. Оператор Лапласа на плоском торе. Формула Пуассона . . . 153
16.4. Случай пространств постоянной отрицательной кривизны . . . 155
16.5. Случай пространств постоянной положительной кривизны . . . 156
16.6. Изоспектральные семейства ниль многообразий . . . 159
§ 17. Операторы с периодическими коэффициентами . . . 160
17.1. Блоховские функции и зонная структура спектра операторов с периодическими коэффициентами . 160
17.2. Характер спектра операторов с периодическими коэффициентами . . . 168
17.3. Количественные характеристики спектра: глобальный квазиимпульс, число вращения, плотность состояний, спектральная функция . . . 171
§18. Операторы с почти-периодическими коэффициентами . . . 177
18.1. Общие определения. Существенная самосопряженность . . . 177
18.2. Обшне свойства спектра и собственных функций . . . 180
18.3. Спектр одномерных операторов Шрёдингера с почти-периодическим потенциалом . . . 183
18.4. Плотность состояний операторов с почти-периодическими коэффициентами . . . 189
18.5. Интерпретация плотности состояний с помощью алгебр фон Неймана и ее свойства . . . 191
§ 19. Операторы со случайными коэффициентами . . . 198
19.1. Трансляционно однородные случайные поля . . . 198
19.2. Случайные дифференциальные операторы . . . 204
19.3. Существенная самосопряженность и спектры . . . 206
19.4. Плотность состояний . . . 209
19.5. Характер спектра. Локализация Андерсона . . . 212
§ 20. Несамосопряженные дифференциальные операторы, близкие к самосопряженным . . . 214
20.1. Вводные замечания . . . 214
20.2. Основные примеры . . . 217
20.3. Теоремы полноты . . . 218
20.4. Теоремы разложения и суммируемости. Асимптотика спектра . . . 220
20.5. Применение к дифференциальным операторам . . . 222
Комментарии к литературе . . . 226
Литература . . . 227

Год издания 1989

Том 65
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ — 8
Консультирующий редактор-составитель
доктор физико-математических наук М.А. Шубин,

УДК 517.951 + 517.954 + 517.956

I. ЛИНЕЙНЫЕ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННЫЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ, ГРАНИЧНЫЕ И НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ НИХ

Я.И. Дудников, С.Н. Самборский

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 6
Глава 1. Комплексы, связанные с дифференциальными операторами . . . 12
§ 1. Струи, дифференциальные операторы . . . 12
§ 2. Комплексы, эквивалентность морфизмов, морфизмы совместности . . . 15
§ 3. Дифференциальные операторы с переменными коэффициентами . . . 19
3.1. Условия регулярности . . . 19
3.2. Формально точные комплексы . . . 21
3.3. Формальная интегрируемость . . . 23
3.4. Инволютивность по Спенсеру . . . 52
3.5. Инволютивность по Кураниши . . . 29
3.6. Коммутационные соотношения и операторы совместности . . . 30
3.7. Вещественно-аналитический случай . . . 38
3.8. Добавления . . . 40
§ 4. Дифференциально-граничные операторы . . . 41
4.1. Операторы совместности . . . 41
4.2. Вещественно-аналитический случай . . . 47
Глава 2. Эллиптические системы . . . 48
§ 1. Операторы с постоянным дефектом . . . 48
§ 2. Случай многообразий без края . . . 49
§ 3. Граничные задачи для операторов с постоянным дефектом . . . 52
§ 4. Граничные задачи для эллиптических операторов . . . 55
§ 5. Регулярные ДГ-операторы . . . 57
§ 6. Добавление. Операторы Буте де Монвеля . . . 60
Глава 3. Начально-граничные задачи для параболических систем (С.Н. Самборский, М.А. Фельдман) . . . 64
§ 1. Параболические системы . . . 64
§ 2. Формальная теория параболическая систем . . . 65
§ 3. Дифференциально-граничные параболические операторы . . . 72
§ 4. Разрешимость начально-граничных задач для параболических операторов . . . 74
4.1. Условие коэрцитивности . . . 74
4.2. Пространства $H^{s,\theta}$ . . . 76
4.3. Теоремы разрешимости начально-граничных задач, для параболических операторов . . . 77
Глава 4. Начально-граничные задачи для гиперболических систем (П.И. Дудников) . . . 79
§ 1. Строго гиперболические операторы . . . 79
§ 2. Разрешимость начально-граничных задач для строго гиперболических операторов . . . 80
2.1. Равномерное условие Лопатинского . . . 80
2.2. Пространства $H_{\gamma}^{sigma,s}(E)$ и $H_gamma^s(G)$ . . . 81
2.3. Разрешимость начально-граничных задач для строго гиперболических операторов . . . 82
Добавление. Связанные системы (С.Н. Самборский, М.А. Фельдман) . . . 83
Комментарии к литературе . . . 90
Литература . . . 91

УДК 517.956.227 + 517.984

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДИССИПАТИВНОГО СИНГУЛЯРНОГО ОПЕРАТОРА ШРЁДИНГЕРА В ТЕРМИНАХ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

Б.С. Павлов

СОДЕРЖАНИЕ

§ 1. Введение . . . 96
1.1. Спектральный анализ в терминах резольвенты . . . 96
1.2. Спектральный анализ и характеристическая функция . . . 97
1.3. Спектральный анализ и теория рассеяния . . . 98
1.4. Спектральный анализ в терминах функциональной модели — обзор . . . 100
§ 2. Функциональная модель . . . 101
2.1. Полугруппа . . . 101
2.2. Сжимающая оператор-функция . . . 103
2.3. Факторизации . . . 104
§ 3. Спектральный анализ в терминах функциональной модели . . . 108
3.1. Задача рассеяния . . . 108
3.2. Спектральный анализ дилатации . . . 109
3.3. Спектр и резольвента генератора полугруппы . . . 110
3.4. Спектральные компоненты . . . 112
3.5. Спектральные особенности и разделение внешней и внутренней компоненты . . . 114
3.6. Расщепление внутренней компоненты . . . 116
3.7. Спектральный анализ на дискретном спектре . . . 117
3.8. Спектральный анализ на абсолютно-непрерывном спектре . . . 120
3.9. Совместная полнота и базисность . . . 123
3.10. Парциальное рассеяние и рассеяние для диссипативных операторов . . . 125
§ 4. Спектральный анализ операторов, возникающих в задачах резонансного рассеяния . . . 126
4.1. Резонансное рассеяние для матричного полярного оператора . . . 128
4.2. Задача резонансного рассеяния для одномерного оператора Шрёдингера с матричным потенциалом . 136
4.3. Резонансное рассеяние на произвольном потенциале . . . 137
4.4. Автоморфное волновое уравнение . . . 143
4.5. Парциальная s-матрица для акустического уравнения и уравнения Шрёдингера . . . 145
§ 5. Диссипативный оператор Шрёдингера . . . 147
5.1. Спектр и теоремы единственности . . . 148
5.2. Дилатация и характеристическая функция . . . 152
5.3. Трехмерный оператор Шрёдингера с комплексным потенциалом . . . 157
Литература . . . 160

УДК 517.954

III. ТЕОРЕМЫ ОБ ИНДЕКСЕ

Б.В. Федосов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 166
Глава 1. Теорема Атьи – Зингера . . . 168
§ 1. Индекс фредгольмовых операторов . . . 168
1.1. Фредгольмовы операторы . . . 168
1.2. Свойства индекса . . . 170
§ 2. Эллиптические псевдодифференциальные операторы . . . 172
2.1. Основные факты из теории п. д. о. . . . 172
2.2. Индекс эллиптических п. д. о. . . . 174
2.3. Эллиптические комплексы . . . 177
§ 3. Характеристические классы и элементы K-теории . . . 178
3.1. Связности и характеристические классы . . . 179
3.2. Элементы K-теории . . . 184
3.3. Изоморфизм Тома . . . 187
§ 4. Формула Атьи – Зингера . . . 190
§ 5. Примеры . . . 193
5.1. Теорема Гаусса – Бонне . . . 193
5.2. Теорема Римана – Роха . . . 194
5.3. Спинорная структура и оператор Дирака . . . 195
Глава 2. Обобщения . . . 201
§ 1. Теорема Атьи – Ботта о неподвижной точке . . . 201
§ 2. Индекс семейства эллиптических операторов . . . 205
§ 3. Индекс почти периодических операторов . . . 211
§ 4. Индекс краевых задач . . . 214
§ 5. Индекс тёплицевых операторов . . . 223
Глава 3. Деформационное квантование и индекс . . . 229
§ 1. Алгебра квантовых наблюдаемых . . . 230
1.1. Символы Вейля . . . 230

1.2. Расслоение формальных алгебр Вейля . . . 236
1.3. Абелевы связности и квантование . . . 238
1.4. Автоморфизмы и гомотопии . . . 245
1.5. След в алгебре квантовых наблюдаемых . . . 250
§ 2. Теорема об индексе в алгебре квантовых наблюдаемых . . . 252
2.1. Индекс в алгебре W_D и его свойства . . . 252
2.2. Набросок доказательства теоремы . . . 255
2.3. Асимптотическое операторное представление . . . 261
2.4. Примеры . . . 263
Литература . . . 266

Год издания 1991

Том 66

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ — 9

Консультирующий редактор-составитель, член-корреспондент АН СССР Д.В. Аносов

УДК 517.938 + 517.938.5 517.987.54 + 512.81

ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ГИПЕРБОЛИЧЕСКИМ ПОВЕДЕНИЕМ

Д.В. Аносов, С.Х. Арансон. В.З. Гринес. Р.В. Плыкин, Е.А. Сатаев, А.В. Сафонов, В.В. Солодов, А.И. Старков. А.М. Степин. С.В. Шлячков

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие. (Д.В. Аносов) . . . 6
Литература . . . 11
Глава 1. Гиперболические множества (Д.В. Аносов, В.В. Солодов) . . . 12
§ 1. Исходные понятия . . . 12
§ 2. Некоторые примеры . . . 34
§ 3. Полулокальная теория . . . 59
§ 4. Глобальная теория . . . 77
Литература . . . 91
Глава 2. Странные аттракторы (Р.В. Плыкин, Е.А. Сатаев, С.В. Шлячков) . . . 100
Введение . . . 100
§ 1. Гиперболические аттракторы . . . 101
§ 2. Аттрактор Лоренца . . . 110
§ 3. Метрические свойства одномерных аттракторов гиперболических отображений с особенностями . . . 133
Приложение ε-траектории и свойства устойчивости динамических систем . . . 138
Литература . . . 144
Глава 3. Каскады на поверхностях (С.Х. Арансон, В.З. Гринес) . . . 148
§ 1. Диффеоморфизмы Морса – Смейла . . . 149
§ 2. Каскады со счетным множеством периодических точек . . . 154
§ 3. Различные подходы к проблеме реализации гомотопических классов гомеоморфизмов с заданными топологическими свойствами . . . 166
Литература . . . 183
Глава 4. Динамические системы с транзитивной группой симметрии. Геометрические и статистические свойства (А.В. Сафонов, А.Н. Старков, А.М. Степин) . . . 187
Введение . . . 187
§ 1. Основные понятия и конструкции. Примеры . . . 189
§ 2. Критерий эргодичности и эргодическое разложение . . . 196
§ 3. Спектр эргодических потоков на однородных пространствах . . . 204
§ 4. Орбиты однородных потоков . . . 211
§ 5. Статистические свойства G-индуцированных потоков (и действий) . . . 219
§ 6. Жесткость однородных потоков . . . 226
Приложение А. Строение пространств конечного объема . . . 231
Приложение Б. Конструкция полупростого расщепления односвязных групп Ли . . . 236
Литература . . . 238

Год издания 1991

Том 69

КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ – МНОГИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ — 6

Консультирующие редакторы-составители: профессор В. Барт, профессор Р. Нарасимхан

УДК 517.55 + 515.171

I. СОБСТВЕННЫЕ ГОЛОМОРФНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Стевен Р. Бэлл, Рагхаван Нарасимхан[3]

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 6
§ 1. Теорема Реммерта о собственном отображении . . . 10
§ 2. Теорема Грауэрта о прямом образе . . . 12
§ 3. Вложения в $\mathbb{C}^n$ . . . 22
§ 4. Собственные голоморфные отображения в ограниченные области . . . 31
Литература . . . 43

УДК 512.66 + 512.73 + 515.17

II. ОБЗОР ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИИ В ТЕОРИИ ХОДЖА[4]

Жан-Люк Брылински, Стеввен Цукер

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 48
§ 1. Обзор теории Ходжа – Делиня . . . 56
§ 2. Вырождение структур Ходжа . . . 70
§ 3. L_2-когомологии . . . 90
§ 4. D-модули и теория Ходжа . . . 99
§ 5. Когомологии Делиня – Бейлинсона . . . 115
§ 6. Смешанные структуры Ходжа на гомотопических группах . . . 130
§ 7. Вариация смешанной структуры Ходжа . . . 143
§ 8. Группы монодромии . . . 133
Литература . . . 158

УДК 512.816 + 515.177

III. ДЕЙСТВИЯ ГРУПП ГОЛОМОРФНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ[5]

Алан Т. Хакберри

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Избранные результаты . . . 166
§ 1. Некоторые основные методы для однородных многообразий . . . 167
§ 2. Однородные компактные кэлеровы многообразия . . . 171
§ 3. Гиперповерхности в компактных однородных многообразиях . . . 173
§ 4. Линеаризация действий . . . 176
Глава 2. Методы расслоений и приложения к задачам классификации . . . 188
§ 1. Компактные почти однородные пространства . . . 189
§ 2. g-антикаионическое расслоение . . . 191

[3]Авторизованный перевод с английского С.А. Вахрамеева

[4]Авторизованный перевод с английского С.А. Вахромеева

[5]Авторизованный перевод с английского С.А. Вахромеева

§ 3. Расслоения орбит линейных групп . . . 192
§ 4. Расслоения в случае дискретной изотропии . . . 195
§ 5. Некоторые типичные приложения . . . 198
§ 6. Сферические пространства . . . 208
Глава 3. Комплексный анализ на однородных многообразиях . . . 209
§ 1. Голоморфные функции . . . 210
§ 2. Аналитические гиперповерхности, кэлеровы структуры . . . 215
183 Литература . . . 218

УДК 512.774 + 515.1624

IV. СТАБИЛЬНЫЕ РАССЛОЕНИЯ, ИНСТАНТОНЫ И C^∞-СТРУКТУРЫ НА АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Ч. Оконек, А. Ван де Вен[6]

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 222
§ 1. Стабильные расслоения . . . 224
1.1. Напоминания . . . 224
1.2. Конструкция Серра . . . 225
1.3. Простые расслоения и стабильные расслоения . . . 226
§ 2. Инстантоны . . . 231
2.1. Связности Янга – Миллса . . . 231
2.2. (Анти) автодуальность. Инстантоны . . . 235
2.3. Свойства инстантонов . . . 236
§ 3. Структуры Эрмита – Эйнштейна . . . 242
3.1. Простые расслоения . . . 242
3.2. Расслоения Эрмита – Эйнштейна . . . 244
3.3. Расслоения Эрмита – Эйнштейна и стабильность . . . 247
§ 4. Инварианты Дональдсона . . . 249
4.1. Общие принципы . . . 249
4.2. Определение полиномов . . . 250
4.3. Зависимость от метрики . . . 253
4.4. Случай $b_+ = 1$ . . . 255
§ 5. Приложения . . . 258
5.1. Топологическая структура поверхностей . . . 258
5.2. Множество различных C^∞-структур . . . 261
5.3. Неразложимость поверхностей . . . 265
5.4. Поверхности с большими группами диффеоморфизмов . . . 269
5.5. Типы деформаций и C^∞-структуры . . . 271
Литература . . . 274

УДК 512.774.5 + 515.179

V. ТЕОРИЯ ПРОСТРАНСТВ ТЕЙХМЮЛЛЕРА. ПОДХОД С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ПРОСТРАНСТВ МОДУЛЕЙ КЭЛЕРОВЫХ МНОГООБРАЗИЙ[7]

Георг Шумахер

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 279
Глава I. Теория Тейхмюллера . . . 284
§ 1. Подход Тейхмюллера . . . 284
1.1. Квазиконформные отображения . . . 285
1.2. Деформации Тейхмюллера . . . 287
1.3. Пространство модулей . . . 290
§ 2. Аналитическая структура Тейхмюллера . . . 290
2.1. Вещественно-аналитическая теория . . . 291

[6]Авторизоваанный перевод с англиского С.А. Вахромеева
[7]Авторизованный перевод с английского С.А. Вахромеева

2.2. Касательное пространство к $\mathcal{F}_g$ и его комплексная структура . . . 293
§ 3. Гиперболичность пространства Тейхмюллера . . . 297
§ 4. Метрика Петерссона – Вейля . . . 301
4.1. Основные свойства . . . 301
4.2. Метрика Петерссона – Вейля для семейств сингулярных римановых поверхностей . . . 302
§ 5. Кривизна метрики Петерссона – Вейля . . . 305
5.1. Результаты Альфорса . . . 305
5.2. Оценки кривизны . . . 306
5.3. Кривизна метрики Петерссона – Вейля для сингулярных семейств . . . 307
§ 6. Гармонические отображения и пространство Тейхмюллера . . . 308
§ 7. Компактифицированное пространство модулей . . . 311
7.1. Свойства $\overline{\mathcal{A}}^p$ . . . 311
7.2. Класс Петерссона – Вейля для $\overline{\mathcal{A}}^p$ как класс Чженя положительного линейного расслоения . . . 315
Глава 2. Пространства модулей компактных кэлеровых многообразий . . . 318
§ 8. Теоремы существования для пространств модулей поляризованных кэлеровых многообразий . . . 318
§ 9. Пространства модулей многообразий Кэлера – Эйнштейна . . . 325
9.1. Обобщение метрики Петерссона – Вейля . . . 325
9.2. Положительное линейное расслоение над пространством модулей канонически поляризованных многообразий и метрика Петерссона – Вейля . . . 329
§ 10. Пространства модулей экстремальных кэлеровых многообразий . . . 331
10.1. Конструкция пространства модулей . . . 331
10.2. Обобщение метрики Петерссона - Вейля . . . 335
10.3. Положительное линейное расслоение . . . 339
Литература . . . 342

Год издания 1991

Том 70
ГЕОМЕТРИЯ — 4
Консультирующий редактор-составитель
академик Ю.Г. Решетняк

УДК 514.774

I. ДВУМЕРНЫЕ МНОГООБРАЗИЯ ОГРАНИЧЕННОЙ КРИВИЗНЫ

Ю.Г. Решетняк

СОДЕРЖАНИЕ

Глава 1. Предварительные сведения . . . 8
§ 1. Введение . . . 8
1.1. Общая информация о предмете исследования и обзор результатов . . . 8
1.2. Некоторые обозначения и терминология . . . 14
§ 2. Понятие пространства с внутренней метрикой . . . 14
2.1. Понятие длины параметризованной кривой . . . 14
2.2. Пространство с внутренней метрикой. Индуцированная метрика . . . 17
2.3. Понятие кратчайшей . . . 20
2.4. Операция разрезывания пространства с внутренней метрикой . . . 20
§ 3. Двумерные многообразия с внутренней метрикой . . . 24
3.1. Определение, Триангуляция многообразия . . . 24
3.2. Склеивание двумерных многообразий с внутренней метрикой . . . 27
3.3. Разрезывание многообразий . . . 37
3.4. Сторона простой дуги в двумерном многообразии . . . 39
§ 4. Двумерная риманова геометрия . . . 44
4.1. Дифференцируемые двумерные многообразия . . . 44
4.2. Понятие двумерного риманова многообразия . . . 46
4.3. Кривизна кривой в римановом многообразии. Интегральная кривизна. Формула Гаусса – Бонне . . . 53
4.4. Изотермические координаты в двумерных римановых многообразиях ограниченной кривизны . . . 58
§ 5. Многообразия с многогранной метрикой . . . 59
5.1. Конус и угол . . . 59
5.2. Определение многообразия с многогранной метрикой . . . 63
5.3. Кривизна множества на многограннике. Поворот края. Теорема Гаусса – Бонне . . . 70
5.4. Поворот ломаной на многограннике . . . 73

5.5. Характеристика внутренней геометрии выпуклых многогранников . . . 75
5.6. Экстремальное свойство выпуклого конуса. Метод разрезывания и склеивания как средство решения экстремальных задач для многогранников . . . 77
5.7. Понятие K-многогранника . . . 82
Глава 2. Различные способы определения двумерных многообразий ограниченной кривизны . . . 85
§ 6. Аксиомы двумерного многообразия ограниченной кривизны. Характеристика таких многообразий путем приближения многогранниками . . . 85
6.1. Аксиомы двумерного многообразия ограниченной кривизны . . . 85
6.2. Теоремы о приближения двумерных многообразий ограниченной кривизны многообразиями с многогранной и римановой метрикой . . . 91
6.3. Доказательство первой теоремы об аппроксимации . . . 92
6.4. Доказательство леммы 6.3.1 . . . 106
6.5. Доказательство второй теоремы об аппроксимации . . . 111
§ 7. Аналитическая характеристика двумерных многообразий ограниченной кривизны . . . 115
7.1. Теоремы об изотермических координатах в двумерном многообразии ограниченной кривизны . . . 115
7.2. Некоторые сведения о кривых из плоскости и в римановом многообразии . . . 124
7.3. Доказательства теорем 7.1.1, 7.1.2, 7.1.3 . . . 132
7.4. О доказательстве теоремы 7.3.1 . . . 141
Глава 3. Основные факты теории многообразий ограниченной кривизны . . . 145
§ 8. Основные результаты теории двумерных многообразий ограниченной кривизны . . . 145
8.1. Поворот кривой и интегральная кривизна множества . . . 145
8.2. Теорема о сжатии конуса. Угол между кривыми. Теоремы сравнения . . . 158
8.3. Теорема о склеивании двумерных многообразий ограниченной кривизны . . . 165
8.4. Теоремы о предельном переходе для двумерных многообразий ограниченной кривизны . . . 167
8.5. Некоторые неравенства и оценки. Экстремальные задачи для двумерных многообразий ограниченной кривизны . . . 172
§ 9. Дальнейшие результаты. Некоторые дополнительные замечания . . . 176
Литература . . . 186

УДК 514.764 + 514.774

II. МНОГОМЕРНЫЕ ОБОБЩЕННЫЕ РИМАНОВЫ ПРОСТРАНСТВА

В.Н. Берестовский, Н.Г. Николаев

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 191
0.1. Римановы пространства . . . 191
0.2. Обобщенные римановы пространства . . . 192
0.3. Риманова геометрия и обобщенные римановы пространства . . . 194
0.4. Краткая характеристика статьи по главам . . . 196
0.5. В каком смысле излагаемые результаты носят многомерный характер? . . . 199
0.6. Заключительные замечания к тексту . . . 199
Глава 1. Основные понятия, связанные с внутренней метрикой . . . 200
§ 1. Внутренняя метрика, кратчайшая, треугольник, угол, избыток треугольника . . . 200
1.1. Внутренняя метрика . . . 200
1.2. Кратчайшая . . . 200
1.3. Треугольник . . . 201
1.4. Угол . . . 201
1.5. Избыток . . . 203
§ 2. Общие предложения о верхних углах . . . 203
§ 3. Пространство направлений в точке. K-конус. Касательное пространство . . . 205
3.1. Направление . . . 205
3.2. K-конус . . . 205
3.3. Касательное пространство . . . 206
§ 4. Замечания, примеры . . . 206
4.1. Внутренняя метрика, кратчайшая, углы . . . 206
4.2. Утверждение, полностью противоположное теореме 2.1, т. е. соответствующая оценка для нижнего угла снизу не имеет места . . . 208
4.3. Касательное пространство, пространство направлений . . . 209
Глава 2. Пространства кривизны $\leq K$ (и $\geq K'$) . . . 210
§ 5. Пространства кривизны $\leq K$. Область R_K и ее основные свойства . . . 211
5.1. Определение пространства кривизны $\leq K$ . . . 211
5.2. Основные свойства области R_K . . . 211
§ 6. Операция склеивания . . . 213
6.1. Склеивание метрических пространств с внутренней метрикой . . . 213
§ 7. Эквивалентные определения ограниченности кривизны сверху . . . 215

7.1. Условия, при которых пространство кривизны $\leq K$ есть область R_K . . . 216
7.2. Связь с римановым определением кривизны . . . 217
7.3. Определение ограниченности кривизны сверху . . . 218
7.4. Нерастягивающие отображения в пространствах кривизны $\leq K$ . . . 218
7.5. Ограниченность кривизны с точки зрения дистанционной геометрия . . . 219
§ 8. Пространства направлений, касательное пространство в точке пространства кривизны $\leq K$ . . . 219
8.1. Условия, при которых в каждом направлении выходит кратчайшая . . . 220
8.2. Внутренняя метрика Ω_P . . . 221
8.3. Касательное пространство как обобщение . . . 222
§ 9. Поверхности и их площади . . . 222
9.1. Определение площади поверхности . . . 222
9.2. Свойства площади . . . 223
9.3. Линейчатые поверхности в R_K . . . 223
9.4. Изопериметрическое неравенство . . . 224
9.5. Задача Плато . . . 224
§ 10. Пространства кривизны $\leq K$ и $\geq K'$ . . . 225
10.1. Определение пространства кривизны $\leq K$ и $\geq K'$ . . . 225
10.2. Основные свойства области R_K . . . 225
10.3. Эквивалентные определения ограниченности кривизны . . . 227
§ 11. Замечания, примеры . . . 227
11.1. Пространства кривизны римановых $\leq K$ как обобщение римановых . . . 227
11.2. Многогранные метрики . . . 230
11.3. Пространства кривизны $\geq K'$ . . . 232
Глава 3. Пространства с ограниченной кривизной . . . 233
§ 12. C^0-риманова структура в пространствах с ограниченной кривизной . . . 233
12.1. Определение пространства с ограниченной кривизной . . . 234
12.2. Касательное пространство в точке пространств с ограниченной кривизной . . . 235
12.3. Введение C^0-гладкой римановой структуры . . . 236
§ 13. Параллельный перенос в пространствах с ограниченной кривизной . . . 237
13.1. Конструкция параллельного переноса . . . 237
13.2. Формулировка основных результатов . . . 238
13.3. Схема доказательства основных результатов § 13 . . . 240
§ 14. Гладкость метрики пространств с ограниченной кривизной . . . 243
14.1. Формулировка основного результата . . . 244
14.2. Схема доказательства теоремы 14.1 . . . 245
§ 15. Пространства с ограниченной кривизной и пределы гладких римановых метрик . . . 247
15.1. Аппроксимация методики пространства с ограниченной кривизной гладкими рн на новыми . . . 248
15.2. Пространство римановых многообразий с ограниченными в совокупности секционными кривизнами 249
Глава 4. Существование кривизны метрического пространства в точке и аксиомы римановой геометрии . . . 253
§ 16. Пространство направлений произвольного метрического пространства . . . 254
16.1. Расстояние между направлениями . . . 254
16.2. Пространство направлений . . . 258
§ 17. Кривизна метрического пространства . . . 259
17.1. Определение анизотропной римановой кривизны . . . 259
17.2. Существование кривизны в точке . . . 260
17.3. Геометрический смысл секционной кривизны . . . 261
17.4. Изотропная риманова кривизна . . . 264
17.5. Кривизна по Вальду и ее связь с изотропной римановой кривизной . . . 264
17.6. Непрерывность кривизны . . . 265
§ 18. Аксиомы римановой геометрии . . . 266
18.1. Синтетическое описание, $C^{2,\alpha}$-гладких римановых многообразий . . . 266
18.2. Синтетическое описание $C^{m,\alpha}$-гладких римановых многообразий $(m = 3, 4, \ldots)$ . . . 267
18.3. Изотропные метрические пространства . . . 269
Литература . . . 270

Год издания 1989

Том 72
КОММУТАТИВНЫЙ ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ — 3
Консультирующие редакторы-составители:
доктор физико-математических наук Н.К. Никольский,
доктор физико-математических наук В.П. Хавин

УДК 517.982.42 + 517.986.6 + 517.988

I. ОБОБЩЕННЫЕ ФУНКЦИИ И ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

В.П. Паламодов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 6
Глава 1. Элементарная теория . . . 7
§ 1. Основные и обобщенные функции на прямой . . . 7
§ 2. Локализация и структура обобщенных функций . . . 9
§ 3. Свертка обобщенных функций . . . 12
§ 4. Конечные части расходящихся интегралов . . . 14
Глава 2. Общая теория . . . 18
§ 1. Обобщенные функции и распределения на многообразии . . . 18
§ 2. Потоки де Рама . . . 24
§ 3. Обратный и прямой образы обобщенных функций . . . 26
§ 4. Частичная гладкость обобщенных функций . . . 32
§ 5. Волновой фронт . . . 35
Глава 3. Преобразование Фурье обобщенных функций . . . 41
§ 1. Преобразование Фурье финитных обобщенных функций . . . 41
§ 2. Свертка распределений . . . 45
§ 3. Преобразование Фурье растущих обобщенных функций . . . 49
§ 4. Преобразование Фурье ультрараспределений и гладких функций . . . 55
§ 5. Преобразование Радона обобщённых функций . . . 61
Глава 4. Специальные вопросы теории обобщённых функций . . . 64
§ 1. Обратный образ обобщённых функций при наличии критических точек . . . 64
§ 2. Проблема деления . . . 71
§ 3. Пространства обобщённых функций, инвариантные относительно сдвигов . . . 75
§ 4. Причинные обобщённые функции и теорема об “острие клина” . . . 82
§ 5. Умножение обобщённых функций . . . 85
Глава 5. Контактные структуры и обобщённые функции . . . 88
Введение . . . 88
§ 1. Контактные структуры . . . 89
§ 2. Обобщенные функции, связанные с волновым многообразием . . . 92
§ 3. Нереальные волновые многообразия . . . 101
§ 4. Геометрия волновых фронтов и особенности обобщённых функций . . . 107
§ 5. Версальные интегралы . . . 120
Комментарий к списку литературы . . . 126
Литература . . . 127

УДК 517.958:[535 + 537.812]

II. ОПТИЧЕСКИЕ И АКУСТИЧЕСКИЕ ФУРЬЕ-ПРОЦЕССОРЫ

В.С. Буслаев

§ 1. Введение . . . 135
§ 2. Оптическое Фурье-преобразование . . . 141
2.1. Пучки света . . . 141
2.2. Фильтры . . . 144
2.3. Построение изображения с помощью линзы . . . 146
2.4. Оптическое преобразование Фурье . . . 148
2.5. Два замечания . . . 149
2.6. Голографическая регистрация поля и графические фильтры . . . 150
§ 3. Примечания и комментарии . . . 152
3.1. Влияние размеров линзы . . . 152
3.2. Пространственная фильтрация . . . 153
3.3. Сложные амплитудные фильтры . . . 157
3.4. Фазовые решетки . . . 158
3.5. Улучшение разрешающей способности . . . 162
3.6. Некогерентная обработка сигналов . . . 164
§ 4. Акустические в акустооптические Фурье-процессоры . . . 165
4.1. Электронно-акустический преобразователь . . . 165
4.2. Определение параметров ВШП . . . 167
4.3. Конвольверы на основе ПАВ . . . 169
4.4. Акустические Фурье-процессоры . . . 171
4.5. Акустооптическая ячейка . . . 173

4.6. Акустооптические процессоры . . . 174
Комментарий к списку литературы . . . 178
Литература . . . 179

УДК 517.986.6 + 517.518.4

III. ПРИНЦИП НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ГАРМОНИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ

Б. Ерикке, В.П. Хавин

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 182
Глава 1. Принцип неопределенности без комплексной переменной . . . 183
§ 1. Функции и заряды с полуограниченным спектром. Теорема братьев Рисс . . . 183
1.1. Плюс-функции и минус-функции. Классы Харди . . . 184
1.2. Теорема братьев Рисс . . . 184
1.3. Точность теоремы братьев Рисс . . . 186
1.4. Два количественных уточнения теоремы братьев Рисс (в части I) . . . 187
1.5. Неравенство Йенсена (количественное уточнение теоремы братьев Рисс в части II) . . . 189
1.6. $\mathcal{R}$-множества в $\mathcal{D}$-множества . . . 192
§ 2. Сингулярность заряда и бесконечная малость его преобразования Фурье . . . 194
2.1. Некоторые классы зарядов и двусторонних последовательностей . . . 195
2.2. Канторово множество и канторова мера. Теоремы Бари и Салема . . . 196
2.3. Произведения Рисса . . . 197
2.4. Теорема Ивашева-Мусатова . . . 200
§ 3. Гильбертовы методы . . . 204
3.1. Определения и постановка задачи . . . 204
3.2. Аннигиляция проекторов . . . 205
3.3. Теорема Амрейна Бертье . . . 207
3.4. Сильная аннигиляция подмножеств окружности и редких спектров . . . 209
3.5. Носители, сильно аннигилирующие с любым ограниченным спектром . . . 209
Глава 2. Комплексные методы . . . 210
§ 1. Первые примеры применения комплексных методов . . . 210
1.1. Предельная скорость убывания преобразования Фурье быстро убывающей функции. Теорема Джрбашяна 210
1.2. Глубокий нуль и редкий спектр. Теорема Мандельбройта . . . 214
§ 2. Принцип неопределенности для плюс-функций с новой точки зрения . . . 217
2.1. Плюс-заряды на окружности I . . . 217
2.2. Неравенство Йенсена и теорема братьев Рисс (комплексный подход) . . . 220
2.3. Классы Харди в полуплоскости. Плюс-заряды на прямой . . . 221
§ 3. Расходимость интеграла от логарифма и некоторые формы принципа неопределенности для функций и зарядов с быстро убывающими амплитудами . . . 223
3.1. Нуль бесконечного порядка и убывание амплитуд . . . 225
3.2. Набросок доказательства . . . 225
3.3. Связь с проблемой моментов и с весовой аппроксимацией . . . 226
3.4. Одностороннее убывание амплитуд. Теорема Бёрлинга . . . 226
3.5. Теорема Левинсона – Картрайт . . . 228
§ 4. Одностороннее убывание амплитуд и сходимость логарифмического интеграла . . . 230
4.1. Первая теорема Вольберга . . . 230
4.2. Почти аналитические функции. Вторая теорема Вольберга . . . 231
4.3. Теорема Дынькина о почти аналитическом продолжении и редукция первой теоремы Вольберга ко второй 232
4.4. О доказательстве второй теоремы Вольберга . . . 233
4.5. Подход Боричева . . . 235
§ 5. Некоторые формы принципа неопределенности для зарядов со спектральным люком . . . 238
5.1. Спектральный люк и ортогональность некоторым целым функциям. Функция Полларда . . . 238
5.2. Приложения к принципу неопределенности для зарядов со спектральным люком . . . 239
5.3. Спектральный люк и редкость носителя . . . 240
5.4. Задача Сапогова (о характеристической функции множества со спектральным люком) . . . 242
5.5. Теорема Де Бранжа о крайних точках . . . 243
5.6. О теореме Фабри . . . 244
§ 6. Некоторые способы построения малых функций с малым преобразованием Фурье . . . 244
6.1. Внешние функции . . . 244
6.2. Определяющие мажоранты и логарифмический интеграл . . . 245
6.3. Одностороннее степенное убывание амплитуд и малость носителя. Теорема Хрущева . . . 246
§ 7. Две теоремы Бёрлинга – Малливэна . . . 248
7.1. Постановка задачи . . . 248
7.2. Допустимые мажоранты . . . 248
7.3. О второй теореме Бёрлинга – Малливэна . . . 251

Комментарий к списку литературы 252
Литература 254

Год издания 1991

Том 74
КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ – МНОГИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ — 7
Редакторы-консультанты тома: Г.Грауэрт, Т.Петернел, Р.Реммерт

УДК 512.765+515.142.21+515.171+515.172+515.174+517.172.7

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 5
Глава 1. Локальная теория комплексных пространств (Р.Реммерт) 12
Глава 2. Дифференциальное исчисление, голоморфные отображения и линейные структуры на комплексных пространствах (Т.Петернел, Р.Реммерт) 133
Глава 3. Когомологии (Т.Петернел) 193
Глава 4. Полунормальные комплексные пространства (Г.Детлоф, Г.Грауэрт) 237
Глава 5. Псевдовыпуклость: проблема Леви и теоремы исчезания (Т.Петернел) 285
Глава 6. Теория q-выпуклости и q-вогнутости (Г.Грауэрт) 331
Глава 7. Модификации (Т.Петернел) 365
Глава 8. Пространства циклов (Ф.Кампана, Т.Петернел) 409
Глава 9. Продолжение аналитических объектов (Г.Грауэрт, Р.Реммерт) 449

Год издания 1996

Том 77
АЛГЕБРА — 9
Редакторы-консультанты:
член-корреспондент АН СССР А.И. Кострикин,
член-корреспондент АН СССР И.Р. Шафаревич

УДК 512.542.55

О ТЕОРИИ ПРЕДСТАВЛЕНИИ КОНЕЧНЫХ ГРУПП ТИПА ЛИ НАД АЛГЕБРАИЧЕСКИ ЗАМКНУТЫМ ПОЛЕМ ХАРАКТЕРИСТИКИ НУЛЬ

Р.У. Картер[8]

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 6
Глава 1. Конечные группы типа Ли 7
§ 1.1 Аффинные алгебраические группы 8
§ 1.2 Связные редуктивные группы 11
§ 1.3 Простые алгебраические группы 14
§ 1.4 Отображения Фробениуса 18
§ 1.5 Классификация групп вида G^p для простой группы G 20
§ 1.6 Строение и порядки групп G^p 24
Глава 2. Классы сопряженных элементов 27
§ 2.1 Полупростые классы сопряженных элементов в G^p 27
§ 2.2 Полупростые классы сопряженных элементов в G^p 30
§ 2.3 Комплекс Брауэра 31
§ 2.4 Унипотентные классы в G 34
§ 2.5 Теорема Джекобсона – Морозова 36

[8]Институт математики, университет Уорвика (Великобритания). — Перевод с англ. д.ф.-м.н. Н.А. Вавилова

§ 2.6 Выделенные нильпотентные элементы . . . 37
§ 2.7 Теорема Бала – Картера . . . 39
§ 2.8 Унипотентные классы в G^p . . . 40
Глава 3. Теория характеров Делиня – Люстига . . . 41
§ 3.1 Представления в l-адических когомологиях . . . 41
§ 3.2 Соотношения ортогональности . . . 44
§ 3.3 Значения характеров на полупростых элементах . . . 47
§ 3.4 Геометрическая сопряженность . . . 49
§ 3.5 Двойственность для обобщённых характеров . . . 52
§ 3.6 Характер Гельфанда – Граева группы G^p . . . 53
§ 3.7 Полупростые и регулярные характеры группы G^p . . . 56
Глава 4. Каспидальные характеры . . . 58
§ 4.1 Серии неприводимых характеров . . . 58
§ 4.2 Разложение индуцированного каспидального характера . . . 62
§ 4.3 Случай, когда центр группы G связен . . . 63
Глава 5. Унипотентные характеры . . . 65
§ 5.1 Унипотентные характеры группы G^p и характеры группы Вейля . . . 65
§ 5.2 Семейства характеров группы Вейля . . . 67
§ 5.3 Специальные характеры группы Вейля . . . 69
§ 5.4 Теория Каждана – Люстига . . . 71
Глава 6. Теория характеров, использующая l-адические ГМ-когомологии . . . 77
§ 6.1 Комплекс ГК-когомологий . . . 78
§ 6.2 Геометрическая интерпретация многочленов Каждана – Люстига . . . 80
§ 6.3 Многообразие Делиня – Люстига . . . 81
§ 6.4 ГМ-когомологии многообразий Делиня – Люстига . . . 84
Глава 7. Семейства унипотентных характеров . . . 87
§ 7.1 Матрица преобразования Фурье . . . 88
§ 7.2 Унипотентные характеры и унипотентные классы . . . 93
§ 7.3 Унипотентные характеры скрученных групп . . . 97
§ 7.4 Унипотентные характеры групп Судзуки и Ри . . . 103
§ 7.5 Каспидальные унипотентные характеры . . . 106
Глава 8. Обобщение на произвольные характеры . . . 110
§ 8.1 Локально постоянные пучки на многообразии Делиня – Люстига . . . 110
§ 8.2 ГМ-когомологии с локально постоянными коэффициентами . . . 112
§ 8.3 Приложение к многообразию Делиня – Люстига . . . 113
§ 8.4 Параметризация неприводимых характеров группы G^p . . . 118
§ 8.5 Разложение Жордана характеров . . . 123
Глава 9. Связи между характерами и классами сопряженных элементов . . . 126
§ 9.1 Специальные классы сопряженных элементов . . . 126
§ 9.2 Случай, когда $\mathbb{Z}(G)$ несвязен . . . 128
§ 9.3 Общий случай . . . 129
Приложение . . . 132
Литература . . . 139

УДК 512.552.32

КОНЕЧНОМЕРНЫЕ ТЕЛА

В.П. Платонов, В.И. Янчевский

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 146
Глава 1. Необходимые сведения о простых алгебрах . . . 149
§ 1. Основные свойства и примеры простых алгебр . . . 149
1.0. Определения . . . 149
1.1. Полная матричная алгебра . . . 149
1.2. Гамильтоновы кватернионы . . . 150
1.3. Представления простых алгебр . . . 150
1.4. Теорема Веддерберна . . . 151
1.5. Поля формальных рядов Лорана и p-адических чисел . . . 151
1.6. Циклические алгебры . . . 155
1.7. Малые размерности . . . 156
1.8. Тела некоммутативных формальных рядов Лорана и рациональных функций . . . 157
1.9. Конечномерность и центры тел $D(x,\sigma)$ и $D\langle x,\sigma\rangle$ . . . 158
§ 2. Тензорные произведения алгебр и связанные с ними понятия . . . 158
2.1. Тензорные произведения модулей и алгебр . . . 158
2.2. Элементарные свойства тензорных произведений . . . 158

2.3. Простота тензорных произведений . . . 159
2.4. Расширение поля скаляров . . . 159
2.5. Размерность центральной простой алгебры . . . 160
2.6. Степень и индекс алгебры . . . 160
2.7. Поля разложения простых алгебр . . . 160
2.8. Простые подалгебры простых алгебр . . . 161
2.9. Подполя центральных простых алгебр . . . 161
2.10. Максимальные подполя простых алгебр . . . 162
§ 3. Автоморфизмы и инволюции простых алгебр . . . 162
3.1. Автоморфизмы простых алгебр . . . 162
3.2. Теорема Сколема – Нётер . . . 163
3.3. Инволюции простых алгебр . . . 163
3.4. Род и тип инволюции . . . 164
Комментарий к главе 1 . . . 164
Глава 2. Общие конструкции и тела над произвольными полями . . . 165
§ 1. Скрещенные произведения . . . 165
1.1. Максимальные сепарабельные подполя тел . . . 165
1.2. Обобщенные скрещенные произведения . . . 165
1.3. Скрещенные произведения . . . 167
1.4. Простейшие свойства скрещенных произведений . . . 168
1.5. Универсальные конечномерные алгебры с делением . . . 168
1.6. Пример Амицуры тела, не являющегося скрещенным произведением . . . 169
1.7. Общие алгебры с делением . . . 169
1.8. Центры общих алгебр с делением . . . 169
§ 2. Группы Брауэра . . . 171
2.1. Определение . . . 171
2.2. Группы Брауэра специальных полей . . . 171
2.3. Проконечные группы и их когомологии . . . 172
2.4. Когомологии Галуа и группы Брауэра . . . 175
2.5. Экспоненты . . . 177
2.6. Алгебры экспоненты два . . . 178
2.7. Группы Брауэра и функтор K_2-полей . . . 179
2.8. Простые p-алгебры . . . 180
2.9. Образующие групп Брауэра . . . 181
§ 3. Поля разложения . . . 183
3.1. Алгебраические поля разложения . . . 183
3.2. Трансцендентный случай . . . 184
3.3. Брауэровы поля . . . 185
3.4. Основные свойства брауэровых полей . . . 186
3.5. Многообразия Брауэра – Севери . . . 188
3.6. Общие поля разложения . . . 190
§ 4. Приведенные нормы . . . 191
4.1. Некоммутативные определители . . . 191
4.2. Характеристический и приведенный многочлены элемента простей алгебры . . . 192
4.3. Нормы на простой алгебре . . . 193
4.4. Приведенные нормы: свойства и вычисления . . . 194
Комментарий к главе 2 . . . 195
Глава 3. Тела над специальными полями . . . 196
§ 1. Тела с нормированиями . . . 196
2.4. Основной гомоморфизм и центры тел вычетов . . . 204
2.5. Относительные группы значений . . . 204
2.6. Вполне разветвленные и слабо вполне разветвленные тела . . . 205
2.7. Подъем сепарабельных подтел и тела инерции . . . 208
2.8. Бездефектные тела с сепарабельными телами вычетов . . . 208
2.9. Вполне разветвленные части гензелевых тел . . . 211
2.10. Тела инерции гензелевых тел . . . 213
2.11. Слабо разветвленные тела. Классификация . . . 213
2.12. Экспоненты, поля разложения и специальные поля вычетов . . . 215
§ 3. Тела над полями алгебраических чисел . . . 216
3.1. Локально глобальный метод . . . 216
3.2. Теорема Хассе – Брауэра – Нётер . . . 217
3.3. Теорема Грюнвальда – Ванга . . . 217
3.4. Цикличность тел . . . 218
3.5. Локальные инварианты и закон взаимности . . . 218
3.6. Приведенные нормы . . . 218
3.7. Поля разложения . . . 219
3.8. Норменный локально глобальный принцип для подполей в телах . . . 219
§ 4. Тела над квазиалгебраическими замкнутыми и C_i-полями . . . 220
4.1. Квазиалгебраически замкнутые поля . . . 220
4.2. Теорема Тзена . . . 221
4.3. C_i-поля . . . 221

4.4. C_2^0-поля . . . 221
4.5. Экспонента и индекс . . . 222
§ 5. Тела над полями рациональных функций . . . 223
5.1. Локальные инварианты . . . 223
5.2. Принцип Хассе . . . 223
5.3. Специальные случаи . . . 226
5.4. Рациональные поля разложения и расслоения на коники . . . 227
§ 6. Тела над полями алгебраических функций одной переменной. Группа Брауэра . . . 228
6.1. Тела алгебраических функций одной переменной . . . 228
6.2. Группы Брауэра полей алгебраических функций . . . 232
6.3. Тела над полями вещественных алгебраических функций . . . 236
Комментарий к главе 3 . . . 237
Глава 4. Мультипликативное строение тел и приведенная K-теория . . . 238
§ 1. Мультипликативное строение тел над локальными и глобальными полями . . . 238
1.1. Специальная линейная группа тела . . . 238
1.2. Нормальное строение над локальными полями . . . 238
1.3. Мультипликативное строение над глобальными полями . . . 239
§ 2. Приведенная K-теория . . . 240
2.1. Приведенная группа Уайтхеда . . . 240
2.2. Общие свойства приведенной группы Уайтхеда . . . 241
2.3. SK_1 для тел над гензелевыми полями . . . 242
2.4. Явные конструкция и точные формулы . . . 242
2.5. Бесконечность SK_1 и обратная задача приведенной K-теории . . . 244
2.6. Теорема существования . . . 244
2.7. Стабильность в приведенной K-теории . . . 245
2.8. Приложения приведенной K-теории . . . 246
§ 3. Мультипликативные свойства тел с инволюциями . . . 248
3.1. Общие свойства тел с инволюциями . . . 248
3.2. Тела с инволюциями и унитарные группы . . . 249
3.3. Приведенная унитарная K-теория . . . 250
3.4. Гипотеза Дьедонне и эрмитова K-теория . . . 251
3.5. Группы Уайтхеда алгебраических групп . . . 254
Комментарий к главе 4 . . . 255
Литература . . . 255

Год издания 1991

Том 81
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ — 6
Консультирующие редакторы-составители:
академик АН СССР Ю.В. Прохоров, академик АН Литвы В. Статулявичус

УДК 519.21

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 8
Предельные теоремы классического типа для сумм независимых случайных величин (В.В. Петров) . . . 10
Глава 1. Центральная предельная теорема и ее уточнения . . . 10
§ 1.1. Теоремы Ляпунова, Линдеберга и Феллера . . . 10
§ 1.2. Неравенства Эссеена и Берри – Эссеена . . . 12
§ 1.3. Обобщения неравенства Эссеена . . . 14
§ 1.4. Асимптотические разложения в центральной предельной теореме . . . 17
§ 1.5. Неравномерные оценки . . . 18
§ 1.6. Оценки скорости сходимости: необходимые и достаточные условия . . . 20
Глава 2. Законы больших чисел . . . 21
§ 2.1. Слабый закон больших чисел . . . 21
§ 2.2. Усиленный закон больших чисел . . . 23
§ 2.3. Приближение сумм независимых случайных величин суммами независимых нормально распределенных случайных величин . . . 27
Глава 3. Закон повторного логарифма . . . 29
§ 3.1. Теоремы Колмогорова и Хартмана – Винтнера . . . 29

§ 3.2. О связи между законом повторного логарифма и центральной предельной теоремой 31
§ 3.3. Обобщенный закон повторного логарифма 32
Литература 35
Точность гауссовской аппроксимации в банаховых пространствах (В. Бенткус, Ф. Гетце, В. Паулаускас, А. Рачкаускас) 39
Введение и обозначения 39
Глава 1. Скорость сходимости 44
§ 1.1. Метод Фурье 44
§ 1.2. Метод Линдеберга 59
§ 1.3. Метод интегрирования по частям 69
§ 1.4. Метод конечномерной аппроксимации 73
§ 1.5. Скорость сходимости в метрике Прохорова и в BL-метрике 88
Глава 2. Асимптотические разложения 92
§ 2.1. Короткие разложения 92
§ 2.2. Гладкий случай 96
§ 2.3. Асимптотические разложения для вероятностей 105
§ 2.4. Асимптотические разложения в локальной теореме 110
Глава 3. Применения 111
§ 3.1. Статистики Крамера – фон Мизеса 111
§ 3.2. L-статистики 118
§ 3.3. Статистики Колмогорова – Смирнова 121
§ 3.4. Скорость сходимости для общих эмпирических процессов 123
Литература 126
Аппроксимация распределений сумм слабо зависимых случайных величин нормальным распределением (П. Сунклодас) 140
§ 1. Условия слабой зависимости и неравенства для ковариаций 140
§ 2. Оценка скорости сходимости в центральной предельной теореме для слабо зависимых случайных величин 143
2.1. Введение и обозначения 143
2.2. Оценка $\|\triangle_n(x)\|$ 150
2.3. Оценка $d_i^{(p)}$ и d_{BL} 157
2.4. Оценка Δ_n 163
2.5. О методе Хейнриха для m-зависимых случайных величин 172
§ 3. Оценка скорости сходимости в центральной предельной теореме для слабо зависимых случайных полей 177
Литература 183
Уточнения центральной предельной теоремы для однородных цепей Маркова (П. Гудинас) 200
§ 1. Введение 200
§ 2. Результаты для B-регулярных цепей 204
§ 3. Доказательство теоремы 1 210
§ 4. Случай харрисовских цепей Маркова 213
Литература 216
Предельные теоремы о больших уклонениях (Л. Саулис, В. Статулявичус) 219
Предисловие 219
Глава 1. Основные леммы 220
Введение 220
§ 1.1. Общие леммы об аппроксимации функции распределения произвольной случайной величины с нормальным распределением 226
§ 1.2. Основные моменты доказательства лемм 1.4 и 1.5 231
Глава 2. Теоремы больших уклонений для сумм независимых случайных величин 242
Глава 3. Теоремы больших уклонений для сумм зависимых случайных величин 251
§ 3.1. Оценки центрированных моментов k-го порядка случайных процессов с перемешиванием . . 252
§ 3.2. Оценки смешанных семиинвариантов для случайных процессов с перемешиванием 256
§ 3.3. Оценки семиинвариантов сумм зависимых случайных величин 260
§ 3.4. Теоремы и неравенства больших уклонений для сумм зависимых случайных величин . . . 264
Глава 4. Теоремы больших уклонений для полиномиальных форм, полиномиальных оценок Питмэна, U-статнстик, кратных стохастических интегралов и для оценок спектра стационарной последовательности 269
§ 4.1. Оценки семиинвариантов и теоремы больших уклонений для полиномиальных форм, полиномиальных оценок Питмэна и U-статистик 269
§ 4.2. Оценки семиинвариантов и теоремы больших уклонений для кратных стохастических интегралов и для оценок спектра стационарной последовательности 275
Глава 5. Метод семиинвариантов в центральной предельной теореме для сумм зависимых случайных величин 294
Литература 302
Именной указатель 313
Предметный указатель 319

Год издания 1991

Том 82

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ — 7

Консультирующие редакторы-составители:

акад. РАН А.А.Боровков, акад. РАН Ю.В.Прохоров

УДК 519.21

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ДЛЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

А.А.Боровков, А.А.Могульский, А.И.Саханенко

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
Часть I. Общие теоремы сходимости случайных процессов . . . 10
§Глава 1. Три подхода к получению общих теорем сходимости . . . 10
§ 1. Введение . . . 10
§ 2. Сходимость случайных процессов и слабая сходимость мер в метрических пространствах . . . 12
§ 3. Метод одного вероятностного пространства . . . 15
§ 4. Аппроксимативный метод . . . 17
§Глава 2. Сходимость распределений произвольных классов функционалов . . . 20
§ 1. Введение и постановка задачи . . . 20
§ 2. $\mathcal{F}$-сходимость как слабая сходимость мер в σ-топологических пространствах . . . 22
§ 3. Замечания о сходимости мер в обычных топологических пространствах . . . 28
§ 4. Общие замечания о слабой сходимости мер в о-топологических пространствах . . . 29
§ 5. О сходимости сетей зарядов . . . 30
§ 6. О сходимости сетей мер . . . 33
§ 7. Условия, обеспечивающие свойство (cM_σ). Теоремы сходимости мер в топологических пространствах. Условия сходимости к плотной мере . . . 37
§ 8. Случай метрического пространства . . . 42
§ 9. Теоремы сходимости к предельным мерам, сосредоточенным на подпространстве . . . 44
§ 10. Характеристические функционалы . . . 46
§ 11. Случайные процессы. Условия сходимости, связанные с цилиндрическими множествами . . . 48
§Глава 3. Условия сходимости распределений конкретных классов функционалов от случайных процессов . . . 50
§ 1. C, C_α и D-сходимости (сходимость случайных процессов, когда траектории предельных процессов лежат в одном из пространств C, C_α, D) . . . 50
§ 2. E и F-сходимость . . . 56
§ 3. L_2-сходимость и сходимость распределений интегральных функционалов . . . 60
§ 4. Сходимость распределений функционалов от процессов, заданных на неограниченной оси . . . 64
Часть II. Теоремы сходимости для процессов в конкретных функциональных пространствах . . . 71
§Глава 4. Предельные теоремы для процессов специального вида, заданных на ограниченном интервале времени 71
§ 1. Основные типы рассматриваемых процессов, условия регулярности и компактности . . . 71
§ 2. Условия сходимости произвольных процессов к диффузии . . . 81
§ 3. Условия сходимости произвольных процессов к процессу с независимыми приращениями . . . 84
§ 4. Условия сходимости произвольных процессов к решению стохастического дифференциального уравнения 87
§ 5. Сходимость сумм случайных процессов к гауссовским процессам . . . 89
§ 6. Сходимость марковских процессов (процессов с независимыми приращениями, решений стохастических дифференциальных уравнений, диффузионных процессов) . . . 90
§ 7. Предельные теоремы для процессов и мартингальный подход . . . 95
§Глава 5. Принцип инвариантности (функциональная центральная предельная теорема) . . . 97
§ 1. Принцип инвариантности Донскера . . . 97
§ 2. О построении случайных ломаных . . . 98
§ 3. Принцип инвариантности Прохорова . . . 101
§ 4. Принцип инвариантности для слабозависимых случайных величин . . . 102
§ 5. Принцип инвариантности для мартингалов . . . 104
§ 6. О многомерном принципе инвариантности . . . 105
§Глава 6. Сходимость распределений процессов, заданных на всей оси . . . 107
§ 1. V-непрерывные функционалы и последовательности сумм . . . 107
§ 2. Λ-непрерывные функционалы от последовательностей и сумм . . . 108
§ 3. Принцип инвариантности на всей оси . . . 109
§ 4. $\mathcal{F}_\pi$-сходимость процессов . . . 110
Часть III. Оценки скорости сходимости и большие уклонения . . . 112
§Глава 7. Скорость сходимости в предельных теоремах и расстояние Прохорова . . . 112
§ 1. Введение . . . 112
§ 2. Расстояние Прохорова . . . 113
§ 3. Близость распределений случайных элементов и расстояние Прохорова . . . 115
§ 4. Метод одного вероятностного пространства и расстояние Прохорова . . . 116
§Глава 8. Оценки скорости сходимости в принципе инвариантности . . . 120
§ 1. Постановка задач . . . 120
§ 2. Оценки близости траекторий для одинаково распределенных случайных величин . . . 121
§ 3. Оценки близости траекторий для разнораспределенных слагаемых . . . 122

§ 4. Оценки близости рядов . . . 123
§ 5. Оценки в принципах инвариантности Донскера и Прохорова . . . 124
§ 6. Оценки в принципе инвариантности Штрассена . . . 126
§ 7. Об оценках снизу . . . 127
§ 8. О методах одного вероятностного пространства в принципе инвариантности . . . 129
§ 9. Оценки в принципе инвариантности без метода одного вероятностного пространства . . . 131
§ 10. Краткий исторический очерк . . . 135
§Глава 9. Большие уклонения случайных процессов . . . 137
§ 1. Постановка задачи. Принцип двойственности в грубых теоремах о больших уклонениях . . . 137
§ 2. Аналог теоремы Прохорова о больших уклонениях . . . 145
§ 3. Грубые теоремы о больших уклонениях для случайных ломаных, порожденных суммами случайных векторов . . . 149
§ 4. Принцип инвариантности и большие уклонения . . . 152
§ 5. Грубые теоремы о больших уклонениях для процессов с независимыми приращениями и эмпирических функций распределения . . . 156
§ 6. Грубые теоремы о больших уклонениях марковских процессов . . . 161
§ 7. Грубые теоремы о больших уклонениях для эмпирических мер, построенных по марковским процессам 164
§ 8. Точные теоремы о больших уклонениях в граничных задачах для случайных блужданий . . . 168
§Глава 10. Малые уклонения случайных процессов . . . 173
§ 1. Постановка задачи о малых уклонениях . . . 173
§ 2. Теоремы о малых уклонениях для винеровского процесса . . . 176
§ 3. Принцип инвариантности для малых уклонений . . . 183
Литература . . . 188

Год издания 1995

Том 83
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ — 8
Консультирующий редактор-составитель
академик АН СССР Ю.В. Прохоров

УДК 519.2

КВАНТОВАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ И КВАНТОВАЯ СТАТИСТИКА

А.С. Холево

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . 7
Введение . . . 9
0.1. Конечномерные системы . . . 9
0.2. Общие постулаты статистического описания . . . 11
0.3. Классические и квантовые системы . . . 12
0.4. Рандомизация в классической и квантовой статистике . . . 14
0.5. Выпуклая геометрия разложений единицы и фундаментальные пределы точности . . . 15
0.6. Проблема соответствия . . . 16
0.7. Повторные и непрерывные измерения . . . 16
0.8. Необратимая динамика . . . 18
0.9. Квантовые случайные процессы . . . 18
Глава 1. Стандартная статистическая модель квантовой механики . . . 19
§ 1. Основные понятия . . . 19
1.1. Операторы в гильбертовом пространстве . . . 19
1.2. Оператор плотности . . . 21
1.3. Спектральная мера . . . 22
1.4. Статистический постулат . . . 22
1.5. Совместимые наблюдаемые . . . 23
1.6. Простейший пример . . . 25
§ 2. Симметрии, кинематика, динамика . . . 27
2.1. Группы симметрии . . . 27
2.2. Однопараметрические группы . . . 28
2.3. Соотношения Г. Вейля . . . 29
2.4. Гауссовские состояния . . . 32
§ 3. Составные системы . . . 33

3.1. Тензорное произведение гильбертовых пространств . . . 33
3.2. Произведение квантовых состояний . . . 34
3.3. Независимость и предельные теоремы . . . 35
§ 4. Проблема скрытых параметров . . . 37
4.1. Скрытые параметры и квантовая дополнительность . . . 37
4.2. Скрытые параметры и квантовая целостность . . . 39
4.3. Структура множества квантовых корреляций . . . 42
Глава 2. Статистика квантовых измерений . . . 43
§ 1. Обобщенные наблюдаемые . . . 43
1.1. Разложения единицы . . . 43
1.2. Обобщенная статистическая модель квантовой механики . . . 45
1.3. Геометрия множества обобщённых наблюдаемых . . . 47
§ 2. Квантовая теория статистических решений . . . 49
2.1. Проверка гипотез . . . 49
2.2. Байесовская задача . . . 50
2.3. Пропускная способность квантового канала связи . . . 53
2.4. Общая формулировка . . . 55
2.5. Квантовые неравенства Рао – Крамера . . . 57
§ 3. Ковариантные наблюдаемые . . . 60
3.1. Формулировка проблемы . . . 60
3.2. Структура ковариантного разложения единицы . . . 61
3.3. Обобщенные системы импримитивности . . . 62
3.4. Случай абелевой группы . . . 63
3.5. Каноническая сопряженность в квантовой механике . . . 65
3.6. Локализуемость . . . 68
Глава 3. Эволюция открытой системы . . . 69
§ 1. Преобразования квантовых состояний и наблюдаемых . . . 69
1.1. Вполне положительные отображения . . . 69
1.2. Операции, динамические отображения . . . 71
1.3. Условные ожидания . . . 73
§ 2. Квантовые динамические полугруппы . . . 74
2.1. Определение и примеры . . . 74
2.2. Инфинитезимальный оператор . . . 75
2.3. Свойство консервативности . . . 77
2.4. Ковариантные эволюции . . . 79
2.5. Эргодические свойства . . . 80
2.6. Расширения динамических полугрупп . . . 81
Глава 4. Последовательные и непрерывные процессы измерения . . . 85
§ 1. Статистика последовательных измерений . . . 85
1.1. Понятие инструмента . . . 85
1.2. Представление вполне положительного инструмента . . . 87
1.3. Три уровня описания квантовых измерений . . . 89
1.4. Воспроизводимость . . . 90
1.5. Измерения непрерывных наблюдаемых . . . 91
§ 2. Процессы непрерывного измерения . . . 93
2.1. Неразрушающие измерения . . . 93
2.2. “Квантовый парадокс Зенона” . . . 95
2.3. Предельная теорема для сверток инструментов . . . 96
2.4. Сверточные полугруппы инструментов . . . 98
2.5. Инструментальные процессы . . . 100
Глава 5. Процессы в пространстве Фока . . . 103
§ 1. Квантовое стохастическое исчисление . . . 103
1.1. Основные определения . . . 103
1.2. Стохастический интеграл . . . 105
1.3. Квантовая формула Ито . . . 108
1.4. Квантовые стохастические дифференциальные уравнения . . . 110
§ 2. Расширения в пространстве Фока . . . 113
2.1. Винеровский и пуассоновский процессы в пространстве Фока . . . 114
2.2. Стохастические эволюции и расширения динамических полугрупп . . . 116
2.3. Расширения инструментальных процессов . . . 119
2.4. Стохастические представления процессов непрерывного измерения . . . 121
2.5. Нелинейные стохастические уравнения апостериорной динамики . . . 123
Литература . . . 125
Именной указатель . . . 266
Предметный указатель . . . 268

УДК 519.2

ЕСТЕСТВЕННАЯ ГЕОМЕТРИЯ СЕМЕЙСТВ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАКОНОВ

Е.А. Морозова, Н.Н. Ченцов

СОДЕРЖАНИЕ

§ 0. Введение. Исторические замечания . . . 133
§ 1. Задача статистической точечной оценки как обратная задача теории вероятностей . . . 140
§ 2. Категория статистических решающих правил и эквивалентность статистических экспериментов . 144
§ 3. Инварианты пары распределений вероятностей и информационные количества . . . 153
§ 4. Задача различения нескольких простых гипотез . . . 161
§ 5. Аддитивный инвариантный тензор информации Фишера . . . 167
§ 6. Инвариантные линейные связности в многообразиях распределений вероятностей . . . 172
§ 7. Канонические экспоненциальные семейства распределений вероятностей . . . 181
§ 8. Несимметричная пифагорова геометрия информационных количеств . . . 190
§ 9 Параметрическая задача статистического оценивания. Неравенство информации . . . 195
§ 10. Параметрическая задача статистического оценивания. Интегральное неравенство информации . 208
§ 11. Параметрическая задача статистического оценивания. Асимптотически оптимальные оценки . . 226
§ 12. Бесконечномерные квазиоднородные многообразия распределений вероятностей. Информационные поперечники . . . 240
§ 13. Геометризация статистической теории (краткий библиографический обзор) . . . 256
Литература . . . 257
Именной указатель . . . 270
Предметный указатель . . . 272

Год издания 1991

Том 85
КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ. ОДНА ПЕРЕМЕННАЯ — 1

Консультирующий редактор-составитель
академик А.А. Гончар

УДК 517.947.2

I. ЦЕЛЫЕ И МЕРОМОРФНЫЕ ФУНКЦИИ

А.А. Гольдберг, Б.Я. Левин, И.В. Островский

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 7
Глава 1. Общие теоремы об асимптотическом поведении целых и мероморфных функций (А.А. Гольдберг, Б.Я. Левин, И.В. Островский) . . . 8
§ 1. Характеристики асимптотического поведения целых функций . . . 8
§ 2. Связь роста и убывания . . . 17
§ 3. Связь индикатора целой функции с особенностями ее преобразования Бореля . . . 22
§ 4. Теория Вимана – Валирона . . . 26
Глава 2. Связь роста целой функции с распределением ее нулей (Б.Я. Левин. И.В. Островский) . . . 33
§ 1. Классические результаты . . . 33
§ 2. Целые функции вполне регулярного роста . . . 35
§ 3. Целые функции экспоненциального типа с ограничениями на вещественной оси . . . 40
§ 4. Исключительные множества . . . 42
§ 5. Двучленные асимптотики . . . 45
§ 6. Аппроксимация субгармонической функции логарифмом модуля целой . . . 46
§ 7. Связь роста и распределения нулей с коэффициентами Фурье . . . 47
Глава 3. Предельные множества для целых и субгармонических функций (В.С. Азарин) . . . 52
§ 1. Основные понятия и теоремы . . . 52
§ 2. Предельные множества и их связь с другими характеристиками . . . 55
§ 3. Применения предельных множеств . . . 58
Глава 4. Интерполирование целыми функциями (Б.Я. Левин. В.А. Ткаченко) . . . 68
§ 1. Интерполяционный ряд Ньютона . . . 70
§ 2. Интерполяционный ряд Абеля – Гончарова . . . 75
§ 3. Проблема моментов А.О. Гельфонда . . . 80
§ 4. Интерполяционный ряд Лагранжа . . . 84

§ 5. Метод интерполяции, основанный на решении $\overline{\partial}$-проблемы . . . 89
§ 6. Интерполяционный процесс Лагранжа в некоторых нормированных пространствах . . . 93
Глава 5. Распределение значений мероморфных функций (А.А. Гольдберг) . . . 99
§ 1. Основные теоремы Неванлинны. Неванлинновские дефектные значения и дефектные функции . . . 99
§ 2. Обратные задачи теории распределения значений . . . 103
§ 3. Теория Альфорса . . . 106
§ 4. Валироновские дефектные значения . . . 109
§ 5. Исключительные значения в смысле В.П. Петренко . . . 110
§ 6. Асимптотические кривые, асимптотические значения . . . 112
§ 7. Лучи Жюлиа и Бореля. Круги наполнения . . . 115
§ 8. Близость a-точек . . . 118
§ 9. Распределение значений производных мероморфных функций . . . 121
§ 10. Распределение значений по аргументам . . . 124
§ 11. Распределение значений специальных классов мероморфных функций . . . 128
§ 12. Целые кривые . . . 134
Глава 6. Целые и мероморфные решения обыкновенных дифференциальных уравнений (А.Э. Еременко) . . . 138
§ 1. Нелинейные алгебраические дифференциальные уравнения с мероморфными решениями . . . 140
§ 2. Линейные дифференциальные уравнения . . . 147
Глава 7. Некоторые применения теории целых функций (И.В. Островский) . . . 151
§ 1. Краевая задача Римана с бесконечным индексом . . . 151
§ 2. Арифметика вероятностных распределений . . . 158
§ 3. Целые характеристические хребтовые функции . . . 165
Литература . . . 168

УДК 517.548

II. ПОЛИАНАЛИТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ИХ ОБОБЩЕНИЯ

М.Б. Балк

СОДЕРЖАНИЕ

Введение . . . 188
§ 1. Единственность. Интегральные представления. Неизолированные нули . . . 189
1.1. Терминология . . . 189
1.2. Внутренние теоремы единственности . . . 193
1.3. Интегральные представления п. а. функций . . . 194
1.4. Принцип максимума модуля . . . 196
1.5. Бианалитическое уравнение аналитической дуги . . . 198
1.6. Строение множества неизолированных нулей п. а. функций . . . 199
1.7. Кратность неизолированного нуля п. а. функции . . . 199
1.8. Вырожденные п. а. функции . . . 200
§ 2. Целые полианалитические функции . . . 201
2.1. П. а. многочлены . . . 202
2.2. Факторизация целых п. а. функций . . . 204
2.3. Теоремы пикаровского типа для целых п. а. функций . . . 208
2.4. Вырожденные целые п. а. функции . . . 210
§ 3. Полианалитические функции в окрестностях их изолированных, особых точек и в круге . . . 212
3.1. Изолированные особенности п. а. функций . . . 212
3.2. Факторизация п. а. функция в окрестности ее изолированной особенности. Теоремы пикаровского типа 215
3.3. Факторизация п. а. функции в круге . . . 217
3.4. Квазинормальные семейства n-аналитических функций . . . 219
3.5. Сопряженно аналитические функции в окрестности изолированной особенности . . . 222
3.6. О полимероморфных функциях. Двоякопериодические п. а. функции . . . 223
§ 4. Граничные свойства полианалитических функций . . . 224
4.1. Согласованная функция . . . 224
4.2. П. а. функции в круговых секторах . . . 226
4.3. Существование угловых пределов . . . 226
4.4. П. а. функции в нерациональных образах круга . . . 228
4.5. Единственность и факторизация п. а. функций с нулевыми угловыми пределами . . . 229
4.6. П. а. функции с нулевыми радиальными пределами . . . 230
§ 5. Обобщения полианалитических функций . . . 232
5.1. Метааналитические функции . . . 232
5.2. Модули полианалитического типа . . . 234
5.3. Гильбертовы пространства п. а. функций . . . 238
Литература . . . 240

Год издания 1991

Серия
СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ.
НОВЕЙШИЕ ДОСТИЖЕНИЯ
ЗА ПЕРИОД 1973-1992 ГГ.

Научный редактор член-корреспондент АН СССР Р.В. Гамкрелидзе

Том 1

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.В. Манин. Десятая проблема Гильберта 5
§ 1. Неформальное описание результатов 5
§ 2. Алгоритмы и рекурсивные функции 10
§ 3. План доказательства 13
§ 4. Перечислимые множества примитивно-перечислимы 17
§ 5. Примитивно-перечислимые множества являются D-множествами 21
§ 6. D-множества являются диофантовыми. если графики экспоненты, факториала и биномиальных коэффициентов диофантовы 23
§ 7. Конструкция специального диофантова множества 26
§ 8. График экспоненты диофантов 32
§ 9. Графики факториала и биномиальных коэффициентов диофантовы 33
§ 10. Теорема Гёделя 35
Библиография 37

А.Т. Фоменко. Геометрические вариационные задачи 39
Введение 39
1. Формулировка проблемы С.Н. Бернштейна и теорема Саймонса 40
2. Интегральные потоки 42
3. Проблема Бернштейна при $n \leq 8$ 47
4. Внутренняя регулярность 50
5. Проблема Бернштейна при $n \geq 9$ 53
6. Внутренняя регулярность и конусы C_{2m-1} 55
Библиография 59

В.С. Владимиров. Преобразование Лапласа обобщённых функций медленного роста 61
Библиография 84

В.П. Маслов, М.В. Федорюк. Канонический оператор (Вещественный случай) 85
Введение 85
§ 1. Метод стационарной фазы. Преобразование Лежандра 91
§ 2. λ-псевдодифференциальные операторы 99
§ 3. Характеристическое уравнение и бихарактеристики 106
§ 4. Лагранжевы многообразия и канонические преобразования 119
§ 5. Преобразование Фурье λ-псевдодифференциального оператора 130
§ 6. Предканонический оператор 135
§ 7. Индекс кривой на лагранжевом многообразии 144
§ 8. Канонический оператор 153
§ 9. Асимптотика собственных значений самосопряженных $lambda$-псевдодифференциальных операторов 162
Библиография 165

В.П. Маслов, Б.Ю. Стернин. Канонический оператор (Комплексный случай) 169
Глава I. Канонический оператор 170
§ 1. Лагранжевы многообразия с мнимым ростком 170
§ 2. Действие 175
§ 3. Якобиан и индекс 180
§ 4. Канонический оператор 181
Глава II. Инвариантность канонического оператора 182
§ 1. Формулировки основных теорем 182
§ 2. Доказательство предложения 2.1 183
§ 3. Доказательство предложения 2.2 186
Глава III. Коммутация канонического оператора и оператора Гамильтона 189
§ 1. Ассоциация канонического оператора и оператора Гамильтона. Формулировка основной теоремы . 189
§ 2. Некоторые подготовительные вычисления 190
§ 3. Оператор Гамильтона – Якоби 192

§ 4. Оператор переноса . . . 192
Библиография . . . 195

Год издания 1973

Том 2

СОДЕРЖАНИЕ

А.Е. Залесский, А.В. Михалев. Групповые кольца . . . 5
Введение . . . 5
Основные обозначения . . . 6
Глава I. Свойства элементов и идеалов групповых колец . . . 8
§ 1. Начальные сведения о групповых кольцах . . . 8
§ 2. Особые элементы в групповых кольцах . . . 15
§ 3. Структурные отображения . . . 30
§ 4. Фундаментальный идеал . . . 34
§ 5. Нильпотентные идеалы и нильидеалы групповых колец . . . 39
§ 6. Квазирегулярные идеалы и радикал Джекобсона группового кольца. Полупростота групповых колец 43
§ 7. Групповые кольца нильпотентных и разрешимых групп . . . 51
§ 8. Групповые кольца свободных групп . . . 55
§ 9. Изоморфизмы и автоморфизмы групповых колец . . . 58
Глава 2. Кольцевые свойства групповых колец . . . 64
§ 10. Регулярные групповые кольца . . . 64
§ 11. Нётеровы групповые кольца . . . 65
§ 12. Полная приводимость групповых колец . . . 67
§ 13. Первичные и полупервичные групповые кольца . . . 67
§ 14. Артиновы, совершенные и полусовершенные групповые кольца . . . 68
§ 15. Самоинъективные и близкие к ним групповые кольца . . . 70
§ 16. Локальные и полулокальные групповые кольца. Локализации групповых колец . . . 72
§ 17. Групповые кольца с полиномиальным тождеством . . . 75
§ 18. Гомологические размерности групп и групповых колец . . . 78
§ 19. Разное . . . 81
Глава 3. Представления бесконечных групп . . . 83
§ 20. Регулярный модуль. Индуцированный и импримитивный модули . . . 83
§ 21. Тензорные произведения . . . 86
§ 22. Примитивные идеалы групповых колец . . . 88
§ 23. Бесконечномерные представления групп . . . 92
§ 24. Многообразия представлений . . . 97
Библиография . . . 101
Б.Н. Делоне, Р.В. Галиулин, М.И. Штогрин. О типах Бравэ решеток . . . 119
Часть 1. 3-мерные решетки . . . 120
Глава 1. Геометрический вывод результатов Бравэ . . . 120
§ 1. Движения. Преобразования симметрии . . . 120
§ 2. Некоторые сведения о решетках . . . 121
§ 3. Теорема примитивности параллелепипеда, построенного на 3-х последовательных минимумах решетки 124
§ 4. Некоторые леммы об элементах симметрии решетки . . . 125
§ 5. Вывод 7 голоэдрий . . . 128
§ 6. 14 типов Бравэ решеток . . . 132
Глава 2. Вывод голоэдрий и типов Бравэ решеток при помощи области Дирихле . . . 136
§ 1. Области Дирихле. Разбиение Дирихле . . . 136
§ 2. Вывод 5 типов трехмерных параллелоэдров Дирихле способом слоев . . . 137
§ 3. Характеристические параллелепипеды . . . 141
§ 4. Вызод 14 параллелепипедов Бравэ . . . 144
Глава 3. Теория приведения и сорта решеток . . . 146
§ 1. Задача приведения и историческая справка . . . 146
§ 2. Приведение двумерной решетки по Лагранжу и трехмерной решетки по Зееберу . . . 148
§ 3. Параметры Зеллинга. Символ Делоне . . . 153
§ 4. Приведенный четырехсторонник . . . 155
§ 5. Алгоритм приведения Зеллинга на символе Делоне . . . 159
§ 6. Геометрический смысл приведенных параметров Зеллинга . . . 161
§ 7. Приведение к реперу, построенному на 3-х последовательных минимумах решетки . . . 163
§ 8. Сорта решеток . . . 166
§ 9. Необходимые и достаточные условия, наложенные на приведенные параметры для того, чтобы решетка принадлежала к тому или другому из 24 сортов . . . 168
§ 10. Нахождение выражений векторов репера Бравэ через векторы исходного основного репера решетки 171
§ 11. Однозначность выбора репера из трех последовательных минимумов . . . 174
Глава 4. Типы Бравэ решеток и полные группы движений, совмещающие решетки с собой . . . 177
§ 1. Задание движений, совмещающих решетка с собой скобкой (g, t) . . . 177
§ 2. Две теоремы об изоморфизме полных групп движений, совмещающих решетки с собой . . . 178

§ 3. О совпадения классификации Бравэ решеток на 14 типов с абстрактной классификацией полных групп совмещений решеток с собой . . . 180
Часть II. n-мерное исследование n-мерных решеток . . . 182
Глава 5. Квадратичные формы, n-мерные решетки и конечные группы целочисленных матриц . . . 182
§ 1. Метрическая матрица репера . . . 182
§ 2. Взаимно однозначное соответствие между метриками реперов и положительными квадратичными формами 184
§ 3. Векторы смежности. Неравенство Корина и Золотарева . . . 185
§ 4. Основная теорема о приспособленном репере . . . 187
§ 5. Теорема Машке . . . 189
§ 6. Теорема Жордана . . . 189
Глава 6. Связь конечных групп целочисленных матриц с типами Бравэ решеток. Геометрические голоэдрии 190
§ 1. Вторая теорема Бибербаха . . . 190
§ 2. Типы Бравэ решеток. Классы Бравэ. Сингонии . . . 192
§ 3. О геометрических голоэдриях . . . 194
§ 4. О выводе типов Бравэ решеток при помощи центрировок . . . 196
§ 5. Об энантиоморфных решетках . . . 199
Часть III. N-мерный метод в исследовании n-мерных решеток . . . 201
Глава 7. Пространство параметров положительных квадратичных форм . . . 201
§ 1. Конус K положительных квадратичных форм . . . 201
§ 2. Дискриминантная поверхность . . . 202
§ 3 Группа $\{G\}$ эквивалентности конуса K . . . 203
§ 4. Теория приведения . . . 205
§ 5. Расположение 24 сортов 3-мерных решеток в замыкании области приведения Вороного . . . 209
Глава 8. Многообразия Бравэ . . . 216
§ 1. О многообразиях Бравэ и их приведенных частях . . . 216
§ 2. Связь многообразий Бравэ с арифметическими голоэдриями и сингониями . . . 218
§ 3. Вывод типов Бравэ 4-мерных решеток, данный Вондрачеком, Нойбюсером и Бюловым . . . 220
§ 4. Приведение в многообразии Бравэ . . . 222
Глава 9. Совершенный полиэдр Вороного и его применение . . . 226
§ 1. Совершенные решетки . . . 226
§ 2. Задание квадратичной формы плоскостью . . . 227
§ 3. Полиэдр Вороного . . . 229
§ 4. Конечность числа неэквивалентных граней полиэдра Вороного . . . 230
§ 5. Нахождение всех неэквивалентных $N-1$-мерных граней полиэдра Вороного принципом Эрмита . 231
§ 6. О приведении Вороного по совершенным формам . . . 233
§ 7. Применение полиэдра Вороного в теории конечных групп n-мерных целочисленных матриц . . 235
Глава 10. Применение абсолютного приведения к разысканию типов Бравэ n-мерных решеток . . . 237
§ 1. Абсолютизация приведения . . . 237
§ 2. Алгоритм разыскания n-мерных типов Бравэ при помощи абсолютных граней . . . 240
§ 3. N-мерный вывод типов Бравэ трехмерных решеток . . . 242
§ 4. Абсолютизированная область приведения Вороного для $n=3$ . . . 251
Библиография . . . 252

Год издания 1973

Том 3

СОДЕРЖАНИЕ

1. Ю.И. Мании Ю. И. p-Адические автоморфные функции . . . 5
Введение . . . 5
Глава I. Функции Якоби – Тэйта . . . 7
§ 1. Основные соглашения . . . 7
§ 2. p-адические ряды Лорана . . . 8
§ 3. Функции Якоби – Тэйта . . . 15
Глава II. Абелевы функции . . . 19
§ 1. Ряды Лорана от многих переменных . . . 19
§ 2. Периоды, поляризации, тэта-функции . . . 22
§ 3. Поле абелевых функций . . . 27
Глава III. Группы и функции Шоттки . . . 31
§ 1. Группы Шоттки . . . 31
§ 2. Дивизоры и автоморфные функции . . . 37
§ 3. Аналитический якобиан группы Шоттки . . . 46
§ 4. Дерево группы $PGL(2)$ . . . 49
§ 5. Координаты, круги, двойные отношения . . . 55
§ 6. Действие группы Шоттки на дерево . . . 59
§ 7. Поляризация аналитического якобиана группы Шоттки . . . 69
§ 8. Схемы Мамфорда . . . 72
§ 9. Конструкция формальных факторов . . . 76

Глава IV. p-адические аналитические пространства и формальные схемы . . . 80
§ 1. Аффиноидные пространства . . . 80
§ 2. Аналитические пространства . . . 84
§ 3. Связь с формальными схемами . . . 86
§ 4. Алгебраизация аналитических объектов . . . 88
Библиография . . . 91

2. Л.Д. Фаддеев. Обратная задача квантовой теории рассеяния. II . . . 93

Введение . . . 93
Глава I. Одномерный оператор Шрёдингера . . . 105
§ 1. Фундаментальная система решений уравнения Шрёдингера . . . 105
§ 2. Теория рассеяния . . . 112
§ 3. Вольтерровы операторы преобразования . . . 119
§ 4. Уравнения Гельфанда – Левитана . . . 122
§ 5. Исследование обратной задачи . . . 126
§ 6. Частные случаи решения обратной задачи . . . 134
Глава II. Простые обобщения и приложения . . . 139
§ 1. Потенциалы с различными асимптотиками на бесконечности . . . 139
§ 2. Каноническая система . . . 144
§ 3. Формула следов . . . 147
§ 4. Нелинейные эволюционные уравнения . . . 151
Глава III. Трехмерный оператор Шрёдингера . . . 156
§ 1. Теория рассеяния . . . 157
§ 2. В поисках вольтерровых операторов преобразования . . . 161
§ 3. Нормирующие множители для решений $u_t(x,k)$ . . . 165
§ 4. Дифференциальные уравнения по параметру γ . . . 168
§ 5. Исследование обратной задачи . . . 173
Библиография . . . 178

3. Ю.А. Розанов. Обновляющие процессы и проблема факторизации . . . 181

Глава I. Общие понятия и некоторые примеры . . . 181
§ 1. Основная проблема теории обновляющих процессов . . . 181
§ 2. Регулярные процессы и проблемы факторизации . . . 188
Глава II. Регулярные стационарные процессы . . . 197
§ 1. Структурный тип регулярного стационарного процесса . . . 197
§ 2. Представление Вольда и факторизация спектральной плотности . . . 201
§ 3. Кратность регулярного стационарного процесса . . . 207
§ 4. Некоторые условия регулярности . . . 210
Глава III. Эквивалентные случайные процессы . . . 223
§ 1. Понятие эквивалентности. Вероятностная интерпретация в случае гауссовских распределений . . . 223
§ 2. Эквивалентность стационарных процессов . . . 233
§ 3. Случайные процессы, эквивалентные винеровскому процессу . . . 249
Библиография . . . 254

Год издания 1974

Том 4

СОДЕРЖАНИЕ

1. А.Г. Витушкин. Равномерные приближения голоморфными функциями 5

§ 1. Полиномиальная выпуклость и голоморфные аппроксимации . . . 5
§ 2. Аппроксимации в C^1 . . . 6
§ 3. Аналитическая емкость множества . . . 8
§ 4. Рациональные аппроксимации в C^1 . . . 8
§ 5. Полиномиально выпуклые компакты в C^n . . . 10
§ 6. Аппроксимации на дугах . . . 11
§ 7. Аппроксимации в C^n . . . 11
Библиография . . . 12

2. Г.М. Хенкин, Е.М. Чирка, Граничные свойства голоморфных функций нескольких комплексных переменных . . . 13

Глава I. Продолжение с границы . . . 13
§ 1. Критерии голоморфной продолжимости . . . 13
§ 2. Локальное продолжение с многообразий . . . 25
Глава II. Существование предельных значений . . . 38
§ 1. Специальные предельные значения . . . 38
§ 2. Обобщения теоремы Фату . . . 43
§ 3. Обобщения теоремы Линделёфа . . . 51
Глава III. Граничные теоремы единственности . . . 56
§ 1. Многообразия единственности . . . 56
§ 2. Множества пика . . . 65

§ 3. Теорема об острие клина . . . 71
Глава IV. Граничные свойства собственных отображений . . . 74
§ 1. Оценки для инвариантной метрики Каратеодори и другие вспомогательные утверждения . . . 75
§ 2. Основные результаты . . . 78
Глава V. Граничные свойства интеграла типа Коши – Лере в строго псевдовыпуклых областях . . . 83
§ 1. Формула Коши – Лере для строго псевдовыпуклых областей . . . 83
§ 2. Оценка интеграла типа Коши – Лере в строго псевдовыпуклых областях . . . 91
§ 3. Интеграл Бергмана в строго псевдовыпуклых областях . . . 98
Глава VI. Ортогональные меры и равномерная аппроксимация . . . 99
§ 1. A-меры и многомерная теорема Ф. и М. Риссов . . . 99
§ 2. Разделение особенностей ограниченных голоморфных функций в строго псевдовыпуклых областях и теоремы аппроксимация . . . 104
Глава VII. Формулы и равномерные оценки для решения $\overline{\partial}$-уравнения . . . 117
§ 1. Обзор результатов . . . 117
§ 2. Некоторые доказательства и примеры . . . 123
Библиография . . . 132

М.С. Мельников, С.О. Синанян. Вопросы теории приближений функций одного комплексного переменного . . . 143

Часть I. Равномерные приближения рациональными функциями . . . 143
Введение . . . 143
Глава I. Аналитическая емкость множества и ее свойства . . . 144
§ 1. Аналитическая емкость множества . . . 144
§ 2. Связь аналитической емкости с мерами. Устранимые особенности . . . 147
§ 3. Оценки функции и коэффициентов Лорана через аналитическую емкость . . . 150
Глава II. Разделение особенностей и конструкция приближений . . . 152
§ 4. Интегральные представления и разбиение единицы . . . 152
§ 5. Приближение функций . . . 154
§ 6. Аддитивность емкости при специальных разбиениях множества . . . 157
Глава III. Оценка интеграла . . . 158
§ 7. Оценка интеграла . . . 158
§ 8. Полуаддитивность аналитической емкости . . . 164
Глава IV. Равномерные приближения рациональными функциями . . . 165
§ 9. Описание функций принадлежащих $R(E)$ . . . 166
§ 10. Критерий равенства алгебр $R(E)$ и $A(E)$ . . . 168
§ 11. Геометрические условия равенства алгебр $R(E)$ и $A(E)$ . . . 168
§ 12. Приближения на нигде не плотных множествах . . . 172
Глава V. Приближения функций с условием Гёльдера . . . 173
§ 13. Метрические свойства аналитической α-емкости . . . 173
§ 14. Приближение функций с условием Гёльдера . . . 180
Глава VI. Свойства алгебр $R(E)$ и $A(E)$ . . . 184
§ 15. Точки пика . . . 184
§ 16. Строение долей Глисона . . . 188
§ 17. Точечная производная . . . 193
§ 18. Точечная ограниченная аппроксимация . . . 194
Часть II. Приближения в среднем . . . 195
Глава I. Приближение многочленами в среднем по площади . . . 195
Введение . . . 195
§ 1. Точки ограниченных значений и полнота многочленов . . . 197
§ 2. Весовые полиномиальные приближения для множеств со внутренними точками . . . 211
§ 3. Полнота многочленов в областях (некаратеодориевых) типа “луночки” . . . 213
Глава II. Приближение аналитическими функциями в среднем . . . 216
§ 4. Введение . . . 216
§ 5. Нелинейная теория потенциала . . . 219
§ 6. Приближение в среднем аналитическими функциями . . . 229
Глава III. . . . 234
§ 7. Инвариантные подпространства, точки ограниченных значений и емкость . . . 234
Глава IV. Распространение свойства единственности аналитических функций на компакты без внутренних точек 240
§ 8. Общие замечания . . . 240
§ 9. Пример А.А. Гончарова . . . 242
Библиография . . . 245

Год издания 1975

Том 5

СОДЕРЖАНИЕ

1. Ю.И. Манин. Проблема континуума 5
Введение 5
§ 1. Задача, результаты, идеи 7
§ 2. Формальные языки 12
§ 3. Язык теории вещественных чисел 17
§ 4. Булева функция истинности 19
§ 5. Невыводимость континуум-гипотезы в L_2 Real 21
§ 6. Неформальная теория множеств. Ординалы и универсум фон Неймана 28
§ 7. Формальный язык и аксиомы Цермело – Френкеля 34
§ 8. Модели. Конструктивный универсум Гёделя и непротиворечивость гипотезы континуума . . . 39
§ 9. Универсум над булевой алгеброй 47
§ 10. Аксиома объемности “истинна” 52
§ 11. Аксиомы пары, суммы, степени и регулярности “истинны” 55
§ 12. Аксиомы бесконечности, подстановки и выбора “истинны” 60
§ 13. Гипотеза континуума “ложна” для подходящих B 67
Библиография 72
2. П.К. Суетин. Ряды по многочленам Фабера и некоторые их обобщения 73
§ 1. Асимптотические свойства многочленов Фабера 74
§ 2. Представление аналитических функций рядами Фабера внутри области 78
§ 3. Условия сходимости рядов по многочленам Фабера 80
§ 4. Граничные свойства рядов по многочленам Фабера 89
§ 5. Результаты С.Я. Альпера о сходимости рядов Фабера в замкнутой области 92
§ 6. Формула суммирования В.К. Дзядыка и проблема С.М. Никольского в комплексной области . . 95
§ 7. Сходимость обобщённых рядов Фабера в замкнутой области 100
§ 8. Распространение на ряды Фабера одной теоремы С.Б. Стечкина о степенных рядах 106
§ 9. Многочлены Фабера – Уолша 110
§ 10. Ряды Фабера – Лорана 113
§ 11. Рациональные функции Фабера – Джрбашяна 115
§ 12. Базисные системы Фабера – Ерохина 122
§ 13. Многочлены Фабера в теории однолистных функций 130
§ 14. Разные дополнительные вопросы 134
Библиография 138
3. С.Ю. Доброхотов, В.П. Маслов. Некоторые приложения теории комплексного ростка к уравнениям с малым параметром 141
Введение 141
§ 1. Уравнения Гамильтона – Якоби и переноса с диссипацией 143
§ 2. Лагранжево многообразие с комплексным ростком 147
§ 3. Построение решения уравнения Гамильтона – Якоби с диссипацией 156
§ 4. Уравнение переноса 166
§ 5. Собственные функции оператора Лапласа, сосредоточенные в окрестности замкнутой траектории . 172
§ 6. Нелинейные уравнения. Условные асимптотические решения 187
§ 7. Нелинейные уравнения. Примеры 199
Библиография 211

Год издания 1975

Том 6

СОДЕРЖАНИЕ

В.Г. Данилов, В.П. Маслов. Квазиобратимость функций от упорядоченных операторов в теории псевдодифференциальных уравнений 3
Введение 3
Глава I. Глобальная теория комплексного ростка 4
§ 1. Определения и обозначения 4
§ 2. Лагранжево многообразие с комплексным ростком 5
§ 3. γ-атлас и неравенство диссипативности 14
§ 4. Операция обхода фокусов и доказательство теоремы 3.1. 17
§ 5. О единственности решения задачи Коши для уравнения Гамильтона – Якоби с диссипацией . . 25
§ 6. Решение уравнения переноса с диссипацией 39
Глава II. Операторные методы построения формальных асимптотических решений 53
§ 1. Основные определения 53
§ 2. Условия поглощения 64
§ 3. Некоторые следствия 69
§ 4. Комбинированная асимптотика 80
§ 5. Формальные асимптотические решения систем с комплексными характеристиками 83
§ 6. Квазиобращение операторов с матричными символами 111

Библиография 129
Р. Габасов, Ф.М. Кириллова. Методы оптимального управления . . . 131
Введение 131
Необходимые условия оптимальности 154
§ 1. Принцип максимума Л.С. Понтрягина 154
§ 2. Метод приращений 163
§ 3. Методы теория экстремальных задач 170
§ 4. Современные методы вариационного исчисления 181
§ 5. Методы оптимального управления в линейных системах 186
§ 6. Дискретные системы 190
§ 7. Оптимальное управление системами с последействием 192
§ 8. Особые управления и условия оптимальности высокого порядка 193
Библиография 197
Приложение. Существование оптимальных управлений (Б.Ш. Мордухович) 205
§ 1. Первые теоремы и методы в теории существования оптимальных управлений 213
§ 2. Линейные по управлению задачи Лагранжа 216
§ 3, Нелинейные задачи терминального управления 220
§ 4. Обобщенные решения задач терминального управления 225
§ 5. Нелинейные задачи минимизации интегральных функционалов 229
§ 6. Линейные по состоянию задачи оптимального управления 235
§ 7. Теоремы существования и необходимые условия оптимальности. Индивидуальные теоремы существования 240
§ 8. Теоремы существования в классах доступных функций 245
Библиография 249

Год издания 1976

Том 7

СОДЕРЖАНИЕ

Б. В. Хведелидзе. Метод интегралов типа Коши в разрывных граничных задачах теории голоморфных функций одной комплексной переменной . 5
Введение 5
§ 0. Основные определений и обозначения 10
Глава 1. Метрические свойства сопряженных функций 18
§ 1. О функциях распределения сопряженных функций 20
§ 2. Об интегрируемости сопряженных функций 30
§ 3. О характеризация множества функций, сопряжения которых интегрируемы 43
§ 4. Об операторах сопряжения, возникающих в теории функциональных алгебр Дирихле 47
Глава II. Интегралы типа Коши с плотностями из функциональных классов Лебега 57
§ 1. О существования угловых граничных значений интеграла типа Коши 57
§ 2. Об ограниченности сингулярного оператора Коши в пространства L^p 61
§ 3. Об ограниченности сингулярного оператора Коша в пространствах $L^p(\Gamma, \omega)$ 77
§ 4. О вполне непрерывности оператора $Sa - aS$ 85
§ 5. Применение некоторых обобщений интеграла Лебега к интегралам типа Коши 87
Глава III. Формулы композиции сингулярных интегралов Коши и некоторые их приложения . . . 91
§ 1. Об интегралах со слабой особенностью 91
§ 2. Повторные интегралы с одним сингулярным интегралом 93
§ 3. Повторные сингулярные интегралы 95
§ 4. Об интегралах типа Коши 97
§ 5. Об интегралах Коши 100
§ 6. Задача Сохоцкого (Определение интеграла типа Коши по заданной разности граничных значений) . 102
§ 7. Обращение сингулярного интеграла Коши 103
Глава IV. Разрывная задача сопряжения в постановке И.И. Привалова 109
§ 1. О факторизация матрицы 109
§ 2. Формулировка задачи. Предварительный результат 112
§ 3. Задача $(\mathcal{P})$ в случае коэффициента, близкого к единичной матрице 115
§ 4. О факторизации непрерывной неособенной матрицы 116
§ 5. Задача $(\mathcal{P})$ с непрерывным матричным коэффициентом 118
§ 6. Факторизация кусочно-непрерывной функции 120
§ 7. Задача $(\mathcal{P})$ в случае одной искомой функции с кусочно-непрерывным коэффициентом 121
§ 8. Задача $(\mathcal{P})$ с кусочно-непрерывным матричным коэффициентом 123
§ 9 Замечание к непрерывным и кусочно-непрерывным задачам 130
§ 10. Задача сопряжения в классе функций, представимых L-интегралами типа Коши 132
§ 11. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши 134
§ 12. Задача $(\mathcal{P})$ в случае коэффициентов, имеющих бесконечное множество точек разрыва . . . 142
§ 13. Краткие замечания относительно других результатов 144
§ 14. Заключительные замечания 148
Библиография 149

Дополнительная библиография 162

В.Д. Купрадзе, Т.В. Бурчуладзе. Динамические задачи теории упругости и теории упругости 163

Введение 163
Глава I. Вводные замечания, Основные положения 166
§ 1. Термины и обозначения 166
§ 2. Некоторые пространства функций и поверхности класса $Л_h(a)$ 168
§ 3. Основные уравнения движения в компонентах напряжения. Законы Гука и Дюгамеля – Неймана . 172
§ 4. Основные уравнения стационарных и нестационарных движений теории упругости и термоупругости 174
§ 5. Дифференциальные операторы теории упругости и термоупругости 176
§ 6. Различные интегральные формулы 181
§ 7. Фундаментальные и сингулярные решения 186
§ 8. Обобщенные потенциалы теории упругости и термоупругости. Граничные и дифференциальные свойства 194
§ 9. О сингулярных интегральных уравнениях теории упругости и термоупругости 208
Глава II. Стационарное движение 212
§ 1. Задачи теории упругости 212
§ 2. Задачи термоупругости 239
Глава III. Нестационарные движения 258
§ 1. Начально-краевые задачи теории упругости 258
§ 2. Начально-краевые задачи термоупругости 283
Библиография 292

Год издания 1975

Том 8

СОДЕРЖАНИЕ

А.С. Мищенко. Б.Ю. Стернин, В.Е. Шаталов. Геометрия лагранжевых многообразий и канонический оператор Маслова в комплексном фазовом пространстве 5

Глава I. Введение в комплексную теорию канонического оператора Маслова 6
§ 1. Асимптотические решения уравнений с малым параметром 6
§ 2. Интегральные операторы Маслова 22
Глава II. Топология комплексного лагранжева грассманиана с мерой. Связь с вещественной теорией . 26
§ 1. Лагранжев грассманиан 26
§ 2. Вещественные лагранжевы плоскости 30
Глава III. Асимптотика решения задачи Коши 34
Библиография 38

В.В. Кучеренко. Асимптотика решения задачи Коши для уравнений с комплексными характеристиками 41

Введение 41
§ 1. Решение уравнения Гамильтона – Якоби в комплексной неаналитической ситуации 53
§ 2. KM оператор на A_{2+N}-многообразиях 86
§ 3. Метод стационарной фазы 109
§ 4, Индекс Маслова в комплексной ситуации 129
Библиография 134

В.П. Маслов, И.А. Шишмарев. О T-произедении гипоэллиптических операторов 137

Введение 137
§ 1. Символ оператора $U(t,\tau)$ 141
§ 2. Существование T-произведения 164
§ 3. Снятие автономных скобок (другое выражение для T-произведения) 181
§ 4. T-произведение операторов в представлении взаимодействия 185
Библиография 197

В.П. Маслов. Распространение ударных волн в изоэнтропическом невязком газе 199

Введение 199
Глава I. Условия на скачки производных скорости и плотности 210
§ 1. Условия Гюгонио 210
§ 2. Условия на скачки первых производных 224
§ 3. Условия на скачки вторых производных 233
Глава II. Эволюция фронта небыстрых ударных волн 246
§ 1. Зацепляющаяся цепочка уравнений 246
§ 2. Ряд теории возмущений 248
§ 3. Оценки 254
§ 4. Примеры 257
Библиография 271

В.П. Маслов, В.А. Цупин. Распространение ударной волны в изоэнтропическом газе с малой вязкостью 273
Введение 273
§ 1. Необходимые условиях существования решений, представимых в виде ударных волн, для нелинейных дифференциальных уравнений с малым параметром 275
§ 2. Необходимые условия существования ударных волн в изоэнтропическом газе с малой вязкостью . 280
§ 3. Условия Гюгонио. Структура фронта ударной волны 286
§ 4. Динамика движения и структура фронта ударных волн изоэнтропического газа с малой вязкостью, движущихся со скоростью, близкой к скорости звука 291
§ 5. Ряд теории возмущений. Алгоритм построения решения. Оценки 294
§ 6. Пример 306
Библиография 308

Год издания 1977

Том 9

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.А. Дубинский. Нелинейные эллиптические и параболические уравнения 5
Предисловие 5
Глава I. Слабо нелинейные операторные уравнения и их приложения к краевым задачам 6
Введение 6
§ 1. Коэрцитивные уравнения. Задала Дирихле для слабо нелинейного эллиптического уравнения . . 7
§ 2. Некоэрцитивные уравнения. Регуляризация нелинейных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений 12
§ 3. Некоэрцитивные уравнения. Регуляризация нелинейных задач для уравнений с частными производными 18
Глава II. Стационарные уравнения с сильными нелинейностями. Метод монотонности. Квазилинейные эллиптические задачи 25
Введение 25
§ 1. Основные теоремы теории монотонных операторов 26
§ 2. Квазилинейные сильно эллиптические уравнения 31
§ 3. Квазилинейные эллиптические уравнения с полуограниченной вариацией 38
Глава III. Метод монотонности в эволюционном случае. Квазилинейные параболические задачи . . 42
Введение 42
§ 1. Нелинейные параболические уравнения с монотонным оператором 43
§ 2. Нелинейные параболические уравнения с полуограниченной вариацией 51
§ 3. Первая краевая задача для квазилинейных параболических дифференциальных уравнений . . . 58
§ 4. Нелинейные параболические уравнения на плоскости, имеющие недивергентную форму . . . 65
§ 5. Нелинейные полугруппы. Теория Комуры 79
Глава IV. Пространства Соболева бесконечного порядка и поведение решений нелинейных задач при неограниченном возрастании порядка уравнения 93
Введение 93
§ 1. Критерий нетривиальности пространств $\overset{\circ}{W}\{a_\alpha, p_\alpha\}$ 95
§ 2. Задача Коши – Дирихле для нелинейных эллиптических уравнений бесконечного порядка (случаи монотонного уравнения) 100
§ 3. Поведение решений нелинейных эллиптических уравнений порядка $2m$ при $m \to \infty$ 103
§ 4. Нелинейные уравнения бесконечного порядка эллиптического и гиперболического типа (общий случай) 113
§ 5. Периодические решения нелинейных уравнений бесконечного порядка и смежные вопросы . . 117
Комментарии 123
Библиография 126

И.В. Скрыпник. Разрешимость и свойства решений нелинейных эллиптических уравнения 131
Введение 131
Глава I. Вариационные методы в теории нелинейных эллиптических уравнений 136
§ 1, Существование безусловных и условных экстремумов 136
§ 2. Применение методов Люстерника – Шнирельмана к нелинейным эллиптическим уравнениям . . 146
§ 3. Бифуркация решении нелинейных вариационных уравнений 156
§ 4. Применение методов Морса к вариационным задачам 165
Глава 2. Топологические методы в теории нелинейных эллиптических граничных задач 173
§ 1. Топологические характеристики нелинейных отображений в банаховых пространствах 173
§ 2. Вычисление индекса невырожденной критической точки 184
§ 3. Разрешимость нелинейных операторных уравнений и нелинейных граничных задач 193
§ 4. Собственные функции и бифуркация решений квазилинейных уравнений 203
Глава 3 Регулярность обобщённых решений квазилинейных эллиптических уравнений высшего порядка 207
§ 1. Примеры нерегулярных решений 209

§ 2. Принадлежность обобщённых решений дивергентных уравнений $2m$-го порядка пространствам $W^{m+1}_{2\,\mathrm{loc}}(\Omega)$, $H_2^{m+\frac{1}{2}}(Omega)$ . . . 213
§ 3. Частичная регулярность и условие регулярности обобщённых решений квазилинейных эллиптических уравнений . . . 221
§ 4. Регулярность обобщённых решений в случае двух независимых переменных . . . 228
§ 5. Непрерывность обобщённых решений уравнений высшего порядка . . . 237
Библиография . . . 242

Год издания 1976

Том 10

СОДЕРЖАНИЕ

В.М. Бухштабер, Характеристические классы в кобордизмах и топологические приложения теорий однозначных и двузначных формальных групп . 5
Введение . . . 5
Глава I. Формальные группы, характеристические классы и характер Чженя – Дольда . . . 12
§ 1. Элементы теории формальных групп . . . 12
§ 2. Характеристические классы векторных расслоений и когомологические операции . . . 27
§ 3. Характеристические классы Понтрягина вещественных векторных расслоений . . . 33
§ 4. Характеристические классы самосопряженных расслоений . . . 44
§ 5. Формальная группа геометрических кобордизмов . . . 50
§ 6. Характер Чженя – Дольда . . . 53
§ 7. Топологические приложения теории формальных групп . . . 62
Глава II. Теория двузначных формальных групп . . . 64
§ 8. Многозначные формальные группы . . . 64
§ 9. Первые результаты о двузначных формальных группах . . . 66
§ 10. Коалгебры, ассоциированные с двузначными формальными группами . . . 68
§ 11. Сдвиг на двузначной формальной группе. Кольцо дифференциальных операторов, инвариантных относительно сдвига . . . 71
§ 12. Двузначные формальные группы с точки зрения операторов обобщённого сдвига . . . 75
§ 13. Классификация двузначных формальных групп основного типа над Q-алгебрами . . . 80
§ 14. Подход к классификации двузначных формальных групп основного типа . . . 85
§ 15. Когомология кольца дифференциальных операторов, инвариантных относительно сдвига на двузначной формальной группе первого типа . . . 92
§ 16. Универсальная двузначная формальная группа первого типа . . . 108
§ 17. Двузначные формальные группы второго типа . . . 117
Глава III. Топологические приложения теории двузначных формальных групп . . . 123
§ 18. Топологическая интерпретация основных результатов теории двузначных формальных групп . . . 123
§ 19. Теория кобордизмов $Sp^*(\cdot)\left[\frac{1}{2}\right]$ . . . 128
§ 20. Теория функтора $Л^*(\cdot) = \mathrm{Hom}\, A_U(U^*(MSP), U^*(\cdot))$ как аппарат исследования образа симплектических кобордизмов в комплексных . . . 134
§ 21. $Л^*(\cdot)$-кольца комплексных проективных пространств . . . 140
§ 22. Многообразия Стонга. Вычисление образующих кольца кобордизмов многообразий Стонга . . . 150
§ 23. Вычисление колец кобордизмов, ассоциированных с универсальными классами Понтрягина . . . 156
§ 24. Вычисление соотношений между характеристическими числами комплексных самосопряженных многообразий . . . 166
Библиография . . . 175

Д.Б. Фукс. Когомологии бесконечномерных алгебр Ли и характеристические классы слоений . . . 179
I. Геометрическое введение . . . 180
§ 1. Слоения . . . 180
§ 2. Хефлигеровские структуры . . . 186
§ 3. Классификация . . . 193
II. Характеристические классы слоений и хефлигеровских структур . . . 198
§ 1. Класс Годбийона – Вея . . . 198
§ 2. Обобщения на слоения высших коразмерностей . . . 205
III. Когомологии алгебр Ли . . . 208
§ 1. Общая теория . . . 209
§ 2. Алгебра $gl(n, \mathbb{R})$ . . . 216
§ 3. Алгебра W_n . . . 220
IV. g-структуры и их характеристические классы . . . 241
§ 1. g-структуры . . . 241
§ 2. Характеристические классы . . . 249
§ 3. Вариации характеристических классов . . . 255
V. Теоремы нетривиальности . . . 261
§ 1. Конечномерные подалгебры алгебры W_n и характеристические классы слоений $\mathcal{F}(G, H, \pi)$ . . . 262

§ 2. Общая теорема нетривиальности 267
Добавление. Когомологии бесконечномерных алгебр Ли 272
Библиография 281

Год издания 1978

Том 11

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.И. Манин. Алгебраические аспекты нелинейных дифференциальных уравнений 5
Введение 5
Глава I. Вариационный формализм 13
§ 1. Дифференциальные уравнения: три языка 13
§ 2. Поля и формы на пространстве джетов 18
§ 3. Интегрирование по частям 23
§ 4. Оператор Эйлера – Лагранжа и преобразование Лежандра 27
§ 5. Вариационный комплекс 29
§ 6. Теорема Нётер и лагранжевы законы сохранения 33
§ 7, Гамильтонова структура 35
§ 8. Специальные гамильтоновы операторы над одномерной базой 45
Глава II. Структура основных уравнений 55
§ 1. Введение 55
§ 2. Коммутатор и дробные степени дифференциальных операторов 57
§ 3. Гамильтоновость у нестационарных уравнений Лакса и их интегралы 63
§ 4. Стационарные уравнения Лакса 71
§ 5. Формализм Захарова – Шабата 75
§ 6. Уравнения Бенни: основные результаты 82
§ 7. Функция $\mu(lambda)$ 86
§ 8. Законы сохранения 89
§ 9. Интегралы приведенной системы 91
§ 10. Другие пространства коммутирующих гамильтонианов 93
§ 11. Подъем уравнений эволюции 94
§ 12. Интегралы Бенни коммутируют 95
§ 13. Законы сохранения Миуры 98
§ 14. Согласованность гамильтоновых структур 99
Глава III. Решения алгебраического типа 100
§ 1. Введение 100
§ 2. Бимодули Кричевера – Дринфельда 104
§ 3. Стандартная реализация бимодуля над полем 108
§ 4. Бимодули ранга 1 111
§ 5. Бимодули высших рангов над рациональной кривой с двойными точками 116
§ 6. Пример: солитоны ранга 2 120
§ 7. Решения приведенных уравнений Бенни и их аналогов 123
Глава IV. Отдельные результаты 126
§ 1. Формализм Хироты 130
§ 2. Полюса решений 130
§ 3. Псевдопотенциалы и обобщённые законы сохранения 132
§ 4. Преобразования Бэклунда 140
§ 5. Порождение алгебры интегралов уравнения Кортевега – де Фриза по Лаксу 143
§ 6. Решения алгебраического типа и тэта-функции 146
Библиография 150
В.П. Маслов. Уравнения самосогласованного поля 153
Предисловие 156
Глава I. Решение нелинейных интегро-дифференциальных уравнений первого порядка 154
§ 1. T-отображения и метод ломаных Эйлера 154
§ 2. Уравнения типа Власова 161
§ 3. Интегро-дифференциальные уравнения первого порядка 171
Глава II, Унитарно-нелинейные операторы 179
§ 1. Вводные замечания 179
§ 2. Определение унитарно-нелинейных операторов 182
§ 3. Формулы выпутывания 184
Глава III. Квазиклассическая асимптотика решений унитарно-нелинейных уравнений 190
§ 1. Нелинейное уравнение квантовой механики 190
§ 2. Асимптотика функции плотности 203
§ 3. Асимптотика решения задачи Коши для унитарно-нелинейного уравнения 215
Глава IV. Системы унитарно-нелинейных уравнений 223
§ 1. Уравнения Хартри 223

§ 2. Температурные уравнения Хартри . . . 228
Библиография . . . 234

Год издания 1978

Том 12

СОДЕРЖАНИЕ

А.Н. Тюрин. Средний якобиан трехмерных многообразий . . . 5
Глава I. Трансцендентные методы . . . 5
§ 1. История . . . 5
§ 2. Трансцендентные методы . . . 9
Глава II. Кубика . . . 24
§ 1. Кубические тела . . . 24
§ 2. Аналоги касательной теоремы и теоремы Римана . . . 28
Глава III. Связки коник и примианы . . . 38
§ 1. Связки коник . . . 38
§ 2. Приложения теории связок коник . . . 46
Заключение . . . 54
Библиография . . . 55
В.А. Псковских. Антиканонические модели трехмерных алгебраических многообразий . . . 59
Введение . . . 59
Глава I. Предварительные результаты и общие свойства многообразий Фано . . . 61
§ 1. Краткий исторический комментарий . . . 61
§ 2. Некоторые сведения из теории поверхностей Дель Пецца и поверхностей типа $K3$ . . . 64
§ 3. Некоторые общие результаты . . . 70
§ 4. Определение и простейшие свойства многообразий Фано . . . 77
§ 5. Существование гладкого дивизора в линейной системе $|\mathcal{H}|$ . . . 80
§ 6. Базисные точки в линейной системе $|\mathcal{H}|$ . . . 88
Глава II. Специальные многообразия Фано . . . 94
§ 1. Многообразия индекса $r \geq 2$ . . . 94
§ 2. Гиперэллиптические многообразия . . . 103
§ 3. Тригональные многообразия . . . 107
Глава III. Семейство прямых и коник на многообразиях Фано . . . 111
§ 1. Прямые на многообразиях индекса $r = 2$ . . . 111
§ 2. Прямые на многообразиях индекса $r = 1$ . . . 115
§ 3. Семейство коник на многообразиях Фано . . . 123
Глава IV. Многообразия Фано основной серии . . . 128
§ 1. Определения и некоторые элементарные результаты . . . 128
§ 2. Многообразия первого рода: предварительные утверждения . . . 130
§ 3. Многообразия Фано первого рода: основная теорема . . . 140
§ 4. Ограниченность степени и некоторые открытые вопросы . . . 151
Библиография . . . 155
В.А. Псковских. Бирациональные автоморфизмы трехмерных алгебраических многообразий . . . 159
Введение . . . 159
Глава I. Неравенства Нётера – Фано . . . 163
§ 1. Некоторые предварительные результаты . . . 163
§ 2. Неравенства Нётера – Фано . . . 169
§ 3. Усиление неравенств Нётера – Фано . . . 175
Глава II. Бирациональные автоморфизмы некоторых многообразий Фано . . . 179
§ 1. Пробный класс . . . 179
§ 2. Многообразия Фано V с $\mathrm{Bir}V = \mathrm{Aut}\,V$ . . . 186
§ 3. Бирациональные автоморфизмы многообразия Фано V, являющегося двойным накрытием трехмерной квадрики . . . 195
§ 4. Бирациональные автоморфизмы многообразия Фано V_6^3 . . . 205
Глава III. Отдельные конструкции . . . 220
§ 1. Конструкция бирационального отображения гладкой трехмерной кубики на многообразно Фано V_{14}^3 220
§ 2. Унирациональность некоторых многообразий Фано . . . 228
§ 3. Замечания о бирациональных автоморфизмах трехмерных алгебраических многообразий, представимых в виде расслоения на коники . . . 231
186 Библиография . . . 234

Год издания 1979

Том 13

В.П. Маслов, В.Е. Назайкинский. Алгебры с общими перестановочными соотношениями и их приложения. I. Псевдодифференциальные уравнения с растущими коэффициентами 5
Глава 1. Введение 5
Глава 2 Исчисление упорядоченных операторов (общие результаты) 21
§ 2.1. Регулярные представления и условие типа Якоби 21
§ 2.2. Некоторые формулы исчисления упорядоченных операторов 35
§ 2.3. Системы соотношений коммутации 38
§ 2.4. Приложения к алгебрам Ли 44
Глава 3. Функции от упорядоченных производящих операторов в банаховой шкале 46
§ 3.1. Производящие операторы и банаховы шкалы 46
§ 3.2. Символы 48
§ 3.3. Функции от производящих операторов в банаховой шкале 52
§ 3.4. Регулярное представление и теорема о композиции 56
§ 3.5. Операторы, символы которых — функции на многообразии 58
Глава 4. Теорема о квазиобратимости 59
§ 4.1. Асимптотически квазиоднородные функции 59
§ 4,2. Задача о R-квазиобращении 60
§ 4.3. Условия поглощения и формулировка теоремы о квазиобратимости 61
Глава 5. Задача Коши для уравнения с комплексным гамильтонианом 63
§ 5.1. Вводные замечания 63
§ 5.2. Псевдодифференциальные операторы в пространстве $H(M^n)$ 66
§ 5,3. Формулировка задачи Коши для псевдодифференциального оператора в $H(M^n)$ 75
§ 5.4. Комплексное уравнение Гамильтона – Якоби и уравнение переноса 78
§ 5.5. Комплексный лагранжев росток и комплексная система Гамильтона 87
§ 5.6. Решение задачи Коши “в малом” 97
§ 5.7. Метод стационарной фазы и решение задачи Коши в целом 108
Глава 6. Доказательство теоремы о квазиобратимости 124
Глава 7. Уравнения с растущими коэффициентами 126
§ 7.1. Модельный пример 126
§ 7.2. Формулировка общей теоремы 131
Дополнение. Вспомогательные результаты и некоторые доказательства из главы 5 132
Д.1. Некоторые результаты технического характера 132
Д.2. Метод стационарной фазы и связанные с ним результаты 136
Библиография 143

М.В. Карасев, В.П. Маслов. Алгебры с общими перестановочными соотношениями и их приложения, II. Операторные унитарно-нелинейные уравнения 145
Введение 145
Глава 1. Функции от нескольких самосопряженных операторов 149
§ 1.1. Упорядоченные операторы 149
§ 1.2. Классы символов 150
§ 1.3. Функции от образующих алгебр Ли 152
§ 1.4. Свойства исчисления упорядоченных операторов 154
§ 1.5. Глобальные операторы над группами Ли 160
§ 1.6. Проективные представления алгебр Ли 163
Глава 2. Коммутационные соотношения с параметром 172
§ 2.1. Малое возмущение абелевой алгебры 172
§ 2.2. Классический предел $h \to 0$ 178
§ 2.3. Спектр 190
§ 2.4. Фронт осцилляции 196
§ 2.5. Квазиклассическая асимптотика 202
Глава 3. Унитарно-нелинейные операторы 213
§ 3.1. Задачи Коши 213
§ 3.2. Автомодельные решения 226
§ 3.3. Операторы с матричнозначными символами 237
§ 3.4. Задача о точечном источнике 245
§ 3.5. Уравнение Хартри 248
Добавление. Теорема существования и единственности для самосогласованного уравнения Ньютона в задаче о точечном источнике 260
Библиография 264

Год издания 1979

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.Л. Розанов. Исследование свойства марковости случайных полей . 3
§ 1. Введение. О понятии марковости для обобщённого процесса 3
2. Расщепляющие пространства. Сопряженные поля и свойство марковости 7
§ 3. Биортогональные поля и условия сопряженности 16
§ 4. Однородные сопряженные поля и условие марковости 24
§ 5. Свойство марковости решений стохастических дифференциальных уравнений 28
§ 6. Векторные однородные поля и свойство L-марковости 48
§ 7. Марковские расширения случайных процессов 62
Библиография 69

Н.В. Крылов, Б.Л. Розовский. Об эволюционных стохастических уравнениях 71
Введение 71
§ 1. Уравнения Ито в банаховых пространствам 71
§ 2. Примеры эволюционных стохастических уравнений 72
§ 3. Эволюционные стохастические уравнения с ограниченными коэффициентами и линейные эволюционные стохастические уравнения 75
§ 4. Нелинейные эволюционные стохастические уравнения 77
§ 5. Содержание и структура работы 78
Глава I. Стохастическое интегрирование в гильбертовых пространствах 79
§ 1. Введение 79
§ 2. Стохастические интегралы в гильбертовых пространствах 80
§ 3. Формула Ито для квадрата нормы 87
§ 4. Доказательство теоремы 3.1 92
Глава II. Стохастические уравнения Ито в пространствах Банаха. Метод монотонности 101
§ 1. Введение 101
§ 2. Предположения. Формулировки основных результатов 103
§ 3. Об уравнениях Ито в R^4 107
§ 4. Теорема единственности. Априорные оценки. Конечномерные аппроксимации 118
§ 5. Предельный переход методом монотонности. Существование решения. Марковское свойство . . 125
Глава III. Стохастические дифференциальные уравнения Ито в частных производных 130
§ 1. Введение 130
§ 2. Первая краевая задача для нелинейных стохастических уравнений параболического типа . . . 133
§ 3. Задача Коши для линейных уравнений второго порядка 139
Библиография 143

Р.Л. Добрушин, Ю.М. Сухов. Временная асимптотика для некоторых вырожденных моделей эволюции систем с бесконечным числом частиц . . 147
§ 1. Введение 147
§ 2. Предварительные сведения 153
§ 3. Основная теорема о сходимости для свободного движения частиц 170
§ 4. Дополнительные результаты о сходимости для свободного движения 182
§ 5. Свободное движение конечной системы частиц 194
§ 6. Поведение энтропии при свободном движении 204
§ 7. Теорема о сходимости для движения твердых стержней 212
§ 8. Эргодические свойства равновесных динамических систем свободного газа и твердых стержней . 244
Библиография 250

Год издания 1979

Том 15

СОДЕРЖАНИЕ

Ю. Доброхотов, В.П. Маслов. Конечнозонные почти периодические решения в ВКБ-приближениях 3
Введение 3
Глава I. Нелинейный метод ВКБ в линейных уравнениях 5
§ 1. Уравнение Шрёдингера 6
§ 2. Волновое уравнение 8
§ 3. Линейные уравнения с неоднородным символом (уравнения с дисперсией) 12
Глава II. Однофазовые асимптотические решения нелинейных уравнений 16
§ 1. Формулировка метода 17
§ 2, Вариационные принципы, усреднение и законы сохранения 23
§ 3. Квантование уравнений релятивистской гидродинамики и асимптотика задачи Коши с неосциллирующими начальными данными 32
Глава III. Многофазовые асимптотические решения нелинейных уравнений и задача об отражении от границы для уравнения $h^2\Box u = -ashu$ 42
§ 1. Задача об отражении от границы 45

§ 2. Схема построения многофазовых ВКБ-решений . . . 50
§ 3. Вариационные принципы, усреднение и законы сохранения в случае многих фаз . . . 55
§ 4. Нелинейные аналоги уравнений Гамильтона – Якоби и переноса для случая многих фаз . . . 56
Глава IV. Взаимодействие цугов волн уравнения Кортевега – де Фриза . . . 59
§ 1. Задача о взаимодействии цугов волн в линейном случае . . . 60
§ 2. Многофазовые асимптотические решения уравнения Кортевега – де Фриза . . . 62
§ 3. Задача Коши для цугов волн . . . 70
Глава V. Квазиклассическое квантование конечнозонных решений системы уравнений периодической цепочки Тода . . . 75
§ 1. Одномерные лагранжевы многообразия с комплексным ростком . . . 77
§ 2. Квазиклассическое квантование орбитальноустойчивых траекторий . . . 79
§ 3. Асимптотические собственные функция и собственные значения уравнения Шрёдингера цепочки Тода 83
Цитированная литература . . . 91

В.С. Владимиров, В.И. Завьялов. Тауберовы теоремы квантовой теории поля . . . 95
§ 1. Введение . . . 95
§ 2. Квазиасимптотика обобщённых функций . . . 96
§ 3. Представление Иоста – Лемана . . . 103
§ 4. Формулировка основной теоремы . . . 110
§ 5. Доказательство основной теоремы . . . 117
§ 6. О запрещенных асимптотиках в области Бьёркена . . . 119
§ 7. Асимптотические свойства двухточечной функции Вайтмана . . . 121
§ 8. Обзор литературы . . . 126
Цитированная литература . . . 123

Д.Н. Зубарев. Современные методы статистической теории неравновесных процессов . . . 131
§ 1. Введение . . . 131
§ 2. Метод проектирования . . . 135
§ 3. Неравновесный статистический оператор . . . 159
§ 4. Трение при движении тяжелых частиц в равновесной среде . . . 184
§ 5. Самодиффузия . . . 188
§ 6. Обобщенное уравнение Фоккера – Планка . . . 213
§ 7. Заключение . . . 219
Цитированная литература . . . 220

Год издания 1980

Том 16

СОДЕРЖАНИЕ

А.А. Кириллов. Инвариантные операторы над геометрическими величинами 3
Введение . . . 3
§ 1. Постановка задачи . . . 4
§ 2. Унарный случай: $m = 1$ . . . 8
§ 3. Одномерный случай: $n = 1$ . . . 9
§ 4. Общая теорема конечности . . . 13
§ 5. Действие группы $S(m+1)$ на m-линейных операциях . . . 15
§ 6. Инвариантные билинейные операции . . . 18
§ 7. Инвариантные операции на супермногообразиях . . . 22
§ 8. Возможные обобщения и нерешенные вопросы . . . 25
Библиография . . . 27

Г.И. Ольшанский. Новые “большие” группы типа I . . . 31
§ 1. Введение . . . 31
§ 2. Представления бесконечной симметрической группы . . . 33
§ 3. Деревья Брюа – Титса . . . 37
§ 4. Представления групп $\mathrm{Aut}\,\mathcal{I}_n$ и $\mathrm{Aut}\,\mathcal{I}_{n,n}$ . . . 39
§ 5. Представления группы $\mathrm{Aut}\,\mathcal{I}gothc$ . . . 41
§ 6. Аппроксимация представлений . . . 45
§ 7. Представления групп $\mathrm{Aut}\,\mathcal{I}gothc_{,n}$ . . . 47
Библиография . . . 51

И.М. Гельфанд, С.Г. Гиндикин, М.И. Граев. Интегральная геометрия в аффинном и проективном пространствах . . . 53
Введение . . . 53
Глава I. Интегральная геометрия для функций в аффинном пространстве . . . 58
§ 1. Оператор интегрирования по p-мерным плоскостям . . . 60

§ 2. Преобразование Радона быстро убывающих функций . . . 62
§ 3. Интегрирование по p-мерным плоскостям в $\mathbb{R}^n$, где $p \leq n-1$ . . . 72
Добавление. Сводка формул для комплексного пространства $\mathbb{C}^n$ . . . 85
Глава II. Интегральная геометрия для одномерных расслоений над проективным пространством . . . 86
§ 1. Интегральная геометрия для некоторых одномерных расслоений над проективным пространством . . . 88
§ 2. Теорема Пэли – Винера для интегрального преобразования в аффинном пространстве . . . 111
§ 3. Интегральная геометрия для произвольных одномерных расслоений над проективным пространством 118
Добавление. Сводка формул для комплексного пространства $\mathbb{C}^m$ . . . 129
Глава III. Задачи интегральной геометрии для дифференциальных форм в трехмерном аффинном и проективном пространствах . . . 131
§ 1. Определение интеграла r-формы по прямым в $\mathbb{R}^3$ . . . 132
§ 2. Изучение $\mathcal{I}\omega$ для случая, когда ω — 3-форма в $\mathbb{R}^3$ . . . 135
§ 3. Изучение $\mathcal{I}\omega$ для случая, когда ω — 2-форма в $\mathbb{R}^3$ . . . 142
§ 4. Интегрирование дифференциальных форм на многообразии плоскостей в $\mathbb{R}^3$ . . . 149
§ 5. Дифференциальные формы на проективном пространстве и на многообразии прямых в $\mathbb{R}P^3$ . . . 151
§ 6. Интегрирование дифференциальных форм по прямым, заданным в однородных координатах . . . 157
§ 7. Описание форм $\mathcal{J}\omega$ в однородных координатах; случаи $r=3$ . . . 161
§ 8. Описание форм $\mathcal{J}\omega$ в однородных координатах; случай $r=2$ . . . 169
Добавление. Сводка основных определений и результатов для пространства $\mathbb{C}^3$ . . . 176
Глава IV. Двойные расслоения и интегральная геометрия для дифференциальных форм в n-мерном проективном пространстве . . . 177
§ 1. Дифференциальные формы на расслоенном пространстве . . . 177
§ 2. Двойные расслоения и постановка задач интегральной геометрии . . . 184
§ 3. Дифференциальные формы на $\mathbb{R}P^n$ и грассмановом многообразии $G_{p,n}$ . . . 187
§ 4. Некоторые свойства формы $\mathcal{J}_p\omega$ . . . 194
§ 5. Регуляризация допустимых частично замкнутых форм; описание образа отображения $\mathcal{J}_p$ и формула обращения . . . 203
§ 6. Аффинная задача как частный случай проективной задачи . . . 211
§ 7. Связь с задачей интегральной геометрии для прямых в трехмерном пространстве . . . 215
§ 8. Связь между операторами $\mathcal{J}_p$ при различных p . . . 219
Добавление. Интегрирование дифференциальных форм по p-мерным плоскостям в пространстве $\mathcal{C}P^n$ . . . 222
Библиография . . . 224

Год издания 1981

Том 17

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.И. Манин. Калибровочные поля и голоморфная геометрия . . . 3
§ 1. Введение . . . 3
§ 2. Основные пространства . . . 11
§ 3. Дифференциальные формы пространства Минковского и когомологии пространства лучей . . . 20
§ 4. Продолжения и препятствия . . . 26
§ 5. Формализм связностей и абстрактные уравнения Янга – Миллса . . . 32
§ 6. Поля Янга – Миллса и расслоения над пространством лучей . . . 37
§ 7. Напряженности и токи как классы когомологий . . . 44
§ 8. Аналитические инстантоны и их особенности . . . 47
Цитированная литература . . . 54
С.Г. Гиндикин, Г.М. Хенкин. Преобразование Пенроуза и комплексная интегральная геометрия . . . 57
Введение . . . 57
§ 1. Преобразование Пенроуза . . . 62
§ 2. Преобразование Пенроуза в спинорных обозначениях и на языке когомологий Чеха . . . 73
§ 3. Преобразование Уорда . . . 80
§ 4. Преобразование Пенроуза на поверхности нулевых твисторов . . . 88
§ 5. Уравнения Максвелла и уравнения Коши – Римана . . . 99
Цитированная литература . . . 109
А.С. Шварц. Эллиптические операторы новой теории поля . . . 113
§ 1. Калибровочные поля . . . 114
§ 2. Эллиптические операторы . . . 120
§ 3. Дзета-функция и детерминант эллиптического оператора . . . 126
§ 4. Инстантоны в калибровочных теориях . . . 130
§ 5. Статистическая сумма квадратичного функционала. Гауссовы континуальные интегралы . . . 136
§ 6. Эллиптические резольвенты. Инварианты Рэн – Зингера . . . 146
§ 7. Вырожденные неквадратичные функционалы . . . 154
§ 8. Квантовые флуктуация инстантонов . . . 158
§ 9. Аномалии в квантовой теории поля . . . 161
§ 10. Эллиптические операторы на многообразиях с краем . . . 162

Дополнение. Интегралы от инвариантных функций . . . 165
Цитированная литература . . . 172
И.В. Чередник. Алгебраические аспекты двумерных киральных полей, I 175
Введение . . . 175
§ 1. Локальные законы и преобразование Бэклунда . . . 182
§ 2. Элементы теории рассеяния . . . 185
§ 3. Алгебро-геометрические решения . . . 195
§ 4. Квантовая модель . . . 203
Приложение. Уравнение дуальности . . . 214
Цитированная литература . . . 216

Год издания 1981

Том 18

СОДЕРЖАНИЕ

В.В. Никулин. О факторгруппах групп автоморфизмов гиперболических форм по подгруппам, порожденным 2-отражениями. Алгебро-геометрические приложения . . . 3
§ 0. Введение . . . 3
§ 1. Общие замечания о группах автоморфизмов решеток, порожденных 2-отражениями. Классы гиперболических решеток $\mathcal{F}$, $\mathcal{F}_U$, $calF_{(0)}$ . . . 8
§ 2. Арифметические свойства решеток из $\mathcal{F}_U$ 2-рефлективные решетки . . . 17
§ 3. Классификация не 2-элементарных решеток из $\mathcal{F}_U$ и не 2-элементарных 2-рефлективных решеток . . . 18
§ 4. Классификация 2-элементарных гиперболических решеток, принадлежащих $\mathcal{F}_U$, $\mathcal{F}_{(0)}$, $\mathcal{F}_+$ и инволюции на поверхностях типа $K3$ . . . 36
§ 5. Арифметические свойства решеток из $\mathcal{F}_{(0)}$ . . . 58
§ 6. Классификация $\mathcal{F}_{(0)}^{\geq 5}$, $\mathcal{F}^{\geq 6}$ . . . 61
§ 7. Решетки класса $\mathcal{F}$ . . . 73
§ 8. Отличие $\mathcal{F}_{(0)}^5$ и $\mathcal{F}^5$ . . . 78
§ 9. Арифметические приложения . . . 89
§ 10. Геометрические приложения . . . 96
Цитированная литература . . . 113
А.Н. Рудаков, И.Р. Шафаревич. Поверхности типа $K3$ над полями конечной характеристики . . . 115
Введение . . . 115
§ 1. Четные p-элементарные гиперболические решетки . . . 116
§ 2. Кривые рода 0 и 1 на поверхностях типа $K3$ . . . 124
§ 3. Корни и эллиптические пучки . . . 130
§ 4. Критерий квазиэллиптичности пучка . . . 136
§ 5. Суперсингулярные и элементарные поверхности типа $K3$ . . . 146
§ 6. Векторные поля . . . 150
§ 7. Деформации . . . 160
§ 8. Кристаллические когомологии . . . 166
§ 9. Формальная группа Брауэра. Высота поверхности типа $K3$ . . . 173
§ 10. Периоды суперсингулярных поверхностей . . . 180
§ 11. Многообразие модулей . . . 189
§ 12. Отображение периодов над полем характеристики 2 . . . 196
Нерешенные вопросы . . . 204
Цитированная литература . . . 206

Год издания 1981

Том 19

СОДЕРЖАНИЕ

Л.В. Канторович, П.К. Катышев, А.Я. Кирута, В.М. Полтерович. О некоторых направлениях исследований в математической экономике . . . 3
§ 1. Введение . . . 3
§ 2. Выбор, предпочтение, полезность . . . 5
§ 3. Вероятностные модели математической экономики . . . 10
§ 4. Равновесие при негибких ценах . . . 15
Литература . . . 18

В.Л. Макаров. Экономическое равновесие: существование и экстремальное свойство . . . 23
§ 1. Экономические и математические истоки . . . 23
§ 2. Формулировка основной модели экономики E . . . 24
§ 3. Определение экономического равновесия . . . 26
§ 4. Упрощения и модификации экономики $\mathcal{E}$ . . . 27
§ 5. Две схемы доказательства существования экономического равновесия . . . 29
§ 6. Существование неподвижной точки у отображения Ф . . . 31
§ 7. Неотрицательные цены и полуравновесие . . . 34
§ 8. Существование равновесия в экономике $\mathcal{E}$ . . . 37
§ 9. Более наглядный способ доказательства существования состояния равновесия . . . 41
§ 10. Равновесие в условиях множественности денег и цен . . . 44
§ 11. Эффективные состояния, понятие ядра . . . 45
§ 12. Равновесие и эффективность . . . 49
§ 13. Рынок информации . . . 52
§ 14, Договорные состояния . . . 54
Литература . . . 57
А.М. Рубинов. Экономическая динамика . . . 59
§ 1. Определение моделей экономической динамики. Суперлинейные отображения . . . 59
§ 2. Технологические модели . . . 62
§ 3. Модели, учитывающие потребление в явном виде . . . 82
Литература . . . 101
В.М. Полтерович, В.А. Спивак. Отображения с валовой заменимостью в теории экономического равновесия
111
§ 1. Определения, примеры, основные предположения . . . 112
§ 2. Множества равновесных цен . . . 120
§ 3. Равновесные цены и равновесные распределения . . . 125
§ 4. Сравнение равновесий . . . 129
§ 5. Коалиционная устойчивость экономического равновесия . . . 136
§ 6. Процессы регулирования цен . . . 140
§ 7. Заключительные замечания . . . 150
Литература . . . 151
А.Г. Кусраев, С.С. Кутателадзе. Локальный выпуклый анализ . . . 155
Введение . . . 155
Глава I. Сублинейные операторы . . . 156
§ 1.1. Общее положение конусов . . . 156
§ 1.2. Формула Моро – Рокафеллара. Сэндвич . . . 158
§ 1.3. Метод канонического оператора . . . 161
§ 1.4. Структура опорных множеств . . . 163
§ 1.5. Выпуклый анализ в модулях . . . 165
Глава II. Выпуклые операторы . . . 167
§ 2.1. Преобразование Фенхеля – Юнга суммы и свертки . . . 167
§ 2.2. Некоторые правила замены переменного в преобразовании Фенхеля – Юнга . . . 170
§ 2.3. ε-субдифференциалы выпуклых операторов . . . 171
§ 2.4. Открытость выпуклых соответствий . . . 173
§ 2.5. Структура субдифференциальных отображений . . . 175
Глава III. Общие нелинейные операторы . . . 177
§ 3.1. Касательный и нормальный конусы Кларка. Метод исчисления . . . 177
§ 3.2. Субдифференциал композиции . . . 179
§ 3.3. Субдифференциал суммы и максимума . . . 181
§ 3.4. Вееры Иоффе. Вариационный принцип Экланда . . . 183
§ 3.5. Другие концепции локальной аппроксимации . . . 185
Глава IV. Некоторые общие методы анализа экстремальных задач . . . 187
§ 4.1. Векторные программы. Обобщенные решения . . . 187
§ 4.2. Метод штрафных функций . . . 189
§ 4.3. Метод скаляризации . . . 190
§ 4.4. Метод Дубовицкого – Милютина . . . 192
§ 4.5. Характеристика оптимальных траекторий . . . 194
Литература . . . 196

Год издания 1982

СОДЕРЖАНИЕ

В.И. Власов, А.П. Прудников, Асимптотика решений некоторых краевых задач для уравнения Лапласа при деформировании области 3
Введение 3
§ 1. Об одном методе решения краевых задач для уравнения Лапласа 3
§ 2. Краевые задачи для областей со скругленными углами 15
§ 3. Вариация отображающей функции 19
§ 4. Асимптотика решении некоторых краевых задач при деформировании области 29
Литература 34
С.Е. Кузнецов, Неоднородные марковские процессы 37
Введение 37
Глава I. Марковские процессы. Переходные функции 42
§ 1. Марковские процессы. Определяющие функции 42
§ 2. Переходные функции и переходные вероятности марковских процессов 58
§ 3. Пространство входов. Эксцессивные меры 73
§ 4. Эксцессивные функции. Преобразование с помощью эксцессивных функций 86
Глава II. Правые процессы95
§ 5. Регулярные процессы 95
§ 6. Нерегулярные процессы 107
§ 7. Правые и левые процессы 113
§ 8. Регулярный расщепленный процесс. Аддитивные функционалы 127
§ 9. Регуляризация Марковского процесса 130
§ 10. Абсолютно непрерывные правые процессы 142
Глава III. Однородные процессы 146
§ 11. Однородные эксцессивные функции и меры 146
§ 12. Регулярные и корегулярные процессы 154
§ 13. Допустимые однородные процессы 158
§ 14. Связь с дуальными однородными процессами 161
Добавление 1. Измеримые пространства 168
Добавление 2. Борелевские пространства 170
Добавление 3. Непрерывные слева мартингалы и предсказуемые процессы 172
Добавление 4. Разложение мер по крайним 174
Литература 175

Год издания 1982

Том 21

СОДЕРЖАНИЕ

В.Н. Денисов, А.А. Логунов. Новые представления о геометрии пространства-времени и гравитации 3
Введение 3
Глава I. Кризис общей теории относительности 5
§ 1. Создание общей теории относительности 5
§ 2. Теория гравитации Эйнштейна 10
§ 3. Псевдотензоры энергии импульса гравитационного поля в обшей теории относительности . . . 24
§ 4. Бессмысленность определения инертной массы в общей теории относительности 27
§ 5. Бессмысленность расчета интенсивности гравитационного излучения в общей теории относительности 34
§ 6. Анализ введенного Эйнштейном закона сохранения для вещества и гравитационного поля . . . 44
§ 7. Критика определения энергии-импульса системы из уравнений движения вещества в общей теории относительности 53
§ 8. Проблема энергии-импульса в теория Эйнштейна 57
Литература 64
Глава 2. Полевая теория гравитации 67
§ 9. Естественная геометрия пространства-времени для физического воля 67
§ 10. Связь законов сохранения с геометрией пространства-времени 72
§ 11. Полевой подход к описанию гравитационного взаимодействия 82
§ 12. Законы сохранения для гравитационного поля и вещества 86
§ 13. Калибровочно-инвариантные уравнения гравитационного поля 93
§ 14. Уравнения минимальной связи 101
§ 15. Законы сохранения гравитации 103
Литература 107
Глава 3. Описание гравитационных эффектов в полевой теории гравитации 109
§ 16. Постньютоновское приближение полевой теории гравитации 109
§ 17. Постньютоновские интегралы движения в волевой теории гравитации 118
§ 18. Гравитационные эксперименты в Солнечной системе 122
§ 19. Постньютоновское движение двойных систем в полевой теория гравитация 131
§ 20. Гравитационное поле статического сферически симметричного источника 145

§ 21. Анализ устойчивости астрофизических объектов и новый механизм освобождения их энергии . 148
§ 22, Гравитационное поле нестатического сферически симметричного источника 155
§ 23. Нестационарная модель Вселенной 157
Литература 169
Глава 4. Слабые гравитационные волны в полевой теории гравитации 171
§ 24. Излучение слабых гравитационных волн в полевой теория гравитации 171
§ 25. Коэффициенты Петерса – Мэтьюза полевой теории гравитации 178
§ 26. Основные экспериментальные следствия отличия полевой теорий гравитации от теории Эйнштейна 183
Литература 190
Глава 5. Движение протяженных тел в метрических теориях гравитации 191
§ 27. Определение тензора пассивной гравитационной массы 191
§ 28. Ускорение центра масс протяженного тела в слабом гравитационном поле 195
§ 29. Уравнения движения точечного тела 199
§ 30. Усредненное относительное движение протяженного и точечного тел 202
§ 31. Движение системы Солнце – Земля 209
Литература 215

Год издания 1982

Том 22

СОДЕРЖАНИЕ

В.И. Арнольд. Особенности в вариационном исчислении 3
§ 1. Симплектическая и контактная геометрия 5
§ 2. Контактная геометрия 11
§ 3. Задача об обходе препятствия 15
§ 4. Асимптотические лучи в симплектической и контактной геометрии 17
§ 5. Раскрытый ласточкин хвост 31
§ 6. Симплектические и контактные триады 43
Литература 54
В.М. Заколюкин. Перестройка, фронтов, каустик, зависящих от параметра, версальность отображений 56
Введение 56
§ 1. Векторные поля, касающиеся фронта 59
§ 2. Однопараметрические перестройки фронтов 74
§ 3. Перестройки каустик в однопараметрических семействах 79
§ 4. Устойчивые отображения, версальные семейства 86
Литература 90
О.В. Ляшко. Геометрия бифуркационных диаграмм 94
Введение 94
§ 1. Некоторые сведения из теории особенностей 96
§ 2. Дополнение к бифуркационной диаграмме функций 102
§ 3. Выпрямление векторного поля 106
§ 4. Поднятие векторного поля 111
§ 5. Диффеоморфизмы, сохраняющие ласточкин хвост 114
§ 6. Распадения особенностей и разбиения диаграмм Дынкина 118
§ 7. Классификация распадений простых особенностей 122
§ 8. Необходимые и достаточные условия распадения 124
Литература 128
А.Н. Варченко. Асимптотики интегралов и структуры Ходжа 130
§ 1. Введение 130
§ 2. Интегралы по исчезающим циклам 133
§ 3. Определение смешанной структуры Ходжа 137
§ 4. Смешанная структура Ходжа в исчезающих когомологиях 139
§ 5. Спектр критической точки 144
§ 6. Вычисление спектра 146
§ 7. Смешанная структура Ходжа для $f + z^p$ 148
§ 8. Спектр и деформации критических точек 152
Литература 164
В.В. Горюнов, Особенности проектирований полных пересечений . . 167
Введение 167
§ 1. Общие сведения о проектированиях поверхностей 168
Глава I. Комплексные проектирования на прямую 170
§ 2. Проектирования на прямую к краевые особенности 170
§ 3. Диаграммы Дынкина 174
Глава II. Геометрия бифуркационных диаграмм 176
§ 4. $k(\pi, 1)$-теоремы 176

§ 5. Выпрямление векторных полей . . . 183
Глава III. Классификация простых проектирований . . . 189
§ 6. Непростые деформации полных пересечений . . . 189
§ 7. Особые проекции гиперповерхностей . . . 191
§ 8. Проектирования многообразии коразмерности 2 . . . 197
Литература . . . 205

А.Г. Хованский. Многогранники Ньютона (разрешение особенностей) . 207
§ 1. Торические многообразия . . . 208
§ 2. Компактификация и разрешение особенностей . . . 223
Литература . . . 238

Год издания 1983

Том 23

СОДЕРЖАНИЕ

С.П. Новиков. Двумерные операторы Шрёдингера в периодических полях 3
Введение . . . 3
Глава 1. Общие свойства линейных операторов с периодическими коэффициентами. Интегрируемые задачи в одномерном случае . . . 5
§ 1. Блоховские функции. Закон дисперсии. Операторы общего положения . . . 5
§ 2. Алгебраические операторы ранга $l > 1$. Примеры. Нелинейные системы . . . 7
Глава 2. Двумерный оператор Шрёдингера с периодическими коэффициентами (нулевой поток магнитного поля) 13
§ 3. Аналитические свойства. Комплексное многообразие квазиимпульсов постоянной энергии. Двумерный аналог конечнозонных операторов . . . 13
Глава 3. Двумерный оператор Шрёдингера в периодических полях с ненулевым потоком . . . 18
§ 4. Общие свойства оператора Шрёдингера в магнитном поле и решетке. Рациональный и иррациональный случаи. Теория возмущений и ее топологические следствия. Обсуждение обратной задачи . . . 18
§ 5. Частица со спином 1/2 в периодическом магнитном поле (без электрического). Точное решение для основного состояния . . . 27
Литература . . . 31

Б.А. Дубровин. Матричные конечнозонные операторы . . . 33
Введение . . . 33
§ 1. Оператор Дирака и нелинейное уравнение Шрёдингера . . . 37
§ 2. Несамосопряженные операторы, связанные с уравнением sine-Gordon . . . 46
§ 3. Примеры нелинейных уравнений, связанных с матричными операторами высших порядков . . . 49
§ 4. О спектральных свойствах матричных операторов с периодическими коэффициентами . . . 51
§ 5. Построение (комплексных) конечнозонных операторов . . . 58
§ 6. Критерий J-эрмитовости строящихся конечнозонных операторных пучков. Плоские вещественные кривые, отвечающие решениям уравнения Эйлера . . . 64
Приложение. Некоторые сведения из теории римановых поверхностей и тэта-функций . . . 69
Литература . . . 76

И.М. Кричевер. Нелинейные уравнения и эллиптические кривые . . 79
Введение . . . 79
Глава 1. Нелинейные уравнения и алгебраические кривые . . . 81
§ 1. Представление нулевой кривизны . . . 81
§ 2. “Конечнозонные решения” уравнений, допускающих представление “нулевой кривизны” . . . 91
§ 3. Представления “нулевой кривизны” и эллиптические кривые . . . 101
Глава 2. Спектральная теория периодического разностного оператора Шрёдингера и модель Пайерлса . 107
§ 1. Периодический разностный оператор Шрёдингера . . . 108
§ 2. “Конечнозонные потенциалы” и вариации интегралов Крускала . . . 116
Глава 3. Модель Пайерлса . . . 120
§ 1. Интегрируемые случаи в модели Пайерлса . . . 120
§ 2. Общая модель Пайерлса . . . 127
Литература . . . 133

С.Ю. Доброхотов, В.П. Маслов. Многомерные ряды Дирихле в задаче об асимптотике спектральных серий нелинейных эллиптических операторов 137
Глава 1. Ряды Дирихле в обыкновенных дифференциальных уравнениях . . . 144
§ 1. Точные решения . . . 144
§ 2. Асимптотические решения . . . 147
Глава 2, Асимптотические решения обобщённой нелинейной краевой задачи Стеклова для эллиптических уравнений с переменными коэффициентами . . . 149
§ 1. Постановка задачи и качественное описание результатов . . . 149
§ 2. “Асимптотические собственные функции” нелинейного уравнения, сосредоточенные в окрестности замкнутой геодезической, и их “суперпозиция” по закону сложения солитонов . . . 153

§ 3. Асимптотические “собственные функции” обобщённой задачи Стеклова для нелинейного уравнения электронейтрального полупроводника и солитонные решения уравнения sine-Gordon . . . 159
§ 4. Инвариантные замкнутые кривые с комплексным ростком на многообразии . . . 162
§ 5. Пример. Гамильтонова система свободного движения, замкнутые геодезические и комплексный росток 168
§ 6. Асимптотические решения уравнения Шрёдингера на компактном римановом многообразии без края 172
§ 7. Пример. Собственные функции оператора Лапласа – Бельтрами на римановом многообразии . . 175
§ 8. Асимптотические решения обобщённой задачи Стеклова для многомерного нелинейного эллиптического уравнения с переменными коэффициентами . . . 176
§ 9. “Суперпозиция нелинейных асимптотических собственных функций”, соответствующих различным собственным значениям, и многомерные ряды . . . 178
§ 10. Пример. “Солитонная суперпозиция” нескольких асимптотических собственных функций нелинейной задачи для уравнения электронейтрального полупроводника . . . 181
§ 11. Смешанная краевая задача для нелинейных эллиптических уравнений . . . 185
Глава 3. Комплексный метод ВКБ в краевых задачах типа задачи Стеклова для нелинейных уравнений . 186
§ 1. Основные идеи и эвристические соображения . . . 187
§ 2. Лемма теории возмущений . . . 201
§ 3. Главный член многофазового асимптотического решения. Высшие приближения . . . 207
§ 4. Вывод формул для коэффициентов многомерных рядов Дирихле, описывающих “суперпозицию” одномерных рядов . . . 217
Литература . . . 220

Год издания 1983

Том 24

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.И. Манин. Голоморфная супергеометрия и суперполя Янга – Миллса 3
Введение . . . 3
§ 1. Элементы супералгебры . . . 4
§ 2. Суперпространства и супермногообразия . . . 17
§ 3. Суперграссманианы и суперпространства флагов . . . 23
§ 4. Связности и интегральные формы . . . 33
§ 5. Интеграл Березина и плотности . . . 37
§ 6. Супертвисторы и суперпространство Минковского . . . 40
§ 7. Скалярные суперполя и компонентный анализ . . . 48
§ 8. Поля Янга – Миллса и уравнения интегрируемости вдоль световых супергеодезических . . . 60
§ 9. Монады на суперпространствах и ЯМ-пучки . . . 68
§ 10. Суперпространства флагов классического типа и экзотические суперпространства Минковского . 69
Литература . . . 79

В.Г. Дринфельд, В.В. Соколов, Алгебра Ли и уравнения типа Кортевега – де Фриза . . . 81
Введение . . . 81
§ 1. Метод Захарова – Шабата (алгебраический аспект) . . . 86
§ 2. Скалярное уравнение Лакса . . . 95
§ 3. Скалярное уравнение Лакса как редукция в схеме Захарова – Шабата . . . 102
§ 4. Метод Захарова – Шабата для алгебр Ли . . . 119
§ 5. Некоторые сведения о полупростых алгебрах Ли и алгебрах Каца – Муди . . . 124
§ 6. Аналоги уравнения КДФ для алгебр Каца – Муди . . . 137
§ 7. Скалярные (L, A)-пары для обобщённых уравнений КДФ . . . 149
§ 8. Гамильтоновы многообразия $M(K)$ . . . 158
§ 9. Примеры обобщённых уравнений КДФ и МКДФ . . . 165
10. Двумеризованные цепочки Тоды . . . 167
Приложение 1. Классические простые алгебры Ли . . . 171
Приложение 2. Классические алгебры Каца – Муди . . . 172
Литература . . . 177

А.А. Бейлинсон. Высшие регуляторы и значения L-функций . . . 181
Введение . . . 181
Глава 1. Основные конструкции и гипотезы . . . 183
§ 1. D-когомологии . . . 183
§ 2. Регуляторы . . . 200
Приложение. Деформации классов Черна . . . 211
§ 3. Значения L-функций . . . 215
Глава 2. Вычисления . . . 219
§ 4. K_2 для кривых — формулы для регулятора . . . 219
§ 5. Значения в двойке L-функций модулярных кривых . . . 222
§ 6. Значения в двойке L-функций произведения двух модулярных кривых . . . 228
§ 7. Круговые поля . . . 230
Литература . . . 237

Год издания 1984

Том 25

ОГЛАВЛЕНИЕ

Д.А. Лейтес. Супералгебры Ли 3
Предисловие 3
§ 0. Напоминания 4
§ 1. Классические супералгебры Ли над $\mathbb{C}$ 12
§ 2 Модули над супералгебрами Ли векторных полей 23
§ 3. Неприводимые представления, инвариантные операторы и аналоги леммы Пуанкаре 30
§ 4. Характеры неприводимых модулей 37
§ 5. Прочие результаты о супералгебрах Ли 40
Литература 44

М.М. Вишик. Неархимедова спектральная теория 51
Введение 51
Глава I. Распределения с компактным носителем 57
§ 1. Банаховы пространства 57
§ 2. Многоугольник Ньютона 61
§ 3. Локально аналитические функции 62
§ 4. Распределения с компактным носителем 63
§ 5. Интеграл Шнирельмана 64
§ 6. Основная теорема об описании распределений с компактным носителем 66
§ 7. Метрические свойства изоморфизмов $\mathcal{H}$ и $\mathcal{E}$ 73
§ 8. Специальные распределения 74
Глава II. Аналитические операторы 80
§ 9. Аналитические операторы с компактным спектром 80
§ 10. Спектральная теорема 83
§ 11. Аналитические операторы специального вида 86
§ 12. Функциональное исчисление 90
Глава III. Теория возмущений 98
§ 13. Вполне непрерывные операторы в смысле Серра 98
§ 14. Возмущения аналитических операторов с компактным спектром 101
§ 15. Относительная кратность возмущения. Формула следов 108
§ 16. Конструкция возмущения, связанного с функцией Кубота – Леопольдта 111
Литература 113

А.А. Суслин. Алгебраическая K-теория и гомоморфизм норменного вычета 115
Введение 115
Глава I. Алгебраическая K-теория и гомоморфизм норменного вычета 118
§ 1. Классическая K-теория 118
§ 2. $+$-конструкция 122
§ 3. Классифицирующее пространство малой категория 126
§ 4. Q-конструкция 129
§ 5. Общие принципы высшей K-теории 134
§ 6. K-теория схем 138
§ 7. Спектральная последовательность Брауна – Герстена – Квиллена 142
§ 8. Классы Чженя 146
§ 9. Вырождение BG спектральной последовательности 150
Глава II. Гомоморфизм норменного вычета 153
§ 10. Многообразия Севери – Брауэра 153
§ H. Теорема 90 для функтора K_2 157
§ 12. t-адический символ Тейта 162
§ 13. t-адические вычисления 164
§ 14. Кручение в K_2 167
§ 15. Группы $\overline{K_1}$ для центральных простых алгебр 168
§ 16. Алгебры Адзумая 172
§ 17. Группа K_2 для алгебр простого индекса 176
§ 18. Гомоморфизм норменного вычета 177
§ 19. Иньективность $R_{t,F}$ 180
§ 20. Вспомогательные леммы 182
§ 21. Основная теорема 184
§ 22. Кручение в K_2 — окончание 187
Глава III. Некоторые применения 189
§ 23. Точная последовательность для $\mathcal{H}_2$-когомологий 189
§ 24. Когомологическое описание редуцированных норм 192
§ 25. $H_2(X, \mathcal{K}_2)$ для рациональных многообразий 195
§ 26. K_2 для алгебр над арифметическими полями 199
§ 27. Циклы коразмерности два 203

Литература 204
С.Г. Влэдуц, Ю.И. Мании, Линейные коды и модулярные кривые . . 209
Введение 209
Глава I. Асимптотические задачи теории кодов 210
§ 1. Коды и их асимптотические свойства 210
§ 2. Границы кодовой области 214
§ 3. Алгебро-геометрические коды 220
Глава II. Полиномиальный алгоритм построения “модулярных” кодов 225
§ 1. Основная теорема 225
§ 2. Многообразия модулей эллиптических модулей 226
§ 3. Реализация “модулярных” кодов 233
§ 4. Формулы 244
§ 5. Вычислительный процесс 248
§ 6. Стандартные процедуры 252
Литература 256

Год издания 1984

Том 26

СОДЕРЖАНИЕ

А.М. Вершик, С.В. Керов. Локально полупростые алгебры. Комбинаторная теория и K_0-функтор 3
Введение 3
Глава 1. Строение локально полупростых алгебр 7
§ 1. Конечномерные комплексные полупростые алгебры (1.5) 7
§ 2. Индуктивные семейства к. п. алгебр 8
§ 3. Локально полупростые алгебры 11
§ 4. Пространства путей и петель графа ветвления 12
§ 5. Базис Гельфанда – Цейтлина и диагональное подсемейство индуктивного семейства к. п. алгебр . 13
§ 6. Структура скрещенного произведения в LS-алгебре. Каноническая LS-алгебра графа ветвления . 15
§ 7. Аппроксимативно-конечномерные (AF)-алгебры 16
§ 8. Центральные меры и гармонические функции графа ветвления 18
§ 9. Следы и характеры AF-алгебры 20
§ 10. Представления AF-алгебр 22
§ 11. Идеалы AF-алгебры 23
§ 12. Когомологии хвостового отношения эквивалентности 25
Глава 2. K-теория локально полупростых алгебр 27
§ 1. Группы размерностей и свойство Рисса 28
§ 2. K-теория AF-алгебр и теорема Эллиотта 30
§ 3. Следы и идеалы группы размерностей 33
§ 4. Теорема о положительности 36
§ 5. Кольца и модули Рисса 38
Глава 3. Примеры 40
§ 1. Схемы ветвления алгебр Глимма 40
§ 2. Классификация риссовских конусов на группе $\mathbb{Z}^2$. Схемы Фибоначчи 41
§ 3. Группа размерностей стационарной схемы ветвления и алгебраическая теория чисел 42
§ 4. Простые группы размерностей 45
§ 5. Вещественные векторные пространства с интерполяционным свойством Рисса 46
§ 6. Граф Паскаля и его обобщения 47
§ 7. Граф Юнга 48
§ 8. Контрпримеры 51
Литература 53
Г.Л. Литвинов. Гипергрупповые алгебры 57
§ 1. Введение 57
§ 2. Гипергруппы и операторы обобщённого сдвига 62
§ 3. Гипергрупповые алгебры 68
§ 4. Инфинитезимальные гипергрупповые алгебры и обобщение теории Ли 77
§ 5. Специальные классы гипергрупп 83
§ 6. Представления гипергрупп и гармонический анализ 87
§ 7. Заключение 98
Литература 98
А.И. Штерн. Ядерные C^*-алгебры и смежные вопросы 107
§ 1. Тензорные произведения C^*-алгебр 107
§ 2. Наследственные свойства C^*-тензорных произведений 109
§ 3. Состояния на тензорных произведениях 110
§ 4. Свойства обертывающей W^*-алгебры, связанные с ядерностью исходной C^*-алгебры 111
§ 5. Характеризация ядерности в терминах свойств аппроксимации 113

§ 6. Наследственные свойства ядерных C^*-алгебр . . . 113
§ 7. Аменабельность и ядерность . . . 115
§ 8. Характеризация ядерных C^*-алгебр в терминах эквивалентности по Морите . . . 116
§ 9. Некоторые свойства ядерных C^*-алгебр . . . 118
§ 10. Примеры . . . 119
§ 11. Свойства, близкие к ядерности . . . 121
18 Литература . . . 123

А.А. Лодкин, Б.А. Рубштейн. Структура и классификация факторов . 127
Введение . . . 127
§ 1. Предварительные сведения об алгебрах фон Неймана . . . 131
§ 2. Основные конструкции факторов . . . 134
§ 3. Модулярная теория. Действия на алгебрах фон Неймана . . . 141
§ 4. Основные инварианты факторов . . . 148
§ 5. Дискретное и непрерывное разложение факторов типа III . . . 154
§ 6. Аппроксимативно конечномерные факторы . . . 156
§ 7. Классификация аппроксимативно конечномерных факторов . . . 162
§ 8. Заключение . . . 163
Литература . . . 165

А.М. Вершик, А.Л. Федоров. Траекторная теория . . . 171
§ 1. Основные понятия и определения . . . 173
§ 2. Грубая классификация. Типы I, II, III по фон Нейману и Мюррею . . . 176
§ 3. Дальнейшие инварианты. Коцикл Радона – Никодима. Хвостовое разбиение. Поток Пуанкаре . . . 178
§ 4. Ручные разбиения, аппроксимативно конечные группы, аменабельные отношения эквивалентности . . . 184
§ 5. Классификация ручных разбиений . . . 189
§ 6. Внешняя сопряженность, подразбиения ручных разбиений и классификация коциклов . . . 193
§ 7. Траекторная теория неаменабельных групп и неручные разбиения . . . 199
§ 8. Траекторная теория непрерывных групп, измеримые группоиды, слоения, полиморфизмы . . . 202
98 Заключение . . . 207
Литература . . . 208

А.А. Лашхи. Решетки с модулярным тождеством и алгебры Ли . . . 213
Введение . . . 213
§ 1. (n, m)-алгебры Ли . . . 216
§ 2. Некоторые свойства модулярных (n, m)-алгебр Ли . . . 219
§ 3, Алгебры Ли над полем с модулярной решеткой подалгебр . . . 221
§ 4. Модулярные q-алгебры Ли . . . 227
§ 5. Доказательство предложения 4.4 . . . 232
§ 6. Чистые модулярные алгебры Ли . . . 240
§ 7. Смешанные модулярные алгебры Ли . . . 245
§ 8. О решетке субидеалов алгебр Ли характеристики нуль . . . 247
Литература . . . 253

Год издания 1985

Том 27

СОДЕРЖАНИЕ

Г.Г. Каспаров. Операторная K-теория и ее приложения . . . 3
§ 1. Введение . . . 3
§ 2. Гильбертовы C^*-модули . . . 3
§ 3. K-бифунктор и его свойства . . . 5
§ 4. Расширения C^*-алгебр и K-теория . . . 8
§ 5. Эквивариантный K-бифунктор, кольца представлений и K-аменабельность . . . 11
§ 6. Групповые C^*-алгебры и скрещенные произведения . . . 15
§ 7. Эллиптические операторы и представления групп . . . 19
§ 8. Высшие сигнатуры, метрики положительной кривизны, слоения . . . 24
Литература . . . 28

А.И. Штерн. Двойственность для скрещенных произведений алгебр фон Неймана . . . 33
§ 1. Предварительные сведения . . . 34
§ 2. Алгебры Каца . . . 37
§ 3. Действия и скрещенные произведения . . . 42
§ 4. Приложения . . . 54
§ 5. Заключительные замечания . . . 61
Литература . . . 61

Ш.А. Аюпов. Йордановы операторные алгебры . . . 67
Введение . . . 67
§ 1. Йордановы алгебры самосопряженных операторов и йордановы банаховы алгебры . . . 69

§ 2. JW-алгебры и обертывающие W^*-алгебры . . . 72
§ 3. Классификация JW-факторов . . . 76
§ 4. Инволютивные *-антиавтоморфизмы инъективных W^*-факторов . . . 80
§ 5. Теория Томиты – Такесаки для JBW-алгебр . . . 85
§ 6. Теоремы Радона – Никодима . . . 88
§ 7. Меры на проекторах JBW-алгебр . . . 91
Литература . . . 95

В.И. Чилин. Частично упорядоченные бэровские инволютивные алгебры 99
§ 1. AW^*-алгебры . . . 101
§ 2. Алгебры измеримых и локально измеримых операторов . . . 114
§ 3. Частично упорядоченные бэровские *-алгебры . . . 121
Литература . . . 125

В.Я. Голодец. Асимптотические свойства алгебр Неймана . . . 129
Введение . . . 129
§ 1. Предварительные сведения . . . 131
§ 2. Описание основной конструкции . . . 135
§ 3. Определение асимптотической алгебры и ее свойства . . . 147
§ 4. Множество асимптотических отношений Араки – Вудса и асимптотические алгебры . . . 151
§ 5. Центральные последовательности и асимптотические алгебры . . . 156
Литература . . . 165

Н.В. Трунов, А.Н. Шерстнев. Введение в теорию некоммутативного интегрирования . . . 167
Введение . . . 167
§ 1. Интегрирование в алгебрах Неймана относительно веса . . . 167
§ 2. Об интегрировании в JBW-алгебрах . . . 179
§ 3. О проблеме интегрирования относительно неограниченных мер на проекторах . . . 185
Литература . . . 187

В.В. Аншелевич, М.Ш. Гольдштейн. Операторные алгебры в статистической механике и некоммутативная теория вероятностей . . . 191
§ 1. Введение . . . 191
§ 2. Квантовые спиновые системы. Состояния Кубо – Мартина – Швингера . . . 192
§ 3. Сходимость к равновесию. Инвариантные состояния и первые интегралы . . . 201
§ 4. Первые интегралы многомерной изотропной модели Гейзенберга . . . 205
§ 5. Центральная предельная теорема для распределения сумм операторов . . . 214
§ 6. Индивидуальная эргодическая теорема для положительных линейных отображений в алгебрах фон Неймана 219
§ 7. Центральная предельная теорема для распределения собственных значений оператора энергии непрерывной системы квантовой статистической механика . . . 222
Литература . . . 225

Год издания 1985

Том 28

СОДЕРЖАНИЕ

Н.В. Змитренко, С.П. Курдюмов, А.П. Михайлов. Теория режимов с обострением в сжимаемых средах . . . 3
Введение . . . 3
Глава 1. Граничные режимы с обострением в газовой динамике . . . 10
§ 1. Эффекты локализации и образования структур при сжатии газа в режиме с обострением . . . 10
§ 2. Теория адиабатического сверхсжатия газа при произвольном распределении энтропии . . . 28
Заключение . . . 40
Глава 2. Сжатие конечной массы плазмы в режимах с обострением . . . 41
§ 1. Решения с разделяющимися переменными для задач физики плазмы . . . 41
§ 2. Эффекты локализации и образования структур . . . 57
§ 3. “Обращение” процессов во времени в диссипативной открытой системе . . . 72
§ 4. Автомодельные режимы сжатия и разрежения с учетом диффузии магнитного поля . . . 78
Литература . . . 87

В.А. Галактионов. В.А. Дородницын, Г.Г. Еленин, С.П. Курдюмов, А.А. Самарский. Квазилинейное уравнение теплопроводности с источником: обострение, локализация, симметрия, точные решения, асимптотики, структуры 95
Введение . . . 95
§ 1. Необычные эффекты режимов с обострением . . . 99
§ 2. Симметрия уравнения теплопроводности . . . 106

§ 3. Квазилинейное уравнение $u_t = \nabla(u^\alpha \triangle u) + u^\beta$; неограниченные решения, локализация, асимптотическое поведение . . . 158
§ 4. Полулинейное параболическое уравнение . . . 189
Заключение . . . 198
Литература . . . 199

Т.С. Ахромеева, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий, А.А. Самарский. О классификации решений системы нелинейных диффузионных уравнений в окрестности точки бифуркации . . . 207
§ 1. Двухкомпонентные системы в задача классификации . . . 207
§ 2. Общие свойства уравнения и основные типы решений . . . 215
§ 3. Симметричные решения уравнения Курамото – Цудзуки . . . 220
§ 4. Двухмодовая система и ее свойства . . . 228
§ 5. Странный аттрактор в двухмодовой системе . . . 249
§ 6. Сравнение решений уравнения Курамото – Цудзуки в двухмодовой системе . . . 265
§ 7. Диффузионный хаос . . . 277
§ 8. Простейшие типы упорядоченности в двухкомпонентных системах в двумерном случае . . . 284
§ 9. Другие задачи, связанные с анализом диссипативных систем в окрестности точки бифуркации . . . 304
Литература . . . 308

Год издания 1987

Том 29

СОДЕРЖАНИЕ

В.В. Трофимов, А.Т. Фоменко. Геометрия скобок Пуассона и методы интегрирования по Лиувиллю систем на симметричных пространствах . . . 3
Введение . . . 3
Глава 1. Уравнения Эйлера на алгебрах Ли, возникающие в физических и геометрических задачах . . . 7
§ 1. Постановка задачи интегрирования дифференциальных уравнений . . . 7
§ 2. Теория Морса вполне интегрируемых гамильтоновых систем. Топология поверхностей уровня постоянной энергии гамильтоновых систем, препятствия к интегрируемости, классификация перестроек общего положения торов Лиувилля в окрестности бифуркационной диаграммы . . . 13
§ 3. Уравнения Эйлера на алгебрах Ли . . . 21
§ 4. Секционные операторы . . . 29
§ 5. Бигамильтоновость уравнения Эйлера и симметрические алгебры Ли . . . 40
Глава 2. Методы интегрирования по Лиувиллю систем на симметрических пространствах . . . 44
§ 1. Различные варианты некоммутативного интегрирования в смысле Лиувилля . . . 44
§ 2. Алгебраизация гамильтоновых систем на орбитах групп Ли . . . 51
§ 3. Расширение геодезического потока . . . 53
§ 4. Методы построения функций в инволюции . . . 54
Глава 3. Полная интегрируемость по Лиувиллю некоторых гамильтоновых систем на алгебрах Ли . . . 61
§ 1. Постановка задачи построения полного инволютивного набора функций . . . 61
§ 2. Уравнения Эйлера на полупростых алгебрах Ли . . . 63
§ 3. Уравнения Эйлера на разрешимых алгебрах Ли . . . 69
§ 4. Уравнения Эйлера на неразрешимых алгебрах Ли с нетривиальным радикалом . . . 75
Глава 4. Вопросы неинтегрируемости в гамильтоновой механике . . . 81
§ 1. Метод Пуанкаре доказательства неинтегрируемости . . . 81
§ 2, Топологические препятствия к полной интегрируемости . . . 91
§ 3. Топологические препятствия к аналитической интегрируемости геодезических потоков на неодносвязных многообразиях . . . 98
Литература . . . 100

Ю.А. Дубинский. Алгебра псевдодифференциальных операторов с комплексными аргументами и ее приложения . . . 109
Введение . . . 109
Глава 1. П/д операторы с постоянными аналитическими символами . . . 115
§ 1. Пространство $\mathrm{Exp}_{\mathbb{R}}(\mathbb{C}^n_z)$ . . . 115
§ 2. Основное пространство $\mathrm{Exp}_{\mathcal{D}}(\mathbb{C}^n_z)$ . . . 116
§ 3. Лемма о плотности . . . 119
§ 4. Алгебра п/д операторов с постоянными аналитическими символами . . . 121
§ 5. Корректность определения п/д оператора . . . 124
§ 6. Экспоненциальные функционалы . . . 126
§ 7. Операторный метод . . . 128
§ 8. Случай произвольной области Ω . . . 130
Глава 2. Комплексный метод Фурье . . . 132
§ 1. Преобразование Фурье аналитических функций . . . 132
§ 2. Преобразование Фурье экспоненциальных функций . . . 133
§ 3. Свойство комплексной унитарности . . . 135

5 4. Приложения к п/д уравнениям 137
Глава 3. П/д операторы с переменными аналитическими символами 138
§ 1. Определение п/д оператора с переменным символом 138
§ 2. Необходимые пространства 139
§ 3. Задача Коши для п/д уравнений с переменными символами 140
§ 4. Случай эволюции решения в классе начальных данных 145
§ 5. Глобальная разрешимость 147
Литература 148

Ю.Г. Борисович, Б.Д. Гельман, А.Д. Мышкис, В.В. Обуховский. Многозначный анализ и операторные включения 151

Введение 151
Глава 1. Анализ многозначных отображений 153
§ 1. Пространство замкнутых подмножеств 153
§ 2. Непрерывность многозначных отображений. Некоторые операции над многозначными отображениями 154
§ 3. Непрерывные сечения и однозначные аппроксимации м-отображений 158
§ 4. Об измеримых многозначных отображениях 166
§ 5. Монотонные и аккретивные многозначные отображения 169
Глава 2. Топологические инварианты многозначных отображений и разрешимость операторных включений 170
§ 1. Гомотопические свойства пространства замкнутых подмножеств 170
§ 2. Топологическая степень, вращение и неподвижные точки многозначных отображений в конечномерных пространствах 172
§ 3. Топологическая степень и неподвижные точки многозначных отображений в бесконечномерных пространствах 179
§ 4. Локальная степень многозначных векторных полей с фредгольмовой главной частью 190
§ 5. О структуре множества решений многозначных операторных включений 194
§ 6. О некоторых приложениях многозначных отображений 201
Аннотированная литература 206
Литература 208

Год издания 1985

Том 30

СОДЕРЖАНИЕ

Н.Т. Кигурадзе. Краевые задачи для систем обыкновенных дифференциальных уравнений 3

Введение 3
Глава 1. Общая краевая задача 7
§ 1. Однозначная разрешимость и корректность линейной краевой задачи 7
§ 2. Признаки существования и единственности решений нелинейных краевых задач 12
§ 3. Корректность нелинейных краевых задач 19
Глава 2. Многоточечные задачи 27
§ 4. Формулировка основных результатов 27
§ 5. Вспомогательные предложения 30
§ 6. Доказательства теорем 36
Глава 3. Двухточечные задачи 42
§ 7. Многомерные дифференциальные системы 42
§ 8. Двумерные дифференциальные системы 59
Глава 4. Периодические и ограниченные решения 71
§ 9. Периодические решения многомерных дифференциальных систем 71
§ 10. Периодические решения двумерных дифференциальных систем 85
§ 11. Ограниченные решения 91
Литература 99

И.Т. Кигурадзе, Б.Л. Шехтер. Сингулярные краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка 105

Введение 105
Глава 1. Задачи на конечном промежутке 110
§ 1, Линейные уравнения 110
§ 2. Уравнения, сравнимые с линейными 136
§ 3. Уравнения с нелинейностями типа Бернштейна – Нагумо 149
§ 4. Уравнения с сингулярностями относительно фазовой переменной 161
Глава 2. Задачи на бесконечном промежутке 169
§ 5. Задачи об ограниченных и монотонных решениях 169
§ 6. Об одной краевой задаче, возникающей в нелинейной теории поля 183
Литература 197

Год издания 1987

Том 31

СОДЕРЖАНИЕ

Г.А. Воропаева, В.Л. Дубнов, В.П. Маслов. Диссипативно-асимптотические многообразия . . . 3
Введение . . . 3
§ 1. Абстрактные асимптотические ряды . . . 6
§ 2. Пример: степенные асимптотические ряды . . . 15
§ 3. Диссипация . . . 18
§ 4. Диссипативные асимптотические сечения . . . 23
§ 5. D-асимптотические замены переменных . . . 28
§ 6. (h, D)-асимптотические конструкции . . . 40
§ 7. Асимптотическая композиция . . . 50
§ 8. Асимптотические многообразия . . . 57
§ 9. Эволюционирующие асимптотические многообразия . . . 65
§ 10. D-асимптотическая задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения . . . 75
§ 11. (h, D)-асимптотическая теория возмущений . . . 80
§ 12. Асимптотические многообразия конечного приближения. Многообразие с комплексным ростком . . . 86
Литература . . . 92

Г.А. Воропаева, В.Л. Дубнов, В.П. Маслов. Асимптотические лагранжевы многообразия и комплексный метод ВКБ . . . 93
Введение . . . 93
§ 1. Изотропные и лагранжевы асимптотические многообразия . . . 95
§ 2. Диссипативные лагранжевы асимптотические многообразия . . . 103
§ 3. H-расширения . . . 108
§ 4. Диссипативные изотропные асимптотические многообразия . . . 115
§ 5. Асимптотическое решение нелинейного уравнения первого порядка . . . 124
§ 6. Асимптотическая задача Коши для нестационарного уравнения Гамильтона – Якоби с комплексным гамильтонианом . . . 129
§ 7. Приближенное вычисление фазы . . . 138
§ 8. c-лагранжева структура . . . 143
§ 9. Лагранжев комплексный росток как пример c-лагранжева многообразия . . . 160
§ 10. Уравнение переноса на $\mathcal{H}$-эволюции c-лагранжева многообразия как ВКБ-представления уравнения типа Шрёдингера . . . 171
§ 11. Примеры . . . 182
Литература . . . 192

Год издания 1987

Том 32

СОДЕРЖАНИЕ

А.А. Воронов, Ю.И. Манин, И.Б. Пенков. Элементы супергеометрии . . . 3
А.А. Воронов, Ю.И. Манин. Суперклеточные разбиения суперпространств флагов . . . 27
И.Б. Пенков. Теория Бореля – Вейля – Ботта для классических супергрупп Ли . . . 71
А. Ю. Вайнтроб. Деформации комплексных суперпространств когерентных пучков на них . . . 125

Год издания 1988

Том 33

СОДЕРЖАНИЕ

И.А. Васильев. Стабильные когомологии дополнений к дискриминантам деформаций особенностей гладких функций . . . 3
В.В. Горюнов. Векторные поля и функции на дискриминантах полных пересечений и бифуркационных диаграммах проектирований . . . 31
А.Б. Гивенталь. Особые лагранжевы многообразия и их лагранжевы отображения . . . 55

Б.А. Хесин. Бифуркации градиентных динамических систем 113
Д.Н. Варченко. Перестройки выпуклых оболочек и фазовые переходы в термодинамике 157
А.Д. Вайнштейн, Б.З. Шапиро. Особенности границы области гиперболичности 193
Э. Казарян. Особенности границы фундаментальных систем, уплощения проективных кривых и клетки Шуберта 215

Год издания 1989

Том 34

СОДЕРЖАНИЕ

И.Ш. Ахатов, Р.К. Газизов, Н.Х. Ибрагимов. Нелокальные симметрии. Эвристический подход 3
Введение 3
Глава 1. Квазилокальные симметрии 7
§ 1. Канонический оператор Ли – Беклунда 7
§ 2. Квазилокальные симметрии 10
Глава 2. Уравнения типа нелинейной теплопроводности 11
§ 3. Преобразования эквивалентности 12
§ 4. Групповая классификация уравнений $w_t = H(w_2)$ 17
§ 5. Групповая классификация уравнений нелинейной фильтрации 20
§ 6. Классификация по квазилокальным симметриям 24
§ 7. Решения, инвариантные относительно квазилокальных симметрий 26
Глава 3. Уравнения одномерной газовой динамики 35
§ 8. Последовательность LIE 35
§ 9. Преобразования эквивалентности 36
§ 10. Групповая классификация систем (l) 38
§ 11. Метод предварительной групповой классификации 43
§ 12. Предварительная классификация системы (L) 47
§ 13. Полная групповая классификация системы (L) 54
§ 14. Формулы перехода. Примеры вычисления квазилокальных симметрий 58
Глава 4. Иерархия нелокальных переменных и симметрий 78
§ 15. Нелокальные симметрии первого поколения 78
§ 16. Квазилокальные симметрии второго поколения 79
Литература 80
В.А. Банков, Р.К. Газизов, Н.Х. Ибрагимов. Методы возмущений в групповом анализе 85
Введение 85
Глава 1. Приближенные группы преобразований 88
§ 1. Приближенная задача Коши 88
§ 2. Однопараметрические приближенные группы 89
§ 3. Решение уравнения Ли 91
§ 4. Критерий инвариантности 97
Глава 2. Устойчивые и неустойчивые симметрии 103
§ 5. Классификация по точным и приближенным симметриям уравнений $u_{tt} + \varepsilon\varphi(u)u_t = (f(u)u_x)_x$. 103
§ 6. Устойчивость симметрии уравнения переноса 117
§ 7. Симметрии, преобразующие малый параметр ε 122
Глава 3. Приближенные преобразования Беклунда 124
§ 8, Нелинейное волновое уравнение с малой диссипацией 124
§ 9. Возмущенное уравнение Кортевега – де Фриза 127
Глава 4. Формальные симметрии и линеаризация уравнений $u_t = h(u)u_x + \varepsilon H$ 131
§ 10. Формальные преобразования Беклунда и рекурренции 132
§ 11. Уравнение Кортевега – де Фриза в качестве примера 134
§ 12. Формальные симметрии уравнения Бюргерса – Кортевега – де Фриза 141
Приложение 143
Литература 146
В.А. Дородницын. Группы преобразований в сеточных пространствах . 149
Введение 149
§ 1. Формальные степенные ряды и формальные группы 151
§ 2. Группа Тейлора, введение сеточных переменных 153
§ 3. Критерий инвариантности сетки 157
§ 4. Преобразования, сохраняющие смысл конечно-разностных производных 161
§ 5. Двумерный случай: формулы продолжения; инвариантные сетки 163

§ 6. Инвариантность разностных уравнений 167
§ 7. Группа Ньютона, коммутационные свойства и факторизация операторов Ли – Беклунда в сеточном пространстве 173
§ 8. Дискретный аналог теоремы Нётер для одного класса преобразований 183
Литература 189

Год издания 1989

Том 35

СОДЕРЖАНИЕ

Р.В. Гамкрелидзе. А.А. Аграчев, С.А. Вахрамеев. Обыкновенные дифференциальные уравнения на векторных расслоениях и хронологическое исчисление 3
§ 1. Векторные поля и диффеоморфизмы 3
§ 2. Векторные расслоения и конечно порожденные проективные модули 14
§ 3. Потоки на модулях и векторных расслоениях 47
§ 4. Расслоения и модули с дополнительными структурами 85
§ 5. Возмущения потоков и хронологическая связность 98
Литература 106
А.А. Аграчев. Р.В. Гамкрелидзе. Квазиэкстремальность для управляемых систем 109
Введение 109
§ 1. Гладкие управляемые системы 110
§ 2. Управляемые системы с ограничениями на управления 125
Литература 134
С.А. Вахрамеев. Гладкие управляемые системы постоянного ранга и линеаризуемые системы 135
Введение 135
§ 1. Гладкие управляемые системы постоянного ранга 143
§ 2. Теоремы релейности для гладких управляемых систем постоянного ранга 163
Литература 177
А.А. Аграчев, Р.В. Гамкрелидзе. Квадратичные отображения и гладкие вектор-функции: эйлеровы характеристики множеств уровня 179
Введение 179
§ 1. Пространства квадратичных форм 181
§ 2. Квадратичные отображения и пучки квадратичных форм 188
§ 3. Комплексы квадратичных форм 200
§ 4. Эйлерова характеристика 212
§ 5. Комплексы эрмитовых форм 220
§ 6. Критические множества гладких векторных функций 224
Литература 239

Год издания 1989

Том 36

СОДЕРЖАНИЕ

А.С. Холево. Квантовое стохастическое исчисление 3
Введение 3
§ 1. Диагонализуемость, совместимость, коммутативность 4
§ 2. Три основных процесса в пространстве Фока 6
§ 3. Отображение дуальности и винеровский процесс 10
§ 4. Пуассоновский процесс в пространстве Фока 12
§ 5. Квантовая формула Ито и стохастические уравнения 15
§ 6. Стохастические эволюции и расширения полугрупп 24
Литература 27
В.П. Белавкин. Стохастическое исчисление квантовых входных-выходных процессов и квантовая неразрушающая фильтрация 29
Введение 29
§ 1. Исчисление квантовых входных процессов 31
§ 2. Стохастическое исчисление квантовых выходных процессов 36
§ 3. Стохастическая неразрушающая фильтрация квантовых процессов 40

§ 4. Стохастическое исчисление апостериорных квантовых процессов . . . 45
§ 5. Стохастические уравнения квантовой условно-марковской фильтрации . . . 52
Приложение. Квантовый стохастический интеграл . . . 61
Литература . . . 66

Е.А. Морозова, Н.Н. Ченцов. Марковская инвариантная геометрия на многообразиях состояний . . . 69
Литература . . . 101

Д.С. Холево. Условно положительно определенные функции в квантовой теории вероятностей . . . 103
Введение . . . 103
Глава I. Положительная определенность и полная положительность . . . 105
§ 1. Положительно определенные и условно положительно определенные ядра . . . 105
§ 2. Канонические представления . . . 110
§ 3 Свойства непрерывности . . . 118
§ 4. Случай $\mathcal{A} = \mathcal{C}(\mathcal{H})$ . . . 121
Глава 2, Предельные теоремы для последовательных измерений . . . 125
§ 1. Понятие инструмента . . . 125
§ 2. Характеристическая функция инструмента . . . 129
§ 3. Предельная теорема для сверток инструментов . . . 134
§ 4. Процессы непрерывного намерения . . . 138
§ 5. Функциональная предельная теорема для последовательных измерений . . . 142
Литература . . . 146

А.М. Чеботарев. Необходимые и достаточные условия консервативности динамических полугрупп . . . 149
Введение . . . 149
§ 1. Формулировка основных результатов . . . 153
§ 2, Интегральная форма уравнений Линдблада . . . 156
§ 3. Необходимое и достаточное условие консервативности минимального решения . . . 163
§ 4. Неравенства для вполне положительных отображений . . . 171
§ 5. Примеры . . . 176
Литература . . . 183

Год издания 1989

Том 37

СОДЕРЖАНИЕ

И.В. Скрыпник. Нелинейные эллиптические уравнения высшего порядка 3
Предисловие . . . 3
Глава 1. Разрешимость граничных задач для квазилинейных эллиптических уравнений дивергентного вида 5
§ 1. Постановка граничных задач и их сведение к операторным уравнениям . . . 6
§ 2. Существование решений операторных уравнений и граничных задач . . . 16
§ 3. Разрешимость эллиптических задач с нестепенными нелинейностями . . . 22
§ 4. Разрешимость граничных задач для уравнений бесконечного порядка . . . 27
Глава 2. Топологические методы в теории нелинейных эллиптических граничных задач . . . 32
§ 1. Степень отображений монотонного типа . . . 33
§ 2. Применение теории степени отображения к доказательству разрешимости нелинейных уравнений . 43
§ 3. Разрешимость слабо нелинейных граничных задач . . . 49
§ 4. Топологические характеристики общих нелинейных эллиптических задач . . . 59
§ 5. Оценка числа решений нелинейных граничных задач . . . 74
Литература . . . 79

Ю.А. Дубинский. Нелинейные параболические уравнений высокого порядка . . . 89
Предисловие . . . 89
Глава 1. Квазилинейные параболические уравнения дивергентного вида . . . 91
§ 1. Методы решения квазилинейных параболических задач . . . 91
§ 2. Регулярность обобщенных решений . . . 104
§ 3. Нелинейные параболические уравнения бесконечного порядка . . . 109
§ 4. Нелинейные стохастические уравнения параболического типа . . . 114
§ 5. Численные истоды решения нелинейных параболических уравнений высокого порядка . . . 117
§ 6. Вырождающиеся нелинейные параболические уравнения и системы высокого порядка . . . 123
Глава 2. Нелинейные параболические задачи общего вида . . . 129
§ 1. Общие краевые задачи . . . 129
§ 2. Нелинейные параболические уравнения с двумя независимыми переменными . . . 140
§ 3. Функционально-аналитические решения квазилинейных параболических уравнений . . . 146
§ 4. Параболические задачи с младшими членами . . . 151

Комментарии 155
Литература 160

Год издания 1990

Том 38

СОДЕРЖАНИЕ

Ф.Ф. Воронов. Квантование на супермногообразиях и аналитическое доказательство теоремы Атьи – Зингера об индексе 3
Предисловие 3
Введение 4
Глава 1. Квантование и спиноры 11
§ 1. Квантование 11
§ 2. Пространство спиноров 20
§ 3. Спинорное представление 29
§ 4. Символьное исчисление 40
Глава 2. Исчисление полных символов на римановых и спинорных многообразиях 57
§ 1. Квантование на римановом многообразия 57
§ 2. Квантование в присутствии спиноров 64
Глава 3. Индекс оператора Дирака 77
§ 1. Оператор Дирака 77
§ 2. Вычисление индекса 80
Приложение 86
А. Некоторые понятия суперматематики 86
Б. Формы и гамильтонова механика 101
В. Теорема об индексе 108
Литературные указания 116
Литература 116

А.В. Бреннер, М.А. Шубин. Формула Атьи – Ботта – Лефшеца для эллиптических комплексов на многообразии с краем 119
Введение 119
§ 1. Предварительные сведения: псевдодифференциальные операторы на многообразии с краем . . . 127
§ 2. Эллиптические комплексы на многообразии с краем 139
§ 3. Геометрические эндоморфизмы эллиптического комплекса и формулы Атьи – Ботта – Лефшеца на многообразии с краем 149
§ 4. Доказательство формулы Атьи – Ботта – Лефшеца на многообразии с краем 155
§ 5. Предельное поведение следов коммутаторов 171
Литература 181

Год издания 1990

Том 39

СОДЕРЖАНИЕ

А.А. Аграчев, Р.В. Гамкрелидзе. Ряды Вольтерра и группы подстановок 3
§ 1. Введение. Вариации динамической системы 3
§ 2. Тасовочная алгебра. Абстрактные вариационная группа и алгебра Ли вариаций 16
§ 3. Тасовки и симметрии 27
§ 4. Расширения 34
Литература 40

С.А. Вахрамеев. Теория Морса и теория Люстерника – Шнирельмана в геометрической теории управления 41
scripotsize Введение 41
§ 1. Подготовительный материал 45
§ 2. Задачи оптимального управления и теория Морса для гладках управляемых систем постоянного ранга 51
§ 3. Теория Люстерника – Шнирельмана в задачах оптимального управления 79
Комментарий к списку литературы 103
Литература 104

А.И. Третьяк. Точечные условия оптимальности высокого порядка . . 118
Введение 118

§ 1. Подготовительный материал 119
§ 2. Общие необходимые условия оптимальности 128
§ 3. Необходимые условия оптимальности в терминал возмущений управления 141
§ 4. Точечные условия оптимальности четного и нечетного порядков 165
Литература 176

Год издания 1991

Том 40

СОДЕРЖАНИЕ

В.М. Филиппов, В.М. Савчин, С.Г. Шорохов. Вариационные принципы для непотенциальных операторов 3
Введение 3
Глава 1. Вспомогательные сведения и постановки обратных задач вариационного исчисления (ОЗВИ) . 4
§ 1.1. Вспомогательные сведения 4
§ 1.2. Постановки обратных задач вариационного исчисления 12
Глава 2. Условия потенциальности систем дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений 15
§ 2.1. Условия потенциальности в операторной форме 15
§ 2.2. Условия потенциальности систем обыкновенных дифференциальных уравнений 18
§ 2.3. Условия потенциальности Гельмгольца для систем дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений с частными производными 27
§ 2.4. Формулировки условий потенциальности с применением аппарата внешнего дифференциального исчисления 33
§ 2.5. Условия вариационности дифференциальных уравнений на многообразиях 38
Глава 3. Экстремальные обратные задачи вариационного исчисления 47
§ 3.1. Прямой вариационный метод Мартынюка – Петришина – Шалова для линейных уравнений с B-симметричными, B-положительными операторами 48
§ 3.2. Конструктивные решения экстремальных обратных задач вариационного исчисления для некоторых ДУЧП 50
§ 3.3. Экстремальные вариационные принципы для нелинейных уравнений с непотенциальными операторами 63
§ 3.4. Двойственные вариационные принципы 69
Глава 4. Стационарные вариационные принципы для непотенциальных операторов 75
§ 4.1. О глобальных решениях ОЗВИ 76
§ 4.2. Вариационные принципы для систем линейных ОДУ 80
§ 4.3. Вариационные принципы для систем нелинейных ОДУ с непотенциальными операторами . . 84
§ 4.4. B-потенциальность операторов в частных производных 102
§ 4.5. Вариационные формулировки за счет преобразования зависимых и независимых переменных исходной задачи 118
Глава 5. Эквивалентные вариационные принципы для дифференциальных уравнений 126
§ 5.1. Эквивалентные вариационные принципы для ОДУ 126
§ 5.2. Эквивалентные вариационные принципы для ДУЧП 137
§ 5.3. Геометрические свойства систем с альтернативными лагранжианами 139
Глава 6. Некоторые приложения решений обратных задач вариационного исчисления 143
§ 6.1. Нахождение законов сохранения на основе вариационных принципов 143
§ 6.2. Операторный подход к классификации сил 145
§ 6.3. К бигамильтоновости эволюционных систем 151
§ 6.4. Потенциальные операторы и бифуркации 153
§ 6.5. ОЗВИ и символьные вычисления на ЭВМ 154
Литература 157

Год издания 1992

Серия
АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. ГЕОМЕТРИЯ
ЗА ПЕРИОД 1962-1991 ГГ.

Научный редактор член-корреспондент АН СССР Р.В. Гамкрелидзе

АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. 1962 (Том 1)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Э.Б. Винберг. Группы Ли и однородные пространства 5
2. Л.М. Глускин. Полугруппы 33
3. Л.А. Скорняков. Кольца 59
4. Л.А. Скорняков. Модули 80
5. А.Х. Лившиц, М.С. Цаленко, Е.Г. Шульгейфер. Теория категорий . 90
6. М.М. Постников. Теория гомотопий 107
7. С.П. Новиков. Дифференциальная топология 134
8. А.В. Чернавский. Геометрическая топология многообразий 161
9. А.А. Зыков. Теория графов 188

Год издания 1963

ГЕОМЕТРИЯ. 1963 (Том 2)

СОДЕРЖАНИЕ

Г.Ф. Лаптев. Дифференциальная геометрия многомерных поверхностей 3
Введение 3
§ 1. Дифференциальная геометрия многомерных поверхностей в пространствах с фундаментальной группой 4
1. Метод продолжений и охватов 5
2. Метод канонизации подвижного репера 9
3. Метод дифференциальных инвариантов 11
§ 2. Метрическая дифференциальная геометрия многомерных поверхностей 12
1. Погружение римановых метрик и метрическое изгибание поверхностей 13
2. Обобщение метрических задач погружения и изгибания 16
3. Дифференциально геометрические построения на поверхности 18
4. Некоторые специальные классы многомерных поверхностей 20
§ 3. Аффинная и проективная дифференциальная геометрия многомерных поверхностей 26
1. Погружение пространств аффинной и проективной связности 26
2. Аффинное и проективное изгибания многомерных поверхностей 28
3. Дифференциально геометрические построения на многомерных поверхностях 31
4. Многообразия специальных проективных типов 44
5. Некоторые специальные классы поверхностей 46
§ 4. Симплектическая дифференциальная геометрия многомерных поверхностей 47
1. Проективно- и аффинно-симплектическое пространство 47
2. Дифференциальная геометрия поверхностей в симплектических пространствах 48
Библиография 52
В.В. Рыжков. Дифференциальная геометрия точечных соответствий между пространствами 65
§ 1. Основные понятия 67
§2. Изучение дифференциальной окрестности пары точек 74
§ 3. Соответствии со специальной характеристической конфигурацией 77
§ 4. Характеристические ткани и изгибание соответствий между плоскостями 85
§ 5. Связности, присоединенные к точечным отображениям группы преобразований 89
§ 6. Отображения евклидовых и конформных пространств 95
Библиография 100
М.А. Акивис. Конформно-дифференциальная геометрия 108
Введение 108
§ 1. Многообразия образов симметрии в конформном пространстве 111
§ 2. Теория нормализованных поверхностей в конформном пространстве 118

§ 3. Инвариантная теория m-мерных поверхностей конформного пространства . . . 122
§ 4. Применение конформно-дифференциальной геометрии к проективной линейчатой геометрии и к геометрии сфер Ли . . . 131
Библиография . . . 133

В.Т. Базылев. О многомерных сетях и их преобразованиях . . . 138
Введение . . . 138
§ 1. О сетях на многомерных поверхностях . . . 139
§ 2. О преобразовании поверхностей, несущих сопряженную сеть . . . 142
§ 3. Строение поверхности, несущей сопряженную сеть . . . 146
§ 4. Асимптотические преобразования p-сопряженных систем. Системы R . . . 149
§ 5. Фокальные семейства касательных . . . 151
§ 6. Сопряженные системы 3-го порядка . . . 152
§ 7. Другие исследования, связанные с многомерными сетями . . . 154
Библиография . . . 159

Д.Е. Беклемишев. Дифференциальная геометрия пространств с почти комплексной структурой . . . 165
§ 1. Определение и простейшие свойства . . . 166
§ 2. Аффинные связности на многообразиях с почти комплексной структурой . . . 170
§ 3. Связности на почти эрмитовых многообразиях . . . 173
§ 4. Келеровы пространства с постоянной аналитической кривизной . . . 179
§ 5, Почти аналитические векторы и тензоры на почти эрмитовых многообразиях . . . 181
А. Векторные поля . . . 184
Б. Чистые тензорные поля типа $\left(\frac{p}{q}\right)$: $p > 1, q \geq 0$ или $p = 1, q > 0$ . . . 185
В. Чистые тензорные поля типа $\left(\frac{1}{1}\right)$ . . . 186
§ 6. Аналитические преобразования и изометрии . . . 189
§ 7. Конформные преобразования . . . 192
§ 8. Аффинные преобразования . . . 194
§ 9. Проективные и H-проективные преобразования . . . 196
§ 10. Подмногообразия многообразий с почти комплексной структурой . . . 199
§ 11. Почти кватернионные структуры . . . 201
§ 12. Отдельные вопросы . . . 204
Библиография . . . 206

Год издания 1965

АЛГЕБРА. 1964 (Том 3)

СОДЕРЖАНИЕ

1. А.И. Кострикин. Конечные группы . . . 7
§ 1. Простые группы (общие факты) . . . 7
§ 2. Критерии существования инвариантных холловских дополнений . . . 9
§ 3. Группы подстановок . . . 11
§ 4. Централизаторы элементов в неразрешимых группах . . . 14
§ 5. Простые группы с заданными свойствами силовских 2-подгрупп . . . 17
§ 6. Группы нечетного порядка . . . 19
§ 7. Разрешимые группы . . . 23
§ 8. p-группы . . . 25
Отдельные замечания . . . 28
Библиография . . . 29

2. А.Л. Шмелькин. Абстрактная теория бесконечных групп . . . 47
Введение . . . 47
§ 1. Свободные группы. Образующие и соотношения . . . 47
§ 2. Свободные произведения с объединенными подгруппами . . . 50
§ 3. Многообразия групп . . . 51
§ 4. Операции над группами . . . 56
1. Правильные операции . . . 56
2. Сплетения групп . . . 59
§ 5. Теоремы вложения. Уравнения в группах . . . 60
§ 6. Нормальные в инвариантные ряды . . . 62
§ 7. Связь строения группы со строением ее подгрупп . . . 67
§ 8. Группы автоморфизмов . . . 70
§ 9. Упорядоченные группы . . . 72
Библиография . . . 74

3. С.Д. Берман. Представления конечных групп . . . 83

§ 1. Представления конечных групп над полем, характеристика которого не делит порядок группы . . 83
§ 2. Модулярные представления конечных групп 94
§ 3. Целочисленные представления групп и смежные вопросы 102
Библиография 113

4. В.С. Чарин. Топологические группы 123

§ 1. Некоторые общие свойства топологических групп 125
1. Обобщенные топологические группы 125
2. Гомоморфизмы топологических групп 125
3. Теоремы вложения 127
4. Строение некоторых специальных классов групп 128
§ 2. Локально компактные группы 129
1. Интеграл и среднее значение на топологических группах и их применение 129
2. Строение локально компактных групп 132
3. Локально ограниченные группы 139
§ 3. Обобщенные нильпотентные и обобщённые разрешимые группы 140
§ 4. Теоремы типа Силова 143
§ 5. Условия конечности в теории топологических групп, а также условия, близкие к условиям конечности 146
1. Группы с условием минимальности для подгрупп 146
2. Группы с условием максимальности для подгрупп 149
3. Группы конечного специального ранга 151
4. Топологические $F\overline{C}$-группы 152
Библиография 154

5. Л.М. Глускин. Полугруппы 161

1. Вложение полугрупп 161
2. Структурные свойства полугрупп 163
3. Идеалы 164
4. Эквивалентности и специальные комплексы в полугруппах. Гомоморфизмы 166
5. Коммутативные полугруппы 168
6. Свободные полугруппы. Тождества и определяющие соотношения в полугруппах 169
7. Регулярные полугруппы 170
8. Периодические и нильпотентные полугруппы 172
9. Конкретные полугруппы. Полугруппы бинарных отношений 173
10. Полугруппы преобразований 174
11. Представления полугрупп 176
12. Алгебраические системы, близкие к полугруппам 178
13. Полугруппы с определенными на них структурами. Полугруппы и кольца 179
14. Упорядоченные полугруппы 180
15. Топологические полугруппы 181
16. Разные вопросы 182
Библиография 183

6. Б.Б. Венков. Гомологическая алгебра 203

§ 1. Общая гомологическая алгебра 203
1. Гомологическая алгебра в абелевых категориях 203
2. Относительная гомологическая алгебра 205
3. Теория гомотопий в категориях 206
4. Производные неаддитивных функторов 207
5. Другие вопросы 208
§ 2. Когомологии групп 208
1. Когомологии конечных групп 209
2. Когомологии топологических групп 211
3. Когомологии проконечных групп 213
4. Некоммутативные когомологии 215
5. Другие вопросы 217
§ 3. Когомологии колец и алгебр 219
1. Когомологии общих колец 219
2. Когомологии Амицура 220
3. Когомологии локальных колец 220
4. Модули 221
5. Фробениусовы алгебры 222
6. Другие вопросы 222
§ 4. Когомологии других алгебраических систем 224
Библиография 224

7. Л.А. Скорняков. Теория структур 237

1. Булевы алгебры 237
2. Свободные структуры 242
3. Непрерывные геометрии и примыкающие к ним исследования 244
4. Структуры подмножеств, подпространств и т.п. 251
5. Структуры конгруэнции и идеалов структуры 254
6. Операторы замыкания и пополнения 256

7. Топологические структуры 259
8. Другие вопросы 262
Библиография 264

Год издания 1965

АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. ГЕОМЕТРИЯ. 1965 (Том 4)

СОДЕРЖАНИЕ

Алгебра

А.П. Мишина. Абелевы группы 9
§ 1. Примарные группы 9
§ 2. Группы без кручения 12
§ 3. Группы расширений. Расщепление смешанных групп 13
§ 4. Сервантность и ее обобщения 15
§ 5. Высокие подгруппы 18
§ 6. Прямые суммы 21
§ 7. Полные прямые суммы 24
§ 8. Изоморфизм с подгруппой и факторгруппой. Квазиизоморфизм 27
§ 9. Автоморфизмы. Эндоморфизмы. Вполне характеристические подгруппы. Гомоморфные образы . . 28
§ 10. Кольца с заданной аддитивной группой. Мультипликативная группа поля 32
§ 11. Другие вопросы 33
Библиография 36

Р.Т. Вольвачев. Д.А. Супруненко. Линейные группы 45
§ 1 45
§ 2 47
§ 3 49
§ 4 50
§ 5 52
§ 6 53
§ 7 55
Библиография 57

В.Д. Белоусов. Неассоциативные бинарные системы 63
§ 1. Теория квазигрупп и луп 63
§ 2. Другие системы с неассоциативными бинарными операциями 72
Библиография 76

А.А. Виноградов. Упорядоченные алгебраические системы 83
§ 1. Линейно упорядоченные группы 83
§ 2. Структурно упорядоченные группы 91
§ 3. Частично упорядоченные группы 99
§ 4. Обобщения частично упорядоченных групп 108
§ 5. Упорядоченные кольца и алгебры 112
§ 6. Упорядоченные полугруппы 116
Библиография 120

В.А. Андрунакиевич, В.И. Арнаутов, Ю.М. Рябухин. Кольца 133
Библиография 164

Л.А. Скорняков. Модули 181
Библиография 206

Топология

Х. Цишанг, А.В. Чернавский. Геометрическая топология многообразий 219
I. Непрерывная топология многообразий 219
§ 1. Характеризация сферы 219
§ 2. Гомеоморфизмы 219
§ 3. Вложения 222
§ 4. Непрерывные отображения 227
II. Кусочно-линейная топология многообразий 230
§ 1. Гомеоморфизмы 230
§ 2. Полиэдральные и *pl*-структуры на многообразиях 231
§ 3. Вложения 237
III. Кусочно-линейная топологий трехмерных многообразий 239
§ 1. Топология поверхностей 239

§ 2. Кривые из поверхности полного кренделя . . . 240
§ 3. Гипотеза Пуанкаре . . . 241
§ 4. Классификация . . . 242
§ 5. Теория узлов . . . 243
Дополнения при корректуре . . . 248
Библиография . . . 249

Геометрия

Р.Н. Щербаков. Линейчатая дифференциальная геометрия трехмерного пространства . . . 265
§ 1. Метрическая теория линейчатых поверхностей . . . 266
§ 2. Аффинная теория линейчатых поверхностей . . . 268
§ 3. Проективная теория линейчатых поверхностей . . . 269
§ 4. Метрическая теория конгруэнций . . . 270
§ 5. Аффинная теория конгруэнций . . . 273
§ 6. Проективная теория конгруэнций . . . 275
§ 7. Метрическая теория комплексов . . . 279
§ 8. Аффинная теория комплексов . . . 280
§ 9. Проективная теория комплексов . . . 281
§ 10. Метрическая теория векторного поля и других линейчатых многообразий . . . 284
§ 11. Аффинная теория векторного поля и других линейчатых многообразий . . . 286
§ 12. Проективная теория эквипараметрических многообразий . . . 286
§ 13. Линейчатая геометрия неевклидовых и некоторых других трехмерных пространств . . . 287
Библиография . . . 289

Р.М. Гейдельман. Дифференциальная геометрия семейств подпространств в многомерных однородных пространствах . . . 323
Введение . . . 323
§ 1. Дифференциальная геометрия семейств прямых и плоскостей в проективных пространствах P_n . . . 324
§ 2. Аффинная дифференциальная геометрия семейств прямых и плоскостей . . . 346
§ 3. Дифференциальная геометрия семейств прямых и плоскостей в многомерных евклидовых пространствах 347
§ 4, Дифференциальная геометрия семейств прямых и плоскостей в многомерных неевклидовых пространствах 352
§ 5. Дифференциальная геометрия семейств подпространств многомерных симплектических пространств 362
§ 6. Дифференциальная геометрия семейств окружностей и сфер а многомерных конформных пространствах 364
Добавление при корректуре . . . 368
Библиография . . . 368

И.П. Егоров. Движения в обобщённых дифференциально-геометрических пространствах . . . 375
Введение . . . 375
§ 1. Движения в пространствах A_n аффинной симметрической связности . . . 376
§ 2. Движения в пространствах аффинной связности ненулевого кручения . . . 385
§ 3. Стационарные подгруппы групп движений . . . 386
§ 4. О движениях в обобщённых пространствах путей . . . 388
§ 5, Движения в пространствах аффинной связности двух и трех измерений . . . 391
§ 6. О построениях инвариантных аффинных связностей . . . 393
§ 7. Движения в римановых пространствах . . . 396
§ 8. Группы проективных преобразований . . . 403
§ 9. Группы конформных преобразований . . . 405
§ 10. Группы гомотетических преобразований . . . 407
§ 11. Движения и гомотетии в трехмерных римановых пространствах V_3^0 . . . 408
§ 12. Движения и гомотетии в четырехмерных V_4^0 . . . 410
§ 13. Другие исследования, связанные с движениями в обобщённых пространствах . . . 413
Библиография . . . 414

Б.Л. Лаптев. Дифференцирование Ли . . . 429
§ 1. Возникновение и развитие понятия производной Ли . . . 429
§ 2. Производная Ли в X_n . . . 436
§ 3. Производная Ли в пространстве опорных элементов . . . 447
§ 4. Обобщения. Производная Ли в неголономных реперах . . . 455
Библиография . . . 461

Год издания 1967

АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. ГЕОМЕТРИЯ. 1966 (Том 5)

СОДЕРЖАНИЕ

Алгебра

Л.М.Глускин, Б.М. Шаин, Л.Н. Шеврин. Полугруппы 9
1. Вложение полугрупп. Теоретико-полугрупповые конструкции, связки 9
2. Структурные свойства 12
3. Идеалы 14
4. Эквивалентности и специальные комплексы. Гомоморфизмы 14
5. Коммутативные полугруппы 18
6. Свободные полугруппы. Тождества в полугруппах. Алгоритмические вопросы 19
7. Регулярные полугруппы 20
8. Периодические полугруппы 22
9. Конкретные полугруппы 23
10. Полугруппы преобразований 24
11. Представления полугрупп 28
12. Алгебраические системы, близкие к полугруппам 29
13. Полугруппы с заданными на них структурами. Полугруппы и кольца 30
14. Упорядоченные полугруппы 33
15. Топологические полугруппы 35
16. Полугруппы и автоматы 36
Библиография 37

М.И. Каргаполов, Ю.И. Мерзляков. Бесконечные группы 57
§ 1. Разрешимые и нильпотентные группы 57
§ 2. Свободные группы и произведения. Многообразия групп 65
§ 3. Условия конечности 71
§ 4. Алгоритмические вопросы теории групп 74
§ 5. Другие вопросы 76
Библиография 79

А.А. Виноградов. Упорядоченные алгебраические системы 91
§ 1. Линейно упорядоченные группы 91
§ 2. Структурно упорядоченные группы (l-группы) 93
§ 3. Частично упорядоченные группы 97
§ 4. Упорядоченные полугруппы 99
§ 5. Упорядоченные поля, кольца, тела и алгебры 102
Библиография 104

Т.М. Баранович. Универсальные алгебры 109
§ 1. Классы алгебр 111
§ 2. Свободные алгебры и свободные произведения алгебр 116
§ 3. Ряды подалгебр и прямые произведения алгебр 121
§ 4. Соответствия в алгебрах 125
§ 5. Отношения зависимости на алгебрах 129
Библиография 131

С.Н. Черников. Линейные неравенства 137
Введение 137
Глава I. Принцип граничных решений 139
§ 1. Принцип граничных решений 140
§ 2. Условия совместимости систем линейных неравенств над пространством P^n 142
§ 3. Некоторые приложения теоремы 1.2 143
Глава II. Теорема Минковского – Фаркаша и принцип двойственности 145
§ 1. Теорема Минковского – Фаркаша 147
§ 2. Принцип максимума и некоторые его приложения 151
§ 3. Отделимость выпуклых полиэдральных множеств 154
§ 4. Теорема Вейля о выпуклом конусе с конечным множеством образующих элементов и некоторые ее следствия 157
§ 5. Сопряженный конус произвольной системы линейных неравенств 162
§ 6. Совокупность конечно порожденных выпуклых конусов пространства P^n 163
§ 7. Устойчивые и неустойчивые неравенства системы линейных неравенств 166
§ 3. Зависимые и независимые неравенства системы линейных неравенств 169
Глава III. Методы получения общей формулы решений системы линейных неравенств 169
§ 1. Получение общей формулы решений системы однородных линейных неравенств 171
§ 2. Алгоритм для получения обшей формулы неотрицательных решений системы линейных неравенств 174
§ 3. Получение общей формулы решений произвольной системы линейных неравенств 174
Глава IV. Свертывание конечных систем линейных неравенств. Исключение неизвестных 175
§ 1. Конус сплетенности системы линейных неравенств и ее свертки 178
§ 2. Исключение неизвестных 181
§ 3. Неотрицательные решения систем линейных уравнений 182
§ 4. Применение метода свертывания систем линейных неравенств в линейном программировании . . 185
Библиография 191

Геометрия

Г.И. Кручкович. Римановы и псевдоримановы пространства 192
§ 1. Общие геометрические свойства 192
§ 2. Геометрические объекты в римановых пространствах 195
§ 3. Специальные классы римановых пространств 202
§ 4. Отображения римановых пространств 209
Библиография 210
А.З. Петров. Геометрия и физическое пространство-время 221
Введение 221
§ 1. Физическое пространство-время 222
§ 2. Проблемы теории гравитации Эйнштейна 230
§ 3. Анализ основ обшей теория относительности. Новые попытки обоснования космологических моделей Вселенной 248
§ 4. Единые теории 253
§ 5. Неэйнштейновская трактовка поля гравитации и физического пространства-времени 258
Заключение 260
Библиография 260

Год издания 1968

АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. ГЕОМЕТРИЯ. 1967 (Том 6)

СОДЕРЖАНИЕ

Алгебра

А.С. Цаленко, Е.Г. Шульгейфер. Категории 9
§ 1. Введение 9
§ 2. Основания теории категорий 10
§ 3. Основы теории категорий 11
§ 4. Вложения категорий 19
§ 5. Представления категорий 20
§ 6. Аксиоматическая характеристика алгебраических категорий 23
§ 7. Рефлективные подкатегории; многообразия 24
§ 8. Радикалы в категориях 28
§ 9. Категории с инволюцией 32
§ 10. Универсальные алгебры в категориях 33
§ 11. Категории с умножением 37
§ 12. Двойственность функторов 40
§ 13. Теория гомотопий 41
§ 14. Гомологическая алгебра в категориях 43
§ 15. Конкретные категории 45
§ 16. Обобщения 47
Библиография 49
С.П. Демушкин. Теория полей классов. Расширения полей 59
Библиография 65

Геометрия

В.И. Близникас. Пространства Финслера и их обобщения 73
Введение 73
Основные понятия 74
Пространство Финслера 77
Некоторые классы финслеровых пространств 82
Движения и преобразования 87
О погружениях финслеровых пространств 90
Метрические пространства линейных элементов 91
Пространство Картана 93
Пространства Кавагути и ареальные пространства 94
Геометрия систем дифференциальных уравнений 98
Пространства опорных элементов 100
Библиография 102
А.П. Широков. Структуры на дифференцируемых многообразиях . . 127
Введение 127
§ 1. Общие вопросы теория G-структур 128
§ 2. Структура, определяемая векторнозначной 1-формой и системой таких форм 133

§ 3. Распределения в римановых пространствах и в пространствах аффинной связности 137
§ 4. Структуры почти произведений 139
§ 5. Почти контактные структуры и их обобщения 144
§ 6. Геометрия касательного расслоения 156
§ 7. Почти касательные структуры 159
§ 8. Почти кватернионные структуры 160
§ 9. Симплектические структуры; прочие структуры 161
§ 10. Структуры, определяемые алгебрами второго порядка и общими ассоциативными алгебрами. Биаксиальная и биаффинная геометрия. Их обобщения 163
Библиография 168

Е.П. Барановский. Упаковки, покрытия, разбиения и некоторые другие расположения в пространствах постоянной кривизны 189
Введение 189
§ 1. Упаковки в пространствах E^n и их подмножествах 191
§ 2. Покрытия выпуклыми телами пространств E^n 199
§ 3. Разбиение в пространствах E^n 208
§ 4. Расположения на сфере, цилиндре и других поверхностях постоянной кривизны 211
§ 5. Расположения Минковского 214
§ 6. Другие расположения в пространствах E^n 215
§ 7. Расположения в неевклидовых пространствах 216
Библиография 218

Год издания 1969

АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. ГЕОМЕТРИЯ. 1968 (Том 7)

СОДЕРЖАНИЕ

Л.А. Бокуть, К.А. Жевлаков, Е.Н. Кузькин. Теория колец 9
§ 1. Ассоциативные кольца 9
§ 2. Алгебры Ли и их обобщения 17
§ 3. Альтернативные и йордановы кольца 22
Библиография 28

А.В. Михалев, Л.А. Скорняков. Модули 57
Библиография 85

М.М. Глухов, И.В. Стеллецкий, Т.С. Фофанова. Теория структур . . 101
§ 1. Булевы алгебры 101
§ 2. Тождественные и определяющие соотношения в структурах 108
§ 3. Дистрибутивные структуры 111
§ 4. Геометрические вопросы и связанные с ними исследования 114
§ 5. Гомологические вопросы 117
§ 6. Структуры конгруэнции и идеалов структуры 121
§ 7. Структуры подмножеств, подалгебр и т.п. 122
§ 8. Операторы замыкания 123
§ 9. Топологические вопросы 124
§ 10. Частично упорядоченные множества 127
§ 11. Другие вопросы 133
Библиография 135

Г.И. Дринфельд. Интегральная геометрия 157
Предисловие 157
Глава I. Меры в однородных пространствах 158
§ 1. Программа Чжэня 158
§ 2. Инвариантная мера множества точек и интегральные инварианты 161
§ 3. Мера множества геометрических элементов и интегральные инварианты 165
§ 4. Кинематическая мера 170
§ 5. Абстрактные основания. Некоторые новые направления 172
Глава II. Конкретные задачи и применения 175
§ 1. Обобщения известных формул 175
§ 2. Задача П.К Рашевского 177
§ 3. Применения кинематической меры (решетки и покрытия) 177
§ 4. Применения кинематической меры (интегралы Минковского, моменты) 179
§ 5. Некоторые аффинные инварианты 182
§ 6. Функции распределения пересечения 184
§ 7. Интегральная геометрия и распознавание образов 186
Библиография 187

И.И. Кабанов. Дифференциально-геометрические методы в вариационном исчислении 193

165 Введение 193
§ 1. Геометризация простейшей n-мсрной вариационной задачи. Пространство Финслера 194
§ 2. Вариационная задача для функционалов, содержащих высшие производные. Пространства Кавагути 199
§ 3. Вариационная задача для кратных интегралов. Пространства с ареальной метрикой 203
§ 4. Внутренняя задача Лагранжа для обыкновенных интегралов 211
§ 5. Внутренняя задача Лагранжа для кратных интегралов 214
Библиография 218

Год издания 1970

АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. ГЕОМЕТРИЯ. 1969 (Том 8)

СОДЕРЖАНИЕ

С.А. Чунихин, Л.А. Шеметков. Конечные группы 7
§ 1. Конструирование подгрупп. Силовские свойства 7
§ 2. Разрешимые и c-рззрешимые группы 10
§ 3. Неразрешимые группы 30
§ 4. Терминология 34
Библиография 38
Д.Б. Фукс. Гомотопическая топология 71
1. Когомологические операции 71
А. Изучение конкретных когомологических операций 75
Б. Спектральная последовательность Адамса и стабильные гомотопии различных пространств . . . 76
В. Вычисления нестабильных гомотопических групп 81
2. K-теория и другие экстраординарные теории когомологий 84
А. Вычисление K-функтора 87
Б. K-теория $\bmod q$ 95
В. Когомологические операции в K-теории 97
Г. Теорема Римана – Роха 100
Д. LJ-теория 103
Е. Другие работы по K-теории 105
Ж. Бордизмы и кобордизмы 108
Библиография 112
Ю.Г. Лумисте. Теория связностей в расслоенных пространствах . . . 123
§ 1. Общее понятие связности 124
§ 2. Линейные связности в главных расслоениях 130
§ 3. Связности в присоединенных расслоениях 139
§ 4. Связности в расслоениях конкретного типа 145
§ 5. Связности в геометрии многообразий подпространств 156
Библиография 158

Год издания 1971

АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. ГЕОМЕТРИЯ. 1970 (Том 9)

СОДЕРЖАНИЕ

Б.И. Плоткин. Общая теория групп 5
Введение 5
§ 1. Общие вопросы 6
§ 2, Свободные группы и свободные произведения 10
§ 3. Классы групп и строение групп 13
§ 4. Многообразия 18
§ 5. Разрешимые и нильпотентные классы 23
§ 6. Периодические группы 33
§ 7. Комбинаторная теория групп. Алгоритмические проблемы 36
§ 8. Групповые алгебры 37
§ 9. Группы автоморфизмов. Представления 40
§ 10. Другие вопросы 43
Библиография 44
Ю.И. Мерзляков. Линейные группы 75
§ 1. Какие группы линейны? 75
§ 2. Расположение подгрупп 79
§ 3. Нормальные подгруппы 82
§ 4. Автоморфизмы 85
§ 5. Разрешимые группы 89

§ 6. Нильпотентные группы . . . 90
§ 7. Группы с условиями конечности . . . 91
§ 8. Другие вопросы . . . 96
Библиография . . . 99

А.Н. Паршин. Арифметика алгебраических многообразий . . . 111
§1. Критерий разрешимости . . . 111
§ 2. Дзета-функции . . . 114
§ 3. Абелевы многообразия . . . 117
§ 4. Кривые рода $g > 1$ . . . 125
§ 5. Факторпространства ограниченных областей по арифметическим группам . . . 128
§ 6. Рациональные и близкие к ним многообразия . . . 130
Библиография . . . 131

В.В. Рыжков. Дифференциальная геометрия точечных соответствий между пространствами . . . 153
§ 1. Исследования дифференциальной окрестности пары соответствующих точек . . . 154
§ 2. Отображения со специальной характеристической конфигурацией в каждой точке области . . . 156
§ 3. Изгибание точечных соответствий . . . 160
§ 4. Отображения совмещенных пространств . . . 161
§ 5. Соответствия между тремя и более пространствами . . . 162
§ 6. Связности. Группы преобразований, допускаемые точечными соответствиями . . . 164
§ 7. Соответствия евклидовых пространств, конформных пространств и связанные с ними вопросы . . . 166
Библиография . . . 169

Год издания 1971

АЛГЕБРА. ТОПОЛОГИЯ. ГЕОМЕТРИЯ. Том 10

СОДЕРЖАНИЕ

А.П. Мишина. Абелевы группы . . . 5
§ 1. Примарные группы . . . 5
§ 2. Группы без кручения . . . 8
§ 3. Смешанные группы . . . 9
§ 4. Прямые суммы. Полные прямые суммы . . . 11
§ 5. Сервантность и ее обобщения . . . 16
§ 6. Квазиизоморфизм . . . 21
§ 7. Эндоморфизмы, автоморфизмы, гомоморфизмы, изоморфизм подгрупп . . . 21
§ 8. Ext, Hom, Tor, тензорное произведение . . . 27
§ 9. Другие вопросы . . . 30
Библиография . . . 33

И.В. Долгачев. Абстрактная алгебраическая геометрия . . . 47
§ 1. Основания алгебраической геометрии . . . 47
§ 2. Когомологии алгебраических многообразий и схем . . . 56
§ 3. Фундаментальная группа и гомотопические инварианты схем . . . 69
§ 4. Обильные пучки. Проективные вложения абстрактных многообразий . . . 73
§ 5. Техника конструкций в алгебраической геометрии . . . 75
§ 6. Формальная геометрия . . . 87
Библиография . . . 93

В.С. Малаховский. Дифференциальная геометрия семейств линий и поверхностей . . . 113
Введение . . . 113
§ 1. Семейства коник и квадрик в трехмерных пространствах . . . 114
§ 2. Семейства алгебраических поверхностей в многомерном пространстве . . . 122
§ 3. Семейства окружностей и сфер в евклидовом и конформном пространствах . . . 126
§ 4. Семейства линий и поверхностей . . . 133
§ 5. Многообразия фигур в n-мерном однородном пространстве . . . 141
Библиография . . . 143

В.Д. Белоусов, В.В. Рыжков. Геометрия тканей . . . 159
I. Дифференциальная геометрия тканей . . . 159
Введение . . . 159
1.1. Тензорная теория тканей. Ткани на поверхностях . . . 161
1.2. Многомерные ткани и аналитические лупы и квазигруппы . . . 166
1.3. Ткани и номография. Спрямляемость. Проблема единственности . . . 168
1.4. Ткани, составленные из многообразий разных размерностей . . . 170
1.5. Другие направления исследований . . . 172
Библиография. I . . . 173
II. Алгебраические сети (ткани) . . . 178

II. 1. 3-сети. Условия замыкания в 3-сетях . . . 179
II. 2. k-сети. Связь с аффинными и проективными плоскостями . . . 182
II. 3. Другие виды сетей . . . 184
Библиография. II . . . 186

Год издания 1972

Том 11

СОДЕРЖАНИЕ

В.П. Платонов. Алгебраические группы . . . 5
Введение . . . 5
Часть I. Структурная теория алгебраических групп . . . 6
1.1. Строение алгебраических групп над универсальным полем . . . 6
1.2. Классификация алгебраических групп над универсальным полем . . . 7
1.3. Алгебраические группы над незамкнутыми полями . . . 8
1.4. Классификация полупростых алгебраических групп над незамкнутыми полями . . . 9
1.5. Вопросы рациональности . . . 11
1.6. Алгебраические группы над локальными полями . . . 12
1.7. Автоморфизмы и гомоморфизмы алгебраических групп . . . 13
1.8. Представления алгебраических групп . . . 15
1.9. Алгебраические группы преобразований . . . 15
1.10. Применения алгебраических групп к абстрактным группам . . . 16
1.11. Другие вопросы . . . 17
Часть 2. Арифметическая теория алгебраических групп . . . 17
2.0. Истоки и предмет теории . . . 17
2.1. Арифметические группы . . . 18
2.2. Группы аделей . . . 19
2.3. Числа Тамагава . . . 19
2.4. Аппроксимация в алгебраических группах . . . 20
2.5. Конгруэнц-проблема . . . 22
2.6. Классификация максимальных арифметических групп . . . 23
2.7. Проблема рода в арифметических группах . . . 24
2.8. Когомологии арифметических групп . . . 25
2.9. Когомологии Галуа и принцип Хассе . . . 26
2.10. Другие вопросы . . . 27
Библиография . . . 28

Д.В. Алексеевский. Группы Ли и однородные пространства . . . 37
§ 1. Структура групп Ли и алгебр Ли . . . 38
§ 2. Непрерывные подгруппы групп Ли . . . 46
§ 3. Дискретные подгруппы групп Ли . . . 50
§ 4. Деформации и сжатия алгебр Ли . . . 57
§ 5. Конечномерные представления групп и алгебр Ли . . . 61
§ 6. Группы Ли преобразований . . . 65
§ 7. Геометрия однородных пространств . . . 72
§ 8. Однородные векторные расслоения и инвариантные дифференциальные операторы на однородных пространствах . . . 80
§ 9. Топология групп Ли и однородных пространств . . . 81
§ 10. Обобщения групп Ли . . . 85
§ 11. Некоторые приложения групп Ли . . . 92
Библиография . . . 93

А.Л. Онищик. Пространства Штейна . . . 125
§ 1. Предварительные понятия . . . 126
§ 2. Когерентные аналитические пучки на пространствах Штейна и их когомологии . . . 129
§ 3. Топологические свойства пространств Штейна . . . 134
§ 4. Вложения и погружения в $\mathbb{C}^N$ . . . 136
§ 5. Проблема Леви . . . 137
§ 6. Принцип Ока и голоморфные расслоения над пространствами Штейна . . . 142
Библиография . . . 146

А.П. Широков. Структуры на дифференцируемых многообразиях . . . 153
Введение . . . 153
§ 1. Исследования по теории G-структур . . . 153
§ 2. Структуры, определяемые заданием тензорных полей и распределений . . . 156
§ 3. Структуры почти произведения . . . 159
§ 4. Римановы расслоения . . . 161
§ 5. Почти контактные структуры . . . 163
§ 6. f-структуры и их обобщения . . . 172

§ 7. Касательные расслоения и связанные с ними структуры . . . 176
§ 8. Симплектические и родственные им структуры . . . 179
§ 9. Некоторые другие структуры . . . 180
§ 10. Структуры, определяемые алгебрами . . . 182
Библиография . . . 185

В.И. Близникас, З.Ю. Лупейкис. Геометрия дифференциальных уравнений 209

Введение . . . 209
§ 1. Расслоенное пространство $J^p(V_m, V_n)$ . . . 217
§ 2. Геометрия систем обыкновенных дифференциальных уравнений . . . 221
§ 3. Геометрия систем дифференциальных уравнений с частными производными . . . 226
§ 4. О глобальной геометрии систем дифференциальных уравнении . . . 243
Библиография . . . 247

Год издания 1974

Том 12

СОДЕРЖАНИЕ

А.В. Малышев, Е.В. Подсыпанин. Аналитические методы в теории систем диофантовых уравнений и неравенств с большим числом неизвестных . . 5

§ 1. Введение . . . 5
§ 2. Аддитивные диофантовы системы . . . 10
§ 3. Теорема Берча об обшей системе однородных диофантовых уравнений нечетных степеней . . . 18
§ 4. Общие однородные и квазиоднородные диофантовы системы . . . 19
§ 5. Неоднородные диофантовы уравнения . . . 28
§ 6. Диофантовы неравенства . . . 28
§ 7. Дробные доли систем полиномов от нескольких переменных . . . 38
Библиография . . . 40
Приложение к библиографии. Работы по проблеме Варинга . . . 47

А.В. Михалев. Кольца эндоморфизмов модулей и структуры подмодулей 51

Введение . . . 51
1. Кольца эндоморфизмов различных классов модулей . . . 52
2. Кольцевые свойства колец эндоморфизмов . . . 56
3. Радикалы колец эндоморфизмов модулей . . . 59
4. Кольца эндоморфизмов и разложения модулей в прямые суммы . . . 60
5. Описание колец эндорфизмов, определяемость модулей их кольцами эндоморфизмов . . . 61
6. Кольца частных колец эндоморфизмов и порядки в кольцах эндоморфизмов . . . 62
7. Группы автоморфизмов модулей . . . 64
8. Модули как модули над своими кольцами эндоморфизмов . . . 64
9. Эквивалентность и двойственность . . . 65
10. Структура подмодулей модуля . . . 66
11. Свойства отдельных эндоморфизмов . . . 68
Библиография . . . 68

И.В. Долгачев, В.А. Исковских. Геометрия алгебраических многообразий 77

§ 1. Бирациональная геометрия . . . 78
§ 2. Теорема Римана – Роха и теория пересечений . . . 88
§ 3. Алгебраические циклы . . . 93
§ 4. Геометрия семейств многообразий . . . 98
§ 5. Модуля алгебраических многообразий . . . 105
§ 6. Периоды интегралов на алгебраических многообразиях . . . 118
§ 7. Геометрия алгебраических кривых . . . 124
§ 8. Геометрия алгебраических поверхностей . . . 128
§ 9. Векторные расслоения . . . 133
Библиография . . . 137

Э.Г. Позняк, Е.В. Шикин. Поверхности отрицательной кривизны . . 171

§ 1. Возникновение проблематики по теория поверхностей отрицательной кривизны (Обзор работ до 1950 г.) 171
§ 2. Развитие теории поверхностей отрицательной кривизны (Обзор работ с 1950 по 1960 гг.) . . . 180
§ 3. Построение теории поверхностей отрицательной кривизны. Работы по седловым поверхностям (Обзор работ после 1960 г.) . . . 185
§ 4. Некоторые нерешенные вопросы . . . 199
Библиография . . . 201

Год издания 1974

Том 13

СОДЕРЖАНИЕ

Г.Е. Минц. Теория доказательств (Арифметика и анализ) 5
Введение 5
§ 1. Формальные системы классической и интуиционистской арифметики. Негативный перевод . . 8
§ 2. Система T примитивно рекурсивных операторов 12
§ 3. Гёделевская интерпретация 18
§ 4. Следствия теоремы о корректности. Системы HA_ω, HA^*_ω 21
§ 5. Вычислимость примитивно рекурсивных термов 23
§ 6. Формальные системы классического анализа 26
§ 7. Схема бар-индукции и классический анализ 28
§ 8. Схема BR бар-рекурсии. Гёделевская интерпретация BI в $T + BR$ 31
§ 9. Вычислимость бар-рекурсивных термов 34
§ 10. Логика 2-го порядка 36
§ 11. Работы о нормализации и функциональных интерпретациях, опубликованные после 1970 года . 43
Библиография 45

М.Ш. Цаленко, Е.Г. Шульгейфер. Категории 51
Введение 51
§ 1. Бикатегории и их обобщения 52
§ 2. Категории с инволюцией 56
§ 3. Категории функторов и функторное исчисление 63
§ 4. Монады и сопряженные функторы 71
§ 5. Рефлективные подкатегории, предмногообразия, многообразия и бимногообразия 78
§ 6. Радикалы в категориях 86
§ 7. Конкретность категорий и представимость конкретных категорий 91
§ 8. Аксиоматическая характеризация некоторых категорий 95
§ 9. Замкнутые и относительные категории 98
§ 10. Когерентность 105
§ 11. Топосы 107
Библиография 113

В.И. Малыхин, В.И. Пономарев. Общая топология (Теоретико-множественное направление) 149
§ 1. Дескриптивная теория множеств, булевы алгебры, экстремально несвязные пространства, строение ультрафильтров 151
§ 2. Структурные свойства топологий 158
§ 3. Кардинальнозначные инварианты топологических пространств 165
§ 4. Обзор результатов, связанных с аксиомой Мартина 172
§ 5. Расширения топологических пространств 177
§ 6. Свойства топологических пространств типа компактности. H-замкнутые пространства 186
§ 7. E-компактные пространства 196
§ 8. Разное: Диадические пространства и диадические бикомпакты. Топологические группы. Метрические пространства, Σ-произведения топологических пространств. Разложимые и неразложимые пространства. Пространства сходимости. Нестандартный анализ в топологии 201
§ 9. О новейших результатах 211
Библиография 213

В.М. Бухштабер. Кобордизмы в задачах алгебраической топологии . . 231
§ 1. Формальные группы и кобордизмы 231
§ 2. Комплексные бордизмы и кобордизмы клеточных комплексов 242
§ 3. Симплектические кобордизмы 247
§ 4. Действия групп на многообразиях и кобордизмы 250
Библиография 258

Ю.Г. Лумисте. Дифференциальная геометрия подмногообразий . . . 273
§ 1. Подмногообразия n-мерного проективного пространства 274
§ 2. Подмногообразия проективных пространств малых размерностей n $(4 \leq n \leq 7)$ 283
§ 3. Аффинная геометрия подмногообразий 286
§ 4. Гиперповерхности евклидова пространства 289
§ 5. Евклидова геометрия подмногообразий коразмерности $k > 1$ 292
§ 6. Подмногообразия римановых пространств постоянной кривизны 303
§ 7. Подмногообразия псевдоевклидовых и псевдоримановых пространств постоянной кривизны . . 311
Библиография 314

Год издания 1975

СОДЕРЖАНИЕ

В.Д. Мазуров. Конечные группы 5
Простые группы 5
Подгруппы 18
Локальная сопряженность элементов 19
Группы с факторизацией 21
p-группы 22
Автоморфизм 24
Отдельные замечания 28
Библиография 29
Л.А. Скорняков, А.В. Михалев. Модули 57
Введение 57
§ 1. Категория модулей 58
§ 2. Гомологическая классификация колец 82
§ 3. Локализация, радикалы и чистота 103
§ 4. Топологические и упорядоченные модули 120
§ 5. Обобщения модулей 125
Библиография 134
В.А. Артамонов. Универсальные алгебры 191
§ 1. Структура производных операций и смежные вопросы 192
§ 2. Многообразия и квазимногообразия алгебр. Независимость в алгебрах 197
§ 3. Теоретико-алгебраические конструкции 206
§ 4. Специальные классы алгебр 212
Библиография 217
В.И. Ведерников, А.С. Феденко. Симметрические пространства и их обобщения 249
Введение 249
§ 1. Симметрические пространства 250
§ 2. Обобщения симметрических пространств 265
Библиография 272
В.И. Башков. Классы новых решений уравнений Эйнштейна 281
Введение 281
1. Вакуумные решения ($R_{\alpha\beta} = 0,\ R_{\alpha\beta} = \Lambda g_{\alpha\beta}$) 282
2. Решения уравнений Эйнштейна для пылевидной материи и идеальной жидкости 290
3. Уравнения Эйнштейна с тензором энергии-импульса электромагнитного поля 296
4. Гравитационные волны 303
5. Космологические решения 308
6. Решения уравнений Эйнштейна с тензором энергии-импульса полей, отличных от электромагнитного (мезонное, нейтринное и т.д. поля) 319
Библиография 319

Год издания 1976

Том 15

СОДЕРЖАНИЕ

О.М. Фоменко. Приложения теории модулярных форм к теории чисел . 5
§ 1. Теория Гекке 5
§ 2. Свертка Ранкина. Связь модулярных форм одной и нескольких переменных 17
§ 3. Модулярные формы полуцелого веса 26
§ 4. Приложение к квадратичным формам 30
§ 5. Сравнения для коэффициентов Фурье модулярных форм 35
§ 6. Предельные формулы Кронекера. Эта-функция Дедекинда 45
§ 7 Аналитическая теория чисел и модулярные формы 52
§ 8. Разное 57
Библиография 62
А.Л. Онищик. Псевдовыпуклость в теории комплексных пространств . 93
Глава I. Псевдовыпуклость. Пространства Штейна 94
§ 1. Когерентные аналитические пучки на пространствах Штейна и их когомологии 95
§ 2. Проблемы Кузена и Пуанкаре 97
§ 3. Голоморфно выпуклые компакты 98
§ 4. Псевдовыпуклость и проблема Леви 100
§ 5. Голоморфные расслоения и гипотеза Серра 107
§ 6. Разные вопросы 110
Глава II. Псевдовыпуклость и псевдовогнутость 115
§ 7. p-выпуклые и q-вогнутые области и пространства 115

§ 8. Теоремы конечности и отделимости . . . 119
§ 9. Некоторые примеры и частные случаи . . . 120
§ 10. Псевдовогнутые пространства . . . 122
§ 11. Выпуклые и вогнутые отображения . . . 124
§ 12. q-полные пространства. Топологические свойства p-выпуклых и q-полных пространств . . . 127
§ 13. Продолжение функций и подмногообразий . . . 131
Глава III. Метрические свойства векторных расслоений . . . 132
§ 14. Положительные и отрицательные расслоения . . . 132
§ 15. Слабая положительность и слабая отрицательность . . . 138
§ 16. Точные теоремы исчезновения . . . 141
§ 17. Стабильные теоремы исчезновения . . . 146
§ 18. Обильные расслоения и вложения в проективное пространство . . . 148
§ 19. Разные вопросы . . . 154
Библиография . . . 156

Э.Г. Позняк, Д.Д. Соколов. Изометрические погружения римановых пространств в евклидовы . . . 173
§ 1. Обзор работ по изометрическим погружениям до 1950 года . . . 174
§ 2. Работы по теории погружений после 1950 года . . . 178
§ 3. Изометрические погружения пространств с индефинитной метрикой . . . 189
§ 4. О приложениях теории погружений в общей теории относительности . . . 197
Библиография . . . 202

Год издания 1977

Том 16

СОДЕРЖАНИЕ

Б.М. Бредихин. Разбиение на слагаемые с простыми числами . . . 5
§ 1. Разбиение на простые числа . . . 6
§ 2. Бинарная проблема Гольдбаха . . . 7
§ 3. Тернарная проблема Гольдбаха . . . 11
§ 4. Проблема смешанного типа . . . 13
§ 5. Алгебраические обобщения . . . 21
Библиография . . . 22

Ю.И. Мерзляков. Линейные группы . . . 35
§ 1. Какие группы линейны? . . . 35
§2. Альтернатива Титса . . . 39
§ 3. Свободные группы . . . 45
§ 4. Разрешимые группы . . . 49
§ 5. Нильпотентные группы . . . 53
§ 6. Группы над $\mathbb{Z}$ . . . 55
§ 7. Нормальные подгруппы . . . 59
§ 8. Порождающие и соотношения . . . 64
§ 9. Автоморфизмы . . . 67
Библиография . . . 72

В.А. Андрунакиевич, В.А. Арнаутов, И.М. Гоян, Ю.М. Рябухин. Ассоциативные кольца . . . 91
Введение . . . 91
§ 1. Радикалы колец и алгебр . . . 91
§ 2. Кольца с полиномиальными тождествами . . . 97
§ 3. Кольца частных . . . 105
§ 4. Расширения, вложения колец . . . 108
§ 5. Условия конечности, прямые суммы, прямые произведения . . . 110
§ 6. Различные классы колец . . . 115
§ 7. Групповые кольца . . . 124
§ 8. Топологические и упорядоченные кольца . . . 131
§ 9. Другие вопросы теории колец . . . 138
Библиография . . . 143

Э.Б. Винберг, О.В. Шварцман. Римановы поверхности . . . 191
Введение . . . 191
Список обозначений . . . 191
§ 1. Двумерная топология . . . 192
§ 2. Фуксовы группы . . . 200
§ 3. Пространство Тейхмюллера . . . 210
§ 4. Отображение периодов . . . 220
§ 5. Различные результаты . . . 223

Библиография 230

Год издания 1978

Том 17

А.П. Мишина. Абелевы группы 3
§ 1. Примарные группы 3
§ 2. Группы без кручения 7
§ 3. Смешанные группы 10
§ 4. Прямые суммы. Прямые произведения 11
§ 5. Сервантность и ее обобщения 17
§ 6. N-высокие подгруппы 22
§ 7. Эндоморфизмы, автоморфизмы, гомоморфизмы, изоморфизмы и их обобщения 24
§ 8. EXT, HOM, TOR, тензорное произведение 31
§ 9. Кольца с заданной аддитивной группой 36
§ 10. Другие вопросы 39
Библиография 47
Г.А. Носков, В.Н. Ремесленников, В.А. Романьков. Бесконечные группы 65
§ 1. Свободные конструкции 66
§ 2. Определяющие соотношения 72
§ 3. Многообразия 77
§ 4. Разрешимые группы 81
§ 5. Периодические группы 89
§ 6. Финитно аппроксимируемые группы 93
§ 7. Алгоритмические проблемы 99
§ 8. Теоретико-модельные методы 105
§ 9. Гомологические методы 111
Библиография 119
В.Я. Лин. Косы Артина и связанные с ними группы и пространства . 159
§ 1. Основные понятия 160
§ 2. Алгоритмические проблемы 172
§ 3. Некоторые теоретико-групповые свойства групп Артина 184
§ 4. Представления кос перестановками 189
§ 5. Гомоморфные групп Артина 196
§ 6. Когомологии 200
§ 7. Сепарабельные алгебраические уравнения 203
§ 8. Некоторые аналитические свойства пространств регулярных орбит 209
§ 9. Суперпозиции алгебраических функций 217
Библиография 219
Б.А. Пасынков, В.В. Федорчук, В.В. Филиппов. Теория размерности . 229
Введение 229
§ 1. Размерность в евклидовых и метрических пространствах 229
§ 2. Взаимоотношения между основными размерностными инвариантами и их эквивалентные определения 235
§ 3. Монотонность, теоремы суммы и сложения 243
§ 4. Отображения и размерность 245
§ 5. Размерность топологических произведений 254
§ 6. Факторизационные теоремы, универсальные пространства, бикомпактные расширения 260
§ 7. Обратные спектры 265
§ 8. Канторовы многообразия 270
§ 9. Аксиоматика размерности 271
§ 10. Метрические размерности 272
§ 11. Размерность равномерных пространств и пространств близости 273
§ 12. Другие функции размерностного типа 274
§ 13. Бесконечномерные пространства 278
§ 14. Некоторые особняком стоящие вопросы теории размерности 281
Библиография 282

Год издания 1979

Том 18

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.А. Бахтурин, А.М. Слинько, И.П. Шестаков. Неассоциативные кольца 3
§ 1. Бесконечномерные алгебры Ли . . . 3
§ 2. Йордановы алгебры и связанные с ними алгебраические структуры . . . 13
§ 3. Альтернативные кольца . . . 28
§ 4. Правоальтернативные кольца, алгебры типа (γ, δ) и обобщения . . . 34
§ 5. Алгебры Мальцева . . . 39
§ 6. Общие вопросы . . . 41
Библиография . . . 44

И.В. Чередник. Алгебраические аспекты двумерных киральных полей II 73
Введение . . . 73
§ 1. Преобразование Бэклунда . . . 87
§ 2. Локальные законы рассеяния . . . 96
§ 3. Элементы теории рассеяния . . . 107
§ 4. Алгебро-геометрические решения . . . 126
Библиография . . . 147

Д.Б. Фукс. Слоения . . . 151
§ 1. Общая теория . . . 151
§ 2. Явные конструкции слоений . . . 159
§ 3. Качественная теория слоений . . . 165
§ 4. Классификация слоений (теория Хефлигера – Тэрстона) . . . 175
§ 5. Характеристические классы слоений . . . 182
§ 6. Специальные классы слоений . . . 189
§ 7. Другие работы . . . 195
Библиография . . . 198

Год издания 1981

Том 19

СОДЕРЖАНИЕ

В.М. Копытов. Упорядоченные группы . . . 3
§ 1. Линейно упорядоченные группы . . . 3
§ 2. Решеточно упорядоченные группы . . . 6
§ 3. Группы автоморфизмов линейно упорядоченных множеств . . . 14
§ 4. Топологические l-группы . . . 16
§ 5. Упорядоченные группы, близкие к l-группам . . . 17
§ 6. Продолжения частичных порядков . . . 19
Цитированная литература . . . 20

В.Т. Марков, А.В. Михалев, Л.А. Скорняков, А.А. Туганбаев. Модули . 31
§ 1. Категория модулей . . . 33
§ 2. Гомологическая классификация колец . . . 48
§ 3. Радикалы, локализации и чистота . . . 66
§ 4. Модули с дополнительными структурами . . . 81
§ 5. Обобщения модулей . . . 84
Цитированная литература . . . 86

А.А. Панчишкин. Модулярные формы . . . 135
§ 1. Модулярные формы и L-функции. Связь с теорией представлений групп . . . 136
§ 2. Автоморфные формы и L-функции. Связь с теорией представления групп . . . 144
§ 3. Автоморфные формы и гипотеза Артина . . . 155
§ 4. Подъем автоморфных форм . . . 161
Цитированная литература . . . 169

Ю.М. Смирнов. Теория шейпов. I . . . 181
§ 1. Основные построения . . . 182
§ 2. Шейповые инварианты и свойства . . . 184
§ 3. Категорный аспект и непрерывность . . . 187
§ 4. Теоремы Гуревича и Уайтхеда . . . 189
§ 5. Теорема Вьеториса – Смейла и другие . . . 190
§ 6. Шейповая эквивалентность и клеточное подобие . . . 192
§ 7. Устойчивость и ретракты . . . 194
§ 8. Подвижность и n-подвижность . . . 196
§ 9. Шейповая размерность и близкие к ней инварианты . . . 197
Цитированная литература . . . 199

В.Г. Болтянский. Комбинаторная геометрия . . . 209
§ 1. Равносоставленность многогранников . . . 209
§ 2. Теорема Хелли и H-выпуклость . . . 228

§ 3 Проблема Борсука 239
§ 4. Задачи освещения 247
§ 5. Обобщенная выпуклость и размерностные инварианты 254
§ 6. Упаковки и покрытия 260
Цитированная литература 267

Год издания 1981

Том 20

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.Н Мухин. Топологические группы 3
§ 1. Групповые топологии 4
§ 2. Морфизмы 6
§ 3. Коммутативность и ее обобщения 9
§ 4. Условия конечности и дискретности 15
§ 5. Подгруппы локально компактных групп 26
§ 6. Многообразия 36
Литература 42
А.А. Суслин. Алгебраическая K-теория 71
Введение 71
Глава I. Классическая K-теория 72
§ 1. Проективные модули и функтор K_0 72
§ 2. Проблема Серра и гипотеза Басса – Квиллена 76
§ 3. Элементарные матрицы и функтор K_1 79
§ 4. Стабильный ранг и стабилизация 80
§ 5. Конгруэнцпроблема 81
§ 6. Группы Стейнберга и функтор K_2 83
§ 7. Теорема Мура – Матсумото 83
§ 8. Гомоморфизм норменного вычета 85
§ 9. K_2 для центральных простых алгебр 88
Глава II. Высшая K-теория колец 90
§ 1. Симплициальные множества и их геометрические реализации 90
§ 2. K-теория Володина 92
§ 3. $+$конструкция Квиллена 93
§ 4. Умножение в K-теории Квиллена 95
§ 5. Сравнение K-теорий Квиллена и Володина 96
§ 6. Стабилизация в высшей K-теории 99
Глава III. K-теория точных категорий 101
§ 1. Классифицирующее пространство малой категории 101
§ 2. Q-конструкиия 103
§ 3. Сравнение с $+$конструкцией 105
§ 4. Точные последовательности, фильтрации и резольвенты 108
§ 5. Откручивание и локализация в абелевых категориях 118
§ 6. Градуированные кольца 112
§ 7. Фильтрованные кольца 112
§ 8. Двойная Q-конструкция и умножения 114
Глава IV. K-теория схем 118
§ 1. Функториальное поведение групп K_i и K_i' 118
§ 2. Замкнутые подсхемы 119
§ 3. Аффинные и проективные расслоения 121
§ 4. Спектральная последовательность 122
§ 5. K-когомологии 124
§ 6. Характеристические классы 126
§ 7. Теорема Римана – Роха 129
Литература 131
Д.В. Алексеевский. Группы Ли 153
§ 1. Книги и обзоры по группам Ли и смежным вопросам 153
§ 2. Структура групп Ли и алгебр Ли 155
§ 3. Непрерывные подгруппы и подалгебры Ли 157
§ 4. Дискретные подгруппы групп Ли 160
§ 5. Универсальные обертывающие алгебры 164
§ 6. Конечномерные представления групп и алгебр Ли 166
§ 7. Нетранзитивные действия групп Ли 168
§ 8. Транзитивные действия групп Ли и однородные пространства 175
Литература 178

Год издания 1982

Том 21

СОДЕРЖАНИЕ

В.Н. Ремесленников, В.А. Романьков. Теоретико-модельные алгоритмические вопросы теории групп . . . 3
Глава 1. Алгоритмические вопросы . . . 3
§ 1. Введение . . . 3
§ 2. Проблема равенства . . . 7
§ 3. Другие проблемы . . . 12
§ 4. Разрешимые группы . . . 16
§ 5. Другие группы . . . 20
§ 6. Проблема подстановки . . . 23
§ 7. Классы групп . . . 26
§ 8. Фундаментальные группы . . . 31
Глава 2. Теоретико-модельные методы в теории групп . . . 34
§ 9. Введение . . . 34
§ 10. Классификация групп по элементарным свойствам . . . 39
§ 11. Категоричные и стабильные группы . . . 44
§ 12. Разрешимые и неразрешимые теории групп . . . 48
§ 13. Компаньон-теории. Экзистенциально замкнутые группы . . . 53
Литература . . . 56
В.П. Платонов, А.С. Рапинчук. Алгебраические группы . . . 80
Введение . . . 80
Глава I. Структурная теория алгебраических групп . . . 81
§ 1.1. Структурные результаты о линейных алгебраических группах . . . 81
§ 1.2. Классы сопряженных элементов и централизаторы в алгебраических группах. Регулярные элементы 84
§ 1.3. Морфизмы и автоморфизмы алгебраических групп . . . 87
§ 1.4. Вопросы рациональности для полупростых алгебраических групп . . . 90
§ 1.5. Алгебраические торы . . . 93
§ 1.6. Действия алгебраических групп. Орбиты и однородные пространства . . . 94
§ 1.7. Представления алгебраических групп . . . 96
§ 1.8. Теория инвариантов . . . 97
§ 1.9. Проаффинные алгебраические группы. Другие обобщения алгебраических групп . . . 99
§ 1.10. Другие вопросы . . . 101
Глава 2. Арифметическая теория алгебраических групп . . . 101
§ 2.0. Введение . . . 101
§ 2.1. Арифметические группы . . . 102
§ 2.2. Группы аделей и числа Тамагавы . . . 104
§ 2.3. Аппроксимация в алгебраических группах . . . 105
§ 2.4. Числа и группы классов алгебраических групп . . . 107
§ 2.5. Проблема рода . . . 110
§ 2.6. Классификация максимальных арифметических подгрупп . . . 111
§ 27. Конгруэнц-проблема . . . 112
§ 2.8. Группы рациональных точек над глобальными полями . . . 114
§ 2.9. Когомологии Галуа и принцип Хассе . . . 116
§ 2.10. Когомология арифметических подгрупп . . . 117
Литература . . . 118
А.Е. Залесский. Линейные группы . . . 135
Глава I. Линейные группы над кольцами . . . 136
§ 1. Нормальные подгруппы полной линейной группы . . . 136
§ 2. Нормальные подгруппы классических групп . . . 139
§ 3. Линейные группы над кольцами, содержащими группу диагональных матриц, и смежные вопросы . 141
§ 4. Автоморфизмы и изоморфизмы . . . 145
§ 5. Образующие и соотношения . . . 147
Глава 2. Подгруппы линейных групп . . . 148
§ 6. Строение бесконечных линейных групп . . . 148
§ 7. Классические группы и их подгруппы . . . 151
§ 8. Конечные линейные группы . . . 154
§ 9. Замечания о геометрии линейных групп . . . 157
§ 10. Группы целочисленных матриц . . . 159
Литература . . . 162
В.Т. Марков, А.В. Михалев, Л. А. Скорняков, А.А. Туганбаев. Кольца эндоморфизмов модулей и структуры подмодулей . . . 183
§ 1. Кольца эндоморфизмов различных классов модулей . . . 184
§ 2. Свойства отдельных эндоморфизмов . . . 190
§ 3. Кольцевые свойства колец эндоморфизмов . . . 191
§ 4. Радикалы колец эндоморфизмов . . . 198
§ 5. Кольца частных колец эндоморфизмов и порядки в кольцах эндоморфизмов . . . 199

§ 6. Представление колец кольцами эндоморфизмов . . . 201
§ 7. Определяемость модулей их кольцами эндоморфизмов . . . 205
§ 8. Модули как модули над своими кольцами эндоморфизмов . . . 206
§ 9. Кольца эндоморфизмов и разложения модулей в прямые суммы . . . 210
§ 10. Эквивалентность и двойственность . . . 211
§ 11. Автоморфизмы модулей, линейные группы над кольцами . . . 214
§ 12. Структура подмодулей модуля . . . 218
§ 13. Дистрибутивные модули и кольца . . . 221
Литература . . . 226

Год издания 1983

Том 22

СОДЕРЖАНИЕ

К.И. Бейдар, В.Н. Латышев, В.Т. Марков, А.В. Михалев, Л.А. Скорняков, А.А. Туганбаев. Ассоциативные кольца . . . 3
§ 1. Радикалы . . . 5
§ 2. Алгебры с полиномиальными тождествами . . . 11
§ 3. Кольца с условиями конечности . . . 22
§ 4. Идеалы, подкольца и элементы со специальными свойствами . . . 34
§ 5. Регулярные и близкие к ним кольца. Тела . . . 43
§ 6. Первичные и полупервичные кольца . . . 53
§ 7. Расширения колец и теория Галуа . . . 57
§ 8. Многочлены, ряды, кольца инцидентности . . . 60
§ 9. Разное . . . 66
Литература . . . 68
Л.В. Кузьмин. Поля алгебраических чисел . . . 117
§ 1. Локальные поля . . . 118
§ 2. Поля малых степеней . . . 125
§ 3, Общие вопросы арифметики . . . 132
§ 4. Круговые поля и Г-расширсния . . . 144
§ 5. Теория Галуа . . . 160
§ 6. Разное . . . 167
Литература . . . 168
И.В. Чередник. Эллиптические кривые и матричные солитонные дифференциальные уравнения . . . 205
Введение . . . 205
§ 1. Локальные законы сохранения и преобразование Бэклунла – Дарбу . . . 217
§ 2. Алгебро-геометрические решения . . . 230
§ 3. Факторизующаяся S-матриц в эллиптических функциях . . . 241
§ 4. Гамильтонов формализм . . . 251
Литература . . . 262

Год издания 1984

Том 23

СОДЕРЖАНИЕ

В.Г. Кановей. Аксиома детерминированности и современное развитие дескриптивной теории множеств . . . 3
Введение . . . 3
§ 1. Проективные множества и проективная иерархия . . . 6
§ 2. Введение в теорию детерминированности . . . 10
§ 3. Свойства регулярности точечных множеств в детерминированных универсумах . . . 16
§ 4. Теоремы отделимости и редукции в детерминированных универсумах. Нормированные классы . . . 22
§ 5. Униформизация и лестницы в детерминированных универсумах . . . 29
§ 6. Проективные множества со специальными сечениями в детерминированных универсумах . . . 35
§ 7. Обобщенные борелевское и суслинское представления проективных множеств в детерминированных универсумах. Проективные ординалы . . . 41
§ 8. Некоторые приложения борелевских игр . . . 44
Литература . . . 47
А.П. Мишина. Абелевы группы . . . 51
§ 1. Примарные группы . . . 51

§ 2. Группы без кручения . . . 54
§ 3. Смешанные группы . . . 58
§ 4. Прямые суммы. Прямые произведения . . . 59
§ 5. Сервантность и ее обобщения . . . 71
§ 6. N-высокие подгруппы . . . 77
§ 7. Эндоморфизмы, автоморфизмы, гомоморфизмы, изоморфизмы и их обобщения . . . 78
§ 8. Ext, Hom, Tor, тензорное произведение . . . 85
§ 9, Кольца с заданной аддитивной группой . . . 91
§ 10. Нормированные группы . . . 94
§ 11. Другие вопросы . . . 97
Литература . . . 102

А.И. Кострикин, И.А. Чубаров. Представления конечных групп . . . 119
Глава I. Обыкновенные представления и характеры . . . 120
§ 1.1. Представления над алгебраически замкнутым полем характеристики 0 . . . 120
§ 1.2. Характеры разрешимых групп и их обобщений . . . 123
§ 1.3. Мономиальные представления и M-группы . . . 125
§ 1.4. Представления над незамкнутыми полями. Индекс Шура . . . 126
§ 1.5. Абстрактные свойства групп, определяемые условиями на характеры . . . 129
§ 1.6. Проективные представления . . . 131
§ 1.7. Представления и характеры частных типов групп . . . 132
Глава 2. Модулярные представления . . . 135
§ 2.1. Общая теория . . . 135
§ 2.2. Блоки со специальными типами дефектных групп . . . 137
§ 2.3. Гипотезы Брауэра и Маккея – Алперина . . . 139
§ 2.4. Другие результаты . . . 141
Глава 3. Представления конечных групп типа Ли . . . 144
А. Комплексные представления и характеры . . . 145
§ 3.1. Постановка основных проблем. Некоторые серии характеров . . . 145
§ 3.2. Алгебры Гекке и разложение индуцированных характеров . . . 147
§ 3.3. Представления редуктивных алгебраических групп. Теория Делиня – Люстига . . . 150
§ 3.4. Унипотентные характеры . . . 152
§ 3.5. Представления классических групп . . . 153
§ 3.6. Другие результаты . . . 155
Б. Модулярные представления . . . 158
§ 3.7. Неприводимые представления над алгебраически замкнутым полем основной характеристики . . . 158
§ 3.8. Неразложимые и проективные модули . . . 161
§ 3.9. Связь между комплексными и модулярными характерами групп Шевалле . . . 163
§ 3.10. Представления над полем характеристики $r \neq p$ . . . 164
Глава 4. Смежные вопросы . . . 165
§ 4.1. Целочисленные представления и решетки . . . 165
§ 4.2. Представления групп перестановок . . . 167
Заключительные замечания . . . 170
Литература . . . 170

С.А. Вахрамеев, А.В. Сарычев. Геометрическая теория управления . . . 197
Введение . . . 197
§ 1. Обозначения и элементы хронологического исчисления . . . 198
§ 2. Гладкие управляемые системы . . . 201
§ 3. Управляемость нелинейных систем . . . 209
§ 4. Отображение вход-выход для нелинейных управляемых систем . . . 219
§ 5. Теоремы релейности и системы постоянного ранга . . . 237
§ 6. Условия оптимальности высших порядков . . . 245
§ 7. Комментарии . . . 256
Литература . . . 257

Год издания 1985

Том 24

СОДЕРЖАНИЕ

Д,С. Кондратьев, А.А. Махнев, А.И, Старостин. Конечные группы . . . 3
§ 1. Простые группы . . . 4
А. Характеризации простых групп . . . 5
Б. Классификация простых групп . . . 20
§ 2. Структурные свойства . . . 38
§ 3. Арифметические свойства . . . 45
§ 4. p-группы . . . 49
§ 5. Разрешимые группы . . . 50
§ 6. Автоморфизмы . . . 52

Дополнение 55
Литература 56
Дополнение к литературе 119

Ю.П. Соловьев. Алгебраическая K-теория квадратичных форм . . . 121

§ 1. Квадратичные и эрмитовые модули 122
§ 2. Категории квадратичных и эрмитовых модулей 126
§ 3. Группы автоморфизмов неособых модулей 127
§ 4. Группы K_0, K_1 и K_2 категорий квадратичных и эрмитовых модулей 135
§ 5. Высшие K-группы 139
§ 6. Группы Уолла 147
§ 7. Группы U_*, V_* и W_* Новикова 153
§ 8. Алгебраические комплексы Пуанкаре 163
§ 9. Эрмитова K-теория топологических пространств 169
§ 10. Диэдральные гомологии и когомологии 177
Литература 187

С.А. Богатый, В.В. Федорчук. Теории ретрактов и бесконечномерные многообразия 195

Введение 195
§ 1. Задача ретракции и продолжения 197
§ 2. Операции 199
§ 3. Абсолютные экстензоры в классе метризуемых пространств 204
§ 4. Абсолютные экстензоры в классе бикомпактов 207
§ 5. Продолжение отображений в метрическое пространство 210
§ 6. Конкретные пространства, размерность 213
§ 7, Гомотопическая категория 216
§ 8. Шейповая категория 217
§ 9. Равномерные пространства 220
§ 10. G-пространстза 221
§ 11. Инъективные объекты по отношению к функтору. Характеризации абсолютных экстензоров и мягких отображений посредством функторов 223
§ 12. Селекции и факторизационные теоремы в теории экстензоров 225
§ 13. Неподвижные точки 227
§ 14. Разное 228
§ 15. Общее определение и свойства Y-многообразий 231
§ 16. Примеры возникновения Y-многообразий 235
Литература 240
169 Дополнение к литературе 259

Год издания 1986

Том 25

СОДЕРЖАНИЕ

Л.А. Бокуть, Г.П. Кукин. Неразрешимые алгоритмические проблемы для полугрупп, групп и колец 3

Введение 3
§ 1. Ранний период теории алгоритмов (работы Гёделя, Чёрча, Тьюринга, Поста) 6
§ 2. Проблема равенства для полугрупп (проблема Туэ) 12
§ 3. Степени неразрешимости проблемы равенства для к. о. полугрупп и другие вопросы 20
§ 4. Неразрешимость проблем равенства и изоморфизма для групп (проблемы Дэна и Тице). Марковские свойства 23
§ 5. Степени неразрешимости проблем разрешения для групп. Теорема Хигмана 34
§ 6. Проблема равенства для многообразий алгебр Ли, групп и полугрупп 42
Литература 56

А.В. Михалев. Е.В. Панкратьев. Дифференциальная и разностная алгебра 67

§ 1. Дифференциальные кольца и модули 69
§ 2. Дифференциальные поля 81
§ 3. Дифференциально-алгебраическая геометрия 87
§ 4. Дифференциальная и разностная размерность 92
§ 5. Дифференциальная и разностная теория Галуа 98
§ 6. Интегрирование в конечном виде 106
§ 7. Дифференциальные алгебраические группы 114
§ 8. Разное 116
Литература 118

А.В. Архангельский. Алгебраические объекты, порожденные топологической структурой 141

Введение 141
§ 1. Свободные топологические группы — общие факты 142
§ 2. Отношение M-эквивалентности и M-инварианты 144
§ 3. О свойствах, присущих $F(X)$ всегда (или никогда) 147
12 § 4. Признаки полноты $F(X)$ по Вейлю 149
§ 5. Каноническое разложение группы $F(X)$ на n-ярусы и строение компактов в $P(X)$ 150
§ 6. О тесноте, псевдохарактере, числе Суслина и других кардинальных инвариантах свободной топологической группы 153
§ 7. Свободные топологические группы пространства и его подпространств 154
§ 8. Свободные топологические группы и размерность 157
§ 9. Свободные топологические группы и смежные вопросы 159
§ 10. Расширения M-экнвалентности: l-эквивалентность, t-эквивалентность. Функтор C_p 166
§ 11. Особенности топологического строения $C_p(X)$. Полнота, свойство Бэра. σ-компактность 169
§ 12. Двойственность между топологическими свойствами пространств X и $C_p(X)$ 172
§ 13. Пространства функций над компактами и вложения в функциональные пространства 177
§ 14. Некоторые другие результаты о топологии пространств функций 182
Литература 184

Год издания 1987

Том 26

СОДЕРЖАНИЕ

В.М. Галкин. Квазигруппы 3
§ 1. Основные понятия 3
§ 2. Общие свойства квазигрупп 6
§ 3. Лупы Муфанг 9
§ 4. Лупы Бола 13
§ 5. Дистрибутивные квазигруппы 15
§ 6. Леводистрибутивные группы 17
§ 7. Квазигруппы со свойствами обратимости 20
§ 8. Топологические и упорядоченные квазигруппы 21
§ 9. Непрерывные квазигруппы 25
§ 10. Разные классы квазигрупп 29
Литература 31
А.Г. Пинус. Конгруэнц-дистрибутивные многообразия алгебр 45
§ 1. Построение алгебр конгруэнц-дистрибутивных многообразий 49
§ 2. Спектры, тонкие спектры и скелеты конгруэнц-дистрибутивных многообразий 52
§ 3. Специальные (инъективные, экзистенциально замкнутые, простые и прочие) алгебры конгруэнц-дистрибутивных многообразий 59
§ 4. Определимость конгруэнции 62
§ 5. Эквациональные, элементарные и расширенные теории конгруэнц-дистрибутивных многообразий . 67
§ 6. Конгруэнц-выводимость 70
Различные результаты 72
Литература 77
А.А. Аграчев. Топология квадратных отображений и гессианы гладких отображений 85
§ 1. Введение 85
§ 2. Топология квадратичных отображений 89
§ 3. Приложение к росткам гладких вектор-функций 116
21 Добавление. Некоторые сведения из топологии 120
Литература 124
Б.А. Розенфельд, М.П. Замаховский, Т.А. Тимошенко. Параболические пространства 125
Введение 125
§ 1. Простые группы Ли и симметрические пространства 126
§ 2. Параболические пространства 139
§ 3. Топологическое строение параболических пространств с классическими фундаментальными группами Ли 152
Литература 158

Год издания 1988

Том 27

СОДЕРЖАНИЕ

В.А. Артамонов, А.А. Бовин. Целочисленные групповые кольца: группы обратимых элементов и классическая K-теорня 3
§ 1. Элементы конечного порядка группы $V(ZG)$ 4
§ 2. Мультипликативная группа коммутативного целочисленного группового кольца 6
§ 3. Тривиальность элементов конечного порядка м тривиальность мультипликативной группы группового кольца 8
§ 4. Периодические нормальные подгруппы мультипликативной группы группового кольца 11
§ 5. Теоретико-групповые свойства мультипликативной группы с тривиальными элементами конечного порядка 13
§ 6. Свободные подгруппы мультипликативной группы группового кольца 16
§ 7. Унитарная подгруппа мультипликативной группы группового кольца 17
§ 8. Конгруэнц-подгруппы мультипликативной группы группового кольца 19
§ 9. Сопряженность конечных подгрупп в мультипликативной группе группового кольца 21
§ 10. Матричное представление и образующие элементы мультипликативной группы группового кольца 23
§ 11. Проективные модули и элементы классической K-теории 24
§ 12. Проективные модули над целочисленными групповыми кольцами конечных групп 26
§ 13. Проективные модули над групповыми кольцами почти полициклических групп 31
Литература 36

В.А. Артамонов. Универсальные алгебры 45
§ 1. Многообразия и другие классы универсальных алгебр 47
§ 2. Производные структуры и конструкции в универсальных алгебрах 70
§ 3. Системы операций в алгебрах 82
Литература 98

Е.Г. Скляренко. Общие теории гомологии и когомологий — Современное состояние и типичные применения 125
Глава 1. Когомологии с коэффициентами в пучке 129
§ 1. Пучки и предпучки 129
§ 2. Что такое пучковые когомологии? 131
§ 3. Когомологии как производные функторы. Гомоморфизм сравнения. Носители 136
§ 4. Другие типичные способы сравнения 138
§ 5. Когомологии подпространств и пар. Свойства жесткости и вырезания 141
Глава 2. Гомологии 146
§ 1. Фактор компактности 147
§ 2. Пучки цепей 151
Глава 3. Наиболее типичные конкретные подходы 158
§ 1. Сингулярная теория 159
§ 2. Когомологии Александера – Спаньера 161
§ 3. Свободные коцепи Масси и ассоциированные с ними цепи 163
§ 4. Цепи и коцепи типа Чеха 166
§ 5. Некоторые выводы из устройства цепей и коцепей 172
§ 6. Гомологии Бореля – Мура 179
§ 7. Когомологии Чеха 182
Глава 4. Наиболее типичные применения 185
§ 1. Гомологии и когомологии связи. Гомологии и когомологии окружения замкнутого множества . . 185
§ 2. Пары подпространств. Последовательности Майера – Вьеториса 191
§ 3. Лекальное поведение 194
§ 4. Гомологическая размерность 199
§ 5. Непрерывные отображения 206
§ 6. Двойственность Пуанкаре. Обобщенные многообразия 214
§ 7. Другие примеры 219
Литература 222

Год издания 1989

Том 28

СОДЕРЖАНИЕ

Е.М. Вечтомов. Вопросы определяемости топологических пространств алгебраическими системами непрерывных функций 3
Введение 3
§ 1. E-компактность и алгебраические системы непрерывных E-значных функций 7
§ 2.Кольца непрерывных функций и связанные с ними алгебраические системы 15
§ 3. Решетки и полурешетка непрерывных характеристических функций 22
§ 4, Полугруппы непрерывных преобразований топологических пространств 27
§ 5. О C_p-теории 32
Литература 33

М.М. Заричный, В.В. Федорчук. Ковариантные функторы в категориях топологических пространств 47
§ 1. Произведения, симметрические произведения 48
§ 2. Гиперпространства 49
§ 3. Суперрасширения 54
§ 4. Элементарные свойства функторов в категории компактов. Нормальные и близкие к ним функторы 57
§ 5. Монады 63
§ 6. Функторы и абсолютные экстензоры 65
§ 7. F-инъективностъ 68
§ 8. Функторы и многообразия 71
§ 9. Функторы и неметризуемые компакты 75
Литература 78

С.А. Вахрамеев. Гильбертовы многообразия с углами конечной коразмерности и теория оптимального управления 96
Некоторые обозначения 97
§ 1. Теория Морса и задачи оптимального управления 99
§ 2. Теории Морса и Пале – Смейла для многообразий с углами 133
Литература 168

Год издания 1990

Том 29

СОДЕРЖАНИЕ

В.А. Артамонов. Строение алгебр Хопфа 3
§ 1. Основные понятия и конструкции 3
§ 2. Основные примеры 12
§ 3. Антиподы, интегралы, примитивные и групповые элементы 17
§ 4. Конечномерные алгебры Хопфа 23
§ 5. Скрещенные произведения 26
§ 6. Расширения Галуа 30
§ 7. Кокоммутативные алгебры, алгебры разделенных степеней, коалгебры Ли и другие специальные классы алгебр Хопфа 36
§ 8. Категории алгебр Хопфа. (Ко) модули и коалгебры 40
§ 9. Квантовые группы 46
Литература 51

А.А. Одинцов, В.В. Федорчук. Теория континуумов. I 63
Введение 63
§ 1. Змеевидные бикомпакты 64
§ 2. Древовидные континуумы 70
§ 3. Окружностноподобные континуумы 74
§ 4. Однородные пространства 76
§ 5 Гиперпространства континуумов, абсолютные ретракты и бесконечномерные многообразия . . . 79
§ 6. Отображения Уитни 91
Литература 93

Е.М. Вечтомов. Кольца непрерывных функций. Алгебраические аспекты 119
Введение 119
Глава 1. Связи между топологическими пространствами и соответствующими кольцами непрерывных функций 123
§ 1. Определяемость топологических пространств 123
§ 2. Двойственности 127
§ 3. Кольцевые характеристики топологических свойств 131
§ 4. Другие взаимосвязи 136
Глава 2. Алгебраические свойства колец непрерывных функций 137
§ 5. Общие свойства 137
§ 6. Подкольца 143
§ 7. Теория идеалов 145
§ 8. Характеризация колец непрерывных функций 149
Глава 3. Пучки колец и кольца глобальных сечений 150
§ 9. Функциональные представления колец сечениями 150
§ 10. Кольца сечений $\Gamma(X, \Pi)$ 155
Литература 156

Год издания 1991

Серия
ПРОБЛЕМЫ ГЕОМЕТРИИ
ЗА ПЕРИОД 1966-1990 ГГ.

Научный редактор профессор Н.М. Остиану

ТРУДЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СЕМИНАРА
Том 1

СОДЕРЖАНИЕ

М.А. Акивис. О строении двухкомпонентных сопряженных систем . . 7
А.М. Васильев. Дифференциальная алгебра как аппарат дифференциальной геометрии 33
В.И. Ведерников. Симметрические пространства. Сопряженные связности как нормализованная связь 63
В.И. Гольдберг. Об одной нормализации p-сопряженных систем n-мерного проективного пространства 89
А.В. Гохман. Дифференциальная геометрия и классическая динамика систем 111
Г.Ф. Лаптев. Основные инфинитезимальные структуры высших порядков на гладком многообразии 139
Ю.Г. Лумисте. Однородные расслоения со связностью и их погружения 191
Н.М. Остиану. О геометрии многомерной поверхности проективного пространства 239
В.В. Рыжков. Римановы геометрии высшего рода. Задача погружения 265
П.И. Швейкин. Нормальные геометрические объекты поверхности в аффинном пространстве 331
А.П. Широков. Об одном типе G-структур, определяемых алгебрами . 425

Год издания 1987

ТРУДЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СЕМИНАРА
Том 2

СОДЕРЖАНИЕ

М.А. Акивис. О три-тканях многомерных поверхностей 7
В.Н. Близникас. О геометрии систем дифференциальных уравнений первого порядка с частными производными 33
В.С. Болодурин. О точечных соответствиях между гиперповерхностями проективных пространств 55
М.В. Васильева. Старшие подгруппы бесконечных групп Ли – Картана 81
В.В. Гольдберг. Пары p-сопряженных систем с общей сопряженно-гармонической нормализацией 95
Л.Е. Евтушик. Дифференциальные связности и инфинитезимальные преобразования продолженной псевдогруппы 119
А.П. Карташев. Максимальные примитивные подпсевдогруппы простых бесконечных транзитивных псевдогрупп 151
Г.Ф. Лаптев. Структурные уравнения главного расслоенного многообразия 161

В.С. Малаховский. Дифференциальная геометрия многообразий фигур и пар фигур в однородном пространстве 179
Н.М. Остиану. О некоторых проективно-дифференциальных структурах на дифференцируемом многообразии 207
Н.М. Остиану, Об инвариантном оснащении семейства многомерных плоскостей в проективном пространстве 247
Ю.В. Павлюченко, В.В. Рыжков. Об изгибании точечных соответствий между проективными пространствами 263
Л.В. Сабинин. Инволютивная двойственность в простых компактных алгебрах Ли 277
Н.В. Степанов. Совместные инварианты двух семейств кривых на плоскости 299
М.М. Цаленко. Интегрируемость тензорной структуры на многообразии класса C^∞ 333

Год издания 1969

ТРУДЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СЕМИНАРА
Том 3

СОДЕРЖАНИЕ

Я.П. Бланк. Об одном обобщении проблемы С. Ли о поверхностях переноса 5
Г.Ф. Лаптев. Распределения касательных элементов 29
Г.Ф. Лаптев, Н.М. Остиану. Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности. I 49
Н.М. Остиану. Распределения m-мерных линейных элементов в пространстве проективной связности. II 95
В.И. Близникас. О неголономной поверхности трехмерного пространства проективной связности 115
И.В. Близникене. О геометрии полунеголономной конгруэнции первого рода 125
С.И. Григелионис. О неголономном комплексе пространства P_4 . . . 149
Д.В. Беклемишев. О линейных системах квадратичных форм 173
В.С. Малаховский. Расслояемые пары конгруэнций фигур 193
Ю.В. Павлюченко. О характеристической системе точечных соответствий 221
В.В. Рыжков. Характеристические направления точечного отображения P_m в P_n 235

Год издания 1971

ТРУДЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СЕМИНАРА
Том 4

СОДЕРЖАНИЕ

Н.М. Остиану, В.В. Рыжков, П.И. Швейкин. Очерк научных исследований Германа Федоровича Лаптева 7
Н.М. Остиану. Распределение гиперплоскостных элементов в проективном пространстве 71
В.И. Близникас, С.И. Григелионис. О внутренних оснащениях неголономного гиперкомплекса $NGr\,(1,4,5)$ 121

В.И. Близникас, З.Ю. Лупейкис. О внутренних оснащениях линейчатого комплекса 155
В.С. Малаховский. Оснащенные гиперкомплексы квадратичных элементов 167
М.А. Акивис, В.В. Гольдберг. О многомерных три-тканях, образованных поверхностями разных размерностей 179
А.М. Васильев. Инволютивные модули и инволютивные дифференциальные алгебры 205
А.М. Васильев. Дифференциальные алгебры и дифференциально-геометрические структуры 217
А.С. Феденко. Пространства, определяемые эндоморфизмами групп Ли (Ф-пространства) 231
Т.А. Соколов. К вопросу о точечных соответствиях трех проективных пространств 269
Ю.Г. Лумисте. Канонические расслоения над пространствами орбит и внутренние связности 285

Год издания 1973

ТРУДЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СЕМИНАРА
Том 5

СОДЕРЖАНИЕ

В.И. Близникас, П.Ю. Вашкас, З.Ю. Лупейкис, Ю.И. Шинкунас. Обзор научных работ К.И. Гринцевичюса 7
С.И. Григелионис. Некоторые вопросы геометрии неголономных гиперкомплексов $NGr\,(1,4,5)$ 55
В.И. Близникас. Некоторые вопросы теории неголономных комплексов 69
И.В. Близникене. Некоторые вопросы геометрии полунеголономных и неголономных конгруэнций 97
Ю.И. Шинкунас. О распределении m-мерных плоскостей в n-мерном римановом пространстве 123
В.И. Близникас, З.Ю. Лупейкис. О геометрии некоторых систем дифференциальных уравнений с частными производными 135
Э.Д. Алшибая. К геометрии распределений гиперплоскостных элементов в аффинном пространстве 169
А.М. Васильев. О реализация внешних дифференциальных алгебр . . 195
Р.В. Восилюс. Геометрия расслоенных подмногообразий 201
Ю.Г. Лумисте. Матричное представление полуголономной дифференциальной группы и структурные уравнения расслоения p-кореперов 239
Н.М. Остиану. Ступенчато-расслоенные пространства 259
А.П. Широков. Замечание о структурах в касательных расслоениях . 311
В.С. Малаховский. Индуцированно оснащенные многообразия фигур в однородном пространстве 319
Ю.И. Михайлов. О некоторых многомерных два-тканях типа $T^{mn}_{m,n}$ . . 335
В.И. Романов. К геометрии точечных отображений четырехмерных евклидовых пространств 345
В.Р. Кайгородов. О римановых пространствах $K^{\pm S_n}$ 359

Год издания 1974

ТРУДЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СЕМИНАРА
Том 6

СОДЕРЖАНИЕ

Б.Л. Лаптев. К десятилетию Геометрического семинара ВИНИТИ . . 5
В.Т. Базылев. К 90-летию со дня рождения С.П. Финикова 17
Н.М. Остиану. Румынский геометр Георге Цицейка 25
Г.Ф. Лаптев. К инвариантной аналитической теории дифференцируемых отображений 37
В.И. Близникас. Некоторые вопросы геометрии гиперкомплексов прямых 43
В.С. Малаховский, В.В. Махоркин. Дифференциальная геометрия многообразий гиперквадрик в n-мерном проективном пространстве 113
А.К. Рыбников. Аффинные связности, индуцируемые на многомерных поверхностях аффинного пространства 135
П.И. Швейкин. Приложение нормальных объектов к геометрии поверхности в проективном пространстве 157
Р.Ф. Домбровский. К геометрии касательно оснащенных поверхностей в P_n 171
В.Т. Базылев. Сети на многообразиях 189
В.С. Болодурин. О геометрии точечных отображений P_m в P_n $(m < n)$ 207
М.В. Драгнев. Об одном классе точечных отображений P_3 в P_2 . . . 223
Л.Е. Евтушик, В.Б. Третьяков. О структурах, определяемых системой обыкновенных дифференциальных уравнений высшего порядка 243
Н.М. Остиану. Многообразия, погруженные в расслоенные пространства $\mathcal{H}$-структуры 257
А. Фляйшер. Об одном классе редуктивных пространств 267
Д.Д. Соколов. О двумерных выпуклых поверхностях с дефинитной метрикой в трехмерном псевдоевклидовом пространстве 277
А.В. Аминова. Проективно-групповые свойства некоторых римановых пространств 295
А.В. Аминова. Группы проективных и аффинных движений в пространствах общей теории относительности, I 317

Год издания 1974

ПРОБЛЕМЫ ГЕОМЕТРИИ
Том 7

СОДЕРЖАНИЕ

Г.Ф. Лаптев, Н.М. Остиану. (f, ξ, η, ρ)-структура на дифференцируемых многообразиях 5
А.М. Васильев. Полувекторные поля в расслоениях 23
В.Ф. Кириченко. Деформации K-структур 27
В.Ф. Кириченко. О почти эрмитовых подмногообразиях K-пространств 39
С.В. Ведерников. Специальные морфизмы G-пространств 49
М.А. Акивис. О замкнутых G-структурах на дифференцируемом многообразии 69
Б.П. Комраков. Однородные пространства, порожденные автоморфизмами и инвариантные геометрические структуры 81
В.Т. Базылев. Об одном замечательном классе сетей 105
А.В. Столяров. Проективно-дифференциальная геометрия регулярного гиперполосного распределения m-мерных линейных элементов 117
Р.Ф. Домбровский. Поля геометрических объектов на многомерных касательно оснащенных поверхностях в P_n 153

В.В. Гольдберг. О $(n+1)$-ткани, определяемой $n+1$ поверхностями коразмерности $n-1$ . . . 173
В.В. Гольдберг. О диагональной четыре-ткани, образованной четырьмя связками многомерных плоскостей проективного пространства . . . 197
М.К. Кузьмин. Сети, определяемые распределениями в евклидовом пространстве E_n и их обобщения . . . 215
М.К. Кузьмин. О канонических сетях распределений на поверхностях евклидова пространства . . . 231
Е.В. Шикин. Изометрические погружения в E^3 некомпактных областей неположительной кривизны . . . 249
С.Б. Кадомцев. Исследование некоторых свойств нормального кручения двумерной поверхности в четырехмерном пространстве . . . 267
Г.Г. Иванов. Изотропное гравитационное поле . . . 279

Год издания 1975

Том 8

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.Г. Лумисте. Распределения на однородных пространствах . . . 5
А.В. Столяров. Двойственные линейные связности на оснащенных многообразиях пространства проективной связности . . . 25
Н.В. Степанов. Дифференциально-геометрическая теория уравнения $y^{(n)} = f(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)})$ . . . 47
Г.С. Асанов. Финслерово пространство с алгебраической метрикой, определяемой полем реперов . . . 67
Н.М. Остиану. Дифференциально-геометрические структуры на дифференцируемых многообразиях . . . 89
Н.Д. Поляков. Дифференциально-геометрические структуры на почти контактном многообразии . . . 113
В.Ф. Кириченко, Дифференциальная геометрия K-пространств . . . 139
М.О. Рахула. Инфинитезимальная связность в расслоении . . . 163
Я.П. Бланк. Поверхности переноса в неевклидовых пространствах . . . 183
В.А. Тихонов. Сети, определяемые гиперраспределениями в аффинном пространстве н их обобщения . . . 197
Э.Г. Позняк. Геометрические исследования, связанные с уравнением $x_{xy} = \sin z$ . . . 225
С.Б. Кадомцев. Исследование вопросов единственности двумерных поверхностей в евклидовых пространствах . . . 243
Д.Д. Соколов. О регулярности выпуклых поверхностей с дефинитной метрикой в трехмерном псевдоевклидовом пространстве . . . 257

Год издания 1977

Том 9

СОДЕРЖАНИЕ

Л.Е. Евтушик, Ю.Г. Лумисте, Н.М. Остиану, А.П. Широков. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях . . . 7
Глава 1. Основные понятия и методы общей теории дифференциально-геометрических структур на гладких многообразиях . . . 7

§ 1. Гладкие многообразия и важнейшие дифференциально-геометрические объекты на них . . . 7
§ 2. Многообразия со структурой группы Ли или пространства представления группы Ли 16
§ 3. Структурные формы пространства представления группы Ли и критерии охвата 23
§ 4. Главное расслоенное пространство и присоединенные к нему расслоенные пространства . . . 31
§ 5. Струи и расслоения струй и реперов высших порядков 42
§ 6. Структурные формы и структурные уравнения расслоенных пространств и G-структур . . . 47
§ 7. Тензорные методы исследования некоторых структур на гладких многообразиях 66
§ 8. Дифференцирование Ли 72
Глава II. Теория связностей в расслоенных многообразиях 79
§ 1. Связности в главных и присоединенных расслоенных пространствах 79
§ 2. Связности в однородных расслоениях 96
§ 3. Классические пространства со связностью 1 112
Глава III. Дифференциально-геометрические структуры первого порядка 122
§ 1. Основные понятия и определения 122
§ 2. Почти комплексная структура и ее подклассы 125
§ 3. Контактные и почти контактные структуры 149
§ 4. Другие тензорные структуры 172
§ 5. T-структуры. Композиции 180
Глава IV. Дифференциально-геометрические структуры высших порядков 189
§ 1. Геометрия касательного расслоения 189
§ 2. Нелинейные связности высших порядков 204
§ 3. Финслерова геометрия и ее обобщения 217
§ 4. Геометрия дифференциальных систем 228
Цитированная литература 234

Год издания 1979

Том 10

СОДЕРЖАНИЕ

А.М. Васильев. Дифференциальная алгебра 5
А.В. Столяров, Дифференциальная геометрия полос 25
А.В. Чакмазян. Связность в нормальных расслоениях нормализованного подмногообразия V_m в P_n 55
Н.М. Остиану, Т.Н. Балазюк. Многообразия, погруженные в пространства проективной структуры 75
А.П. Норден. Теория композиций 117
И.П. Егоров. Автоморфизмы в обобщенных пространствах 147
Е.П. Сенькин. Изгибание выпуклых поверхностей 193

Год издания 1978

Том 11

СОДЕРЖАНИЕ

Н.М. Остиану, Н.Д. Поляков. Подмногообразия в дифференцируемых многообразиях, наделенных дифференциально-геометрическими структурами. I 3
Введение 3
§ 1. $(f\xi\eta\rho)$-структура на дифференцируемом многообразии 5
§ 2. Подмногообразия в многообразии $(f\xi\eta\rho)$-структуры 12
§ 3. Инвариантные подмногообразия в многообразии $(f\xi\eta\rho)$-структуры 22
§ 4. Подмногообразия в многообразии f-структуры 28
§ 5. Подмногообразия в многообразии почти контактной структуры 35
§ 6. Инвариантные подмногообразия в многообразии почти контактной структуры 41
§ 7. Гиперповерхность в многообразии почти контактной структуры 52
Цитированная литература 61
Т.С. Асанов. C-сводимые финслеровы пространства. Финслеровы пространства с метрикой Рандерса и метрикой Кропиной 65
Введение 65
§ 1. C-сводимые финслеровы пространства 67
§ 2. Основные результаты теории пространств Рандерса и Кропиной 73

§ 3. О калибровочно-инвариантной структуре проективных тензоров пространства Рандерса . . . 78
§ 4. О применения теории пространства Рандерса в электродинамике . . . 82
Цитированная литература . . . 86

А.М. Виноградов. Геометрия нелинейных дифференциальных уравнений 89
Введение . . . 89
§ 1. Дифференциальные операторы в коммутативных кольцах . . . 91
§ 2, Представляющие объекты . . . 95
§ 3. Многообразия джетов . . . 98
§ 4. U-геометрия . . . 102
§ 5. Распределение Картана . . . 104
§ 6. Характеристики, эагибы, особенности . . . 111
§ 7. Элементарная геометрия нелинейного уравнения. Внутренняя и внешняя геометрия . . . 113
§ 8. Бесконечно продолженные уравнения. Категория нелинейных дифференциальных уравнений . . . 117
§ 9. Инфинитезимальные симметрии нелинейных уравнений, эволюции и высшие характеристики . . . 122
§ 10. Законы сохранения и лагранжев формализм в теории поля . . . 127
Цитированная литература . . . 132

А.А. Аграчев, Р.В. Гамкрелидзе. Хронологические алгебры и нестационарные векторные поля . . . 135
Введение . . . 135
§ 1. Хронологические алгебры . . . 135
§ 2. Нестационарные векторные поля . . . 150
Цитированная литература . . . 176

Д.Д. Соколов. Поверхности в псевдоевклидовом пространстве . . . 177
Введение . . . 177
§ 1. Понятие полной поверхности . . . 179
§ 2. Поверхности дефинитной метрики и отрицательной кривизны . . . 181
§ 3. Поверхности дефинитной метрики и положительной кривизны . . . 183
§ 4. Поверхности индефинитной метрики и отрицательной кривизны . . . 184
§ 5. Поверхности индефинитной метрики и положительной кривизны . . . 184
§ 6. Нерегулярные выпуклые поверхности . . . 185
§ 7. Некоторые методы теории поверхностей . . . 188
§ 6. Некоторые свойства многогранной метрики отрицательной кривизны . . . 191
§ 9. Существование выпуклого многогранника с данной метрикой класса C . . . 196
Цитированная литература . . . 200

В.Ф. Игнатенко. Геометрия алгебраических поверхностей с симметриями 203
Введение . . . 203
§ 1. Алгебраические поверхности с конечными группами симметрий . . . 206
§ 2. Диаметральная теория алгебраических поверхностей и ее приложения . . . 211
§ 3. Алгебраические поверхности с бесконечным множеством плоскостей симметрия . . . 223
Цитированная литература . . . 233

Год издания 1980

Том 12

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.Г. Лумисте, А.В. Чакмазян. Нормальная связность и подмногообразия с параллельными нормальными полями в пространстве постоянной кривизны 3
Введение . . . 3
§ 1. Нормальная связность . . . 4
§ 2. Подмногообразие с параллельным нормальным векторным полем . . . 11
§ 3. О подмногообразии с параллельным полем нормальных p-направлений . . . 14
§ 4. Обзор новейших исследований по подмногообразиям с специальными свойствами нормальной связности 21
Цитированная литература . . . 26

В.С. Малаховский. Дифференциальная геометрия многообразий фигур 31
§ 1. Многообразия квадрик в многомерных пространствах . . . 32
§ 2. Многообразия квадрик и коник в трехмерных пространствах . . . 36
§ 3. Многообразия алгебраических элементов высших порядков . . . 42
§ 4. Многообразия пар фигур . . . 43
§ 5. Многообразия окружностей и сфер в евклидовом и конформном пространствах . . . 46
§ 6. Семейства линий и поверхностей . . . 48
§ 7. Некоторые общие вопросы геометрии многообразий фигур . . . 49
Цитированная литература . . . 50

А.П. Широков. Геометрия касательных расслоений и пространства над алгебрами . . . 61

§ 1. Геометрия касательных расслоений . . . 62
§ 2. Пространства со структурами, определяемыми алгебрами . . . 75
Цитированная литература . . . 80

В.Т. Базылев, М.К. Кузьмин, А.В. Столяров. Сети на многообразиях . 97
§ 1. Определение сети на многообразии . . . 97
§ 2. Сети в проективном и аффинном пространствах . . . 101
§ 3. Сети в евклидовом и римановом пространствах . . . 104
§ 4. Конструктивно определяемые сети . . . 110
§ 5. Двойственная геометрия многомерных сетей . . . 114
Цитированная литература . . . 118

Н.В. Степанов. Геометрия дифференциальных уравнений . . . 127
Цитированная литература . . . 159

А.А. Аграчев, С.А. Вахрамеев. Хронологические ряды и теорема Коши – Ковалевской . . . 165
§ 1. Подготовительный материал . . . 167
§ 2. Существование решения задачи Коши . . . 171
Цитированная литература . . . 189

Год издания 1981

Том 13

СОДЕРЖАНИЕ

Н.С. Синюков. Почти геодезические отображения аффинносвязных и римановых пространств . . . 3
Введение . . . 3
§ 1. Определение почти геодезических отображений, основные результаты . . . 3
§ 2. Почти геодезические отображения первого типа π_1 . . . 6
§ 3. Почти геодезические отображения второго типа π_2 . . . 8
§ 4. Почти геодезические отображения третьего типа π_3 . . . 19
§ 5. Почти геодезические отображения общих пространств аффинной связности . . . 21
Литература . . . 24

Н.М. Остиану, Р.Ф. Домбровский, Н.Д. Поляков. Подмногообразия в дифференцируемых многообразиях, наделенных дифференциально-геометрическими структурами. II. Подмногообразия коразмерности 2 в контактном и почти контактном многообразиях . . . 27
Введение . . . 27
§ 1. Подмногообразие M_m в многообразии M_{n+1} со связностью . . . 28
§ 2. Классификация индуцированных структур на подмногообразии коразмерности 2 . . . 46
§ 3. Геометрия подмногообразий коразмерности 2 . . . 59
Литература . . . 75

Н.Д. Поляков. Подмногообразия в дифференцируемых многообразиях, наделенных дифференциально-геометрическими структурами. III. $N(\sigma)$-антиинвариантные подмногообразия в многообразии почти контактной структуры . . . 77
Введение . . . 77
§ 1. Подмногообразии M_m, погруженные в почти контактное многообразие . . . 78
§ 2. $N(sigma)$-антиинвариантные подмногообразия в почти контактном многообразии . . . 81
§ 3. Антиинвариантные подмногообразия в метрическом почти контактном многообразии . . . 91
§ 4. Антиинвариантные подмногообразия типа 2 в многообразии Сасаки . . . 97
§ 5. Антиинвариантные подмногообразия тина 3 в многообразии Сасаки . . . 107
Литература . . . 115

Ю.А. Аминов. Проблемы вложений: геометрические и топологические аспекты . . . 119
§ 1. Изометрические погружения . . . 119
§ 2. Погружения и вложения дифференцируемых многообразий . . . 134
§ 3, Погружения с минимальной абсолютной кривизной . . . 143
Литература . . . 148

С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, Д.Д. Соколов. Некоторые вопросы геометрии Лобачевского, связанные с физикой . . . 157
§ 1. Геометрия Лобачевского — типичный представитель геометрии отрицательной кривизны . . . 157
§ 2. Фридмановская космология и геометрия Лобачевского . . . 164
§ 3. Пространство скоростей специальной теории относительности — пространство Лобачевского . . . 175

§ 4. Геометрия Лобачевского и нелинейные уравнения математической физики . . . 179
Приложение . . . 181
Литература . . . 183

Год издания 1982

Том 14

СОДЕРЖАНИЕ

А.А. Аграчев, С.А. Вахрамеев, Р.В. Гамкрелидзе. Дифференциально-геометрические и теоретико-групповые методы в теории оптимального управления . . . 3
Введение . . . 3
§ 1. Мотивировка . . . 6
§ 2. Управляемость нелинейных систем . . . 9
§ 3. Хронологическая связность. Вариации отображения exp . . . 27
Приложение. Элементы хронологического исчисления . . . 43
Литература . . . 52

Н.Д. Поляков. Классификация $(f\xi\eta\rho)$-структур . . . 57
Введение . . . 57
§ 1. Дифференцируемое многообразие $M_n(f\xi\eta\rho)$-структуры . . . 58
§ 2. Классификация $(f\xi\eta\rho)$-структуры на дифференцируемом многообразии M_n . . . 65
Литература . . . 71

В.А. Мирзоян. Подмногообразия с коммутирующим нормальным векторным полем . . . 73
Введение . . . 73
§ 1. Необходимые сведения из римановой геометрии . . . 74
§ 2. Условия инволютивности собственных распределений второго фундаментального тензора $A_x i$ . . . 76
§ 3. Подмногообразия с коммутирующим нормальным векторным полем . . . 82
§ 4. Подмногообразия с коммутирующим p-мерным подрасслоением нормального расслоения . . . 91
Литература . . . 97

Р.В. Восилюс. Контравариантная теория дифференциального продолжения в модели пространства со связностью . . . 101
Введение . . . 101
§ 1. Пространства со связностью . . . 102
§ 2. Деформации связности, порождаемые диффеоморфизмами пространства . . . 106
§ 3. Линеаризация . . . 107
§ 4. Структурное равенство . . . 109
§ 5. Действие автоморфизмов . . . 111
§ 6. Ацикличность объекта категории пространств со связностью . . . 112
§ 7. Стабильность ацикличной структуры . . . 117
§ 8. Каноническая связность продолженного расслоения $J_\infty E$ . . . 119
§ 9. Приложение к геометрии формально интегрируемого дифференциального уравнения . . . 123
§ 10. Теория редуцированного дифференциального продолжения . . . 125
§ 11. Каноническая связность Близникаса . . . 131
§ 12. Приложение к геометрии неголономных подмногообразий плоского пространства . . . 137
§ 13. Внутренние редуцированные связности дифференциальных уравнений конечного типа . . . 142
§ 14. Теорема конечности в контравариантной теории дифференциального продолжения . . . 150
§ 15. Внутренние связности неголономных дифференциально-геометрических структур конечного типа . . . 163
§ 16. Структурный тензор . . . 171
Литература . . . 175

В.Р. Кайгородов. Структура кривизны пространства-времени . . . 177
Введение . . . 177
§ 1. Определение и обзор литературы . . . 177
§ 2. Схема алгебраической классификации и структура кривизны . . . 184
§ 3. Группы голономии пространств $\overset{\circ}{\mathcal{D}}{}^s_\alpha$ . . . 192
§ 4. Рекуррентность первого и второго порядков . . . 194
§ 5. Комплексно-рекуррентные пространственно-временные многообразия . . . 197
§ 6. Пространства рекуррентной кривизны, описывающие плоские гравитационные волны . . . 198
Литература . . . 201

Год издания 1983

Том 15

СОДЕРЖАНИЕ

В.С. Макаров. Геометрические методы построения дискретных групп движений пространства Лобачевского . . . 3
§ 1. Правильные разбиения пространства и дискретные группы движении . . . 4
§ 2. Метод вариации одного непрерывного параметра . . . 14
§ 3. Метод вариации нескольких непрерывных параметров . . . 22
§ 4. Метод усечения идеальных граней . . . 27
§ 5. Метод склейки . . . 37
§ 6. Метод буферных многогранников . . . 46
§ 7. Некоторые итоги и проблемы . . . 54
Литература . . . 57
Б.Н. Шапуков. Связности на дифференцируемых расслоениях . . . 61
§ 1. Тензорные поля и связности на расслоенных многообразиях . . . 62
§ 2. Разложение тензорных полей и связностей на расслоениях с внутренней связностью . . . 67
§ 3. Векторные и тензорные расслоения . . . 74
§ 4. Связности на других специальных расслоениях . . . 80
Литература . . . 84
Н.Д. Поляков. Дифференциальная геометрия многообразий f-структуры 95
Введение . . . 95
§ 1. Многообразия f-структуры . . . 96
§ 2. Реперированная f-структура ранга r на M_n . . . 111
§ 3. Аффинная связность на M_n реперированной f-структуры ранга r . . . 115
Литература . . . 122
Т.Н. Балазюк, Н.М. Остиану. Подмногообразия в дифференцируемых многообразиях, наделенных дифференциально-геометрическими структурами. IV. Подмногообразия коразмерности 1 в многообразиях почти комплексной структуры . . . 127
Введение . . . 127
§ 1. Структуры на подмногообразии M_m в M_n почти комплексной структуры . . . 128
§ 2. Подмногообразие коразмерности 1 (гиперповерхность) в многообразиях почти комплексной структуры 145
Литература . . . 162
С.В. Ведерников. Однородные пространства, порожденные группой автоморфизмов группы Ли . . . 165
scriptsize § 1. Обзор и постановка задачи . . . 165
§ 2. Глобальные и локальные пары . . . 167
§ 3. Однородные пространства, порожденные глобальной парой . . . 167
§ 4. Морфизмы однородных пространств . . . 168
§ 5. Редуктивное разложение алгебры Ли группы Ли . . . 172
§ 6. Категория глобальных пар . . . 174
§ 7. Отображения симметрии . . . 178
Литература . . . 183
М.А. Акивис. Дифференциальная геометрия тканей . . . 187
Введение . . . 187
§ 1. Основные уравнения теории тканей . . . 188
§ 2. Ткани и почти грассмановы структуры . . . 191
§ 3. Три-ткани и дифференцируемые квазигруппы . . . 196
§ 4. Некоторые геометрические свойства тритканей . . . 200
§ 5. Другие геометрические и алгебраические структуры, связанные с три-тканями . . . 205
Литература . . . 209

Год издания 1983

Том 16

СОДЕРЖАНИЕ

О.В. Павлюченко, В.В. Рыжков. Изгибание точечных соответствий ω-системы . . . 3
Глава 1. Задача изгибания точечных соответствий и ее обобщение . . . 3
§ 1. Изгибание точечных соответствий проективных пространств . . . 3
§ 2. Деформация аффинных связностей и ее изгибание . . . 8

Глава 2. Теория ω-систем . . . 10
§ 3. Основные понятия и постановка задачи . . . 10
§ 4. Трехмерный случай . . . 12
§ 5. Присоединение ω-системы . . . 18
§ 6. Взаимная и полиномиальные ω-системы . . . 23
§ 7. О полноте пространства решений . . . 26
§ 8. Приложение к задаче изгибания точечных соответствий . . . 30
Литература . . . 33

М.О. Рахула. Теория катастроф и дифференциальная геометрия . . . 35
§ 1. Локальное представление отображения . . . 36
§ 2. От смешанных ковариантных производных Нордена до фундаментальных объектов Лаптева и производных Портеуса . . . 44
§ 3. Обобщение . . . 53
§ 4. Катастрофы в пространстве полиномов . . . 64
Литература . . . 78

И.П. Егоров. Движения и гомотетии в пространствах Финслера и их обобщениях . . . 81
§ 1. Движения и гомотетии в финслеровых пространствах и пространствах C_n. Обобщения . . . 81
§ 2. Инфинитезимальные движения и гомотетии в пространствах Дейвиса опорных векторных и ковекторных плотностей . . . 88
§ 3. Движения и гомотетия в потенциальных пространствах векторных и ковекторных элементов. Обобщения на плотности . . . 93
§ 4. Максимально подвижные регулярные пространства векторной и ковекторной плотности . . . 98
§ 5. Лакунарные потенциальные и общие метрические пространства . . . 104
§ 6. Аффинные связности в пространствах векторной и ковекторной плотности . . . 111
§ 7. Движения в пространствах линейных и гиперплоскостных элементов аффинной связности . . . 114
§ 8. Движения в расслоениях. Классификация . . . 117
О классификациях . . . 120
Литература . . . 121

Н.А. Яфаров. Первые дробные интегралы уравнений геодезических линий пространств аффинной связности . . . 127
Введение . . . 127
§ 1. Основные определения и понятия. Некоторые свойства . . . 129
§ 2. Траектории сходимости векторного поля . . . 132
§ 3. I_1 в A_2. Общая теория . . . 136
§ 4. Специальные I_1 . . . 141
§ 5. I_2 в A_2. Общая теория . . . 147
§ 6. C_21 в A_n . . . 149
Литература . . . 151

А.Д. Милка. Кратчайшие на выпуклых гиперповерхностях . . . 155
Введение . . . 155
§ 1. Определения и общие результаты . . . 158
§ 2. Новые теоремы о кратчайших линиях . . . 167
§ 3. Кривизна и форма выпуклой гиперповерхности . . . 172
§ 4. Гладкость гиперповерхности кратчайшей . . . 179
§ 5. Метрики с неотрицательной кривизной . . . 186
Литература . . . 192

В.Ф. Игнатенко. Некоторые вопросы геометрической теории инвариантов групп, порожденных ортогональными и косыми отражениями . . . 195
Введение . . . 195
§ 1. Инварианты групп симметрии правильных многогранников . . . 197
§ 2. Инварианты групп симметрии многогранников Госсета . . . 207
§ 3. Приложения диаметральной теории алгебраических поверхностей к нахождению инвариантов бесконечных групп . . . 214
Литература . . . 221

Год издания 1984

Том 17

СОДЕРЖАНИЕ

С.С. Рышков, Е.П. Барановский. Совершенные решетки как допустимые центрировки . . . 3
Введение . . . 3

§ 1. Предварительные сведения. Проблема отыскания совершенных решеток (совершенных форм), ее краткая история . . . 4
§ 2. Допустимые центрировки . . . 7
§ 3. Совершенные решетки как допустимые центрировки. Теорема Коркина – Золотарева . . . 12
S 4. Отыскание допустимых представлений совершенных решеток: общее описание метода и случаи $n \leq 4$. Стандартные схемы в доказательствах . . . 14
§ 5. Вывод совершенных решеток при $n = 5$ . . . 17
§6. Вывод совершенных решеток из множеств на несвободных допустимых 6-мерных центрировок . . . 23
§ 7. Вывод совершенных решеток из множества свободных допустимых 6-мерных центрировок . . . 34
Литература . . . 48

Ю.И. Ермаков. К теории инвариантов структурных тензорных полей . . . 51
Введение . . . 51
Глава 1. Послойные тензорные поля в векторных расслоениях . . . 52
§ 1. Векторные расслоения над банаховыми многообразиями . . . 52
§ 2. Сечения векторных расслоений . . . 57
§ 3. Послойные и связующие тензорные поля векторных расслоений и условия их локализации . . . 59
Глава 2. Алгебраические и дифференциальные инварианты тензорных структур . . . 65
§ 4. Связность в векторном расслоении банахова типа. Ковариантное дифференцирование тензорных полей . . . 65
§ 5. Связности в векторных расслоениях, определяемые послойными тензорными полями . . . 72
§ 6. Локально плоские и локально конформно-плоские тензорные структуры . . . 78
Литература . . . 84

В.В. Никулин. Локальные инварианты 4-мерных псевдоримановых многообразий с метрикой Лоренца . . . 87
Введение . . . 87
§ 1. Наглядное предварительное определение инварианта Тюрина в случае метрик Лоренца . . . 89
§ 2. Определение инварианта Тюрина . . . 90
§ 3. Инварианты Тюрина над $\mathbb{C}$ . . . 93
§ 4. Локальный инвариант Тюрина в случае метрик Лоренца . . . 109
§ 5. Изотопическая классификация инвариантов Тюрина . . . 121
§ 6. Сведение грубой проективной классификации инвариантов Тюрина к арифметической задаче . . . 125
Литература . . . 130

А.П. Широков. Пространства аффинной связности (некоторые аспекты метода нормализации А.П. Нордена) . . . 131
§ 1. Нормализованные поверхности проективного пространства . . . 132
§ 2. Аффинные связности в многообразиях m-пар . . . 137
§ 3. Нормализованные расслоения проективного пространства . . . 146
Литература . . . 150

Ю.Г. Лумисте. Дифференциально-геометрические структуры и калибровочные теории . . . 153
§ 1. Связности и поле Янга – Миллса . . . 153
§ 2. Группа калибровочных преобразований . . . 155
§ 3. Алгебра Ли инфинитезимальных калибровочных преобразований . . . 156
§ 4. Расслоение струй сечений в фундаментальные 1-формы . . . 160
§ 5. Пространство связностей и действие группы калибровочных преобразований . . . 162
§ 6. Каноническая 1-форма и форма связности . . . 163
§ 7. Правоинвариантные 1-формы . . . 165
§ 8. Правоинвариантная 1-форма Янга – Миллса . . . 168
Литература . . . 170

Год издания 1985

Том 18

СОДЕРЖАНИЕ

П.Я. Грушко. Отображения структур . . . 3
Введение . . . 3
§ 1. Геометрические структуры, близкие к однородным . . . 5
§ 2. Симметричные структуры без первого продолжения . . . 8
§ 3. Периодические структуры . . . 13
§ 4. Локальная теория сопряженно транзитивных структур . . . 15
§ 5. Критерий симметричности . . . 19
§ 6. Продолжения . . . 21
Литература . . . 22

В.Ф. Кириченко. Методы обобщенной эрмитовой геометрии и теория почтя контактных многообразий . . . 25

Предисловие . . . 25
Глава I. Q-алгебры . . . 26
§ 1. Понятие Q-алгебры . . . 26
§ 2. Полупростые и редуктивные Q-алгебры . . . 29
§ 3. Натуральные Q-алгебры . . . 30
§ 4. Расщепляемые и псевдорасщепляемые Q-алгебры . . . 33
Глава 2. Обобщенные почти эрмитовы структуры . . . 40
§ 1. Понятие обобщенной почти эрмитовой структуры . . . 41
§ 2. Структурные уравнения GAH-многообразия . . . 49
Глава 3. Обобщенные почти контактные многообразия . . . 54
§ 1. Почти контактные метрические структуры . . . 54
§ 2. Структурные уравнения почти контактных метрических структур . . . 58
§ 3. Обобщенные почти контактные структуры . . . 64
Литература . . . 70

М.А. Акивис, С.А. Герасименко. Многомерные ткани Боля . . . 73
§ 1. Три-ткани Боля . . . 74
§ 2. $(n+1)$-ткани . . . 87
Литература . . . 101

О.В. Мантуров. Однородные пространства и инвариантные тензоры . 105
§ 1. Некоторые метрические замечания . . . 195
§ 2. Однородные римановы пространства с приводимой группой изотропии . . . 108
§ 3. Принцип включения . . . 119
§ 4. Применение принципа включения . . . 123
Литература . . . 139

Н.Т. Мочернюк. Кубикальные поверхности и конгруэнции . . . 143
§ 1. Многообразия алгебраических элементов произвольного порядка . . . 144
§ 2. Кубикальные поверхности, порожденные неособыми кубиками . . . 148
§ 3. Кубикальные поверхности, порожденные кубикой с узловой точкой . . . 154
§ 4. Кубикальные поверхности, образованные кубикой с изолированной точкой . . . 155
§ 5. Кубикальные поверхности, порожденные кубиками с точкой возврата . . . 157
§ 6. Кубикальные конгруэнции . . . 160
Литература . . . 162

А.А. Лашхи. Основная теорема проективной геометрии в модулях и алгебрах Ли . . . 165
§ 1. Введение . . . 165
§ 2. Проективные пространства и коллинеации . . . 166
§ 3. СЛН-коллинеации и гомотрофизмы . . . 169
§ 4. Основная теорема проективной геометрии над кольцами . . . 173
§ 5. Решеточные свойства алгебр Ли . . . 174
§ 6. $\mathcal{L}$-гомоморфизмы алгебр Ли . . . 179
§ 7. Основная теорема проективной геометрии в алгебрах Ли . . . 181
Литература . . . 185
Хроника геометрической жизни (1986 г.)

Год издания 1986

Том 19

СОДЕРЖАНИЕ

В.В. Шурыгин. Расслоения струй как многообразия над алгебрами . . 3
§ 1. Локальные алгебры . . . 3
§ 2. A-дифференцируемые функции . . . 6
§ 3. Расслоение A-струй . . . 8
§ 4. Аналитические продолжения отображений . . . 15
§ 5. Структурные группы расслоения A-струй . . . 18
Литература . . . 20

Н.Д. Поляков. Подмногообразия в дифференцируемых многообразиях, наделенных дифференциально-геометрическими структурами. VI. CR-подмногообразия многообразия почти контактной структуры . . . 23
Введение . . . 23
§ 1. Подмногообразия M_m, погруженные в почти контактное многообразие . . . 24
§ 2. CR_ν-структура и $CR_{\nu(\sigma)}$-структура на подмногообразии M_m в $M_{n+1}(\phi\xi\eta)$ . . . 28
§ 3. $CR_{\nu(\sigma)}$-структура. естественным образом возникающая на M_m в $M_{n+1}(\phi\xi\eta)$ . . . 34
§ 4. CR-структура в метрическом почти контактном многообразии . . . 43
Литература . . . 55

Н.М. Остиану. Подмногообразия в дифференцируемых многообразиях, наделенных дифференциально-геометрическими структурами. V. CR подмногообразия в многообразии почти комплексной структуры 59
Введение 59
§ 0. Предварительные понятия 62
§ 1. CR-подмногообразия в эрмитовых многообразиях 65
§ 2. Интегрируемость распределений D и D^perp в келеровых многообразиях 77
§ 3. Некоторые классы CR-подмногообразий в келеровом многообразии 84
§ 4. О расширении понятия CR-подмногообразия в многообразиях почти комплексной структуры . . 94
Литература 97

А.М. Шелехов. О дифференциально-геометрических объектах высших порядков многомерной три-ткани 101
§ 1. Структурные уравнения многомерной три-ткани 106
§ 2. Строение дифференциально-геометрического объекта произвольного порядка три-ткани . . . 109
§ 3. Доказательство замкнутости g_∞-структуры шестиугольной три-ткани 116
§ 4. Леммы о замкнутых тензорах 122
§ 5. Аналитические условия замкнутости g_∞-структуры 129
§ 6. О существовании канонических координат в локальной аналитической лупе 133
§ 7. Основная теорема о координатных лупах три-тканей с замкнутой g_infty-структурой 139
§ 8. Об алгебраических условиях, определяющих три-ткани с замкнутой g_∞-структурой 143
§ 9. О существовании и классификации тождеств с одной переменной в локальной аналитической лупе 149
Литература 152

В.И. Ведерников, С.В. Ведерников. Геометрия одномерных пространств, порожденная морфизмами G-пространств 155
§ 1. Обзор и постановка задачи 155
§ 2. Категория глобальных и локальных пар 159
§ 3. G-пространства, порожденные глобальной парой (G, A) 162
§ 4. Морфизмы G-пространств. Симметрии G-пространств. Структура произведения однородных пространств 167
§ 5. Геометрия, порожденная глобальной парой (C, A), где C — полупрямое произведение 175
§ 6. Геометрия группы аффинных преобразований 178
Литература 182

С.Б. Климентов. Об априорных оценках производных радиуса-вектора поверхности положительной кривизны 187
§ 1. Обзор результатов 187
§ 2. Усиление теоремы 5 194
§ 3. Доказательство теоремы 7 и 8 200
§ 4. Доказательство теоремы 9 208
Литература 211

Год издания 1988

Том 20

СОДЕРЖАНИЕ

С.Х. Арутюнян, П.Я. Грушко, Л.Е. Евтушик, Ю.Г. Лумисте. Дифференциально-алгебраические методы геометрических исследований в работах А.М. Васильева и его научной школы 3
Список научных трудов Васильева Анатолия Михайловича 31
Литература 33

В.В. Вишневский. Многообразия над плюральными числами и полукасательные структуры 35
§ 1. Плюральные числа и функции 35
§ 2. Аффинорные структуры и многообразия над алгеброй плюральных чисел 44
§ 3. Полукасательные расслоения 50
§ 4. Голоморфно-геодезические преобразования связностей в полукасательных расслоениях . . . 62
Литература 69

П.О. Михеев, Л.В. Сабинин. Гладкие квазигруппы и геометрия . . . 75
Введение 75
§ 1. Основные определения и конструкции 76
§ 2. Гладкие лупы Муфанг и алгебры Мальцева 84
§ 3. Алгебраическая теория локально редуктивных и локально симметрических пространств аффинной связности 87
§ 4. Гладкие леводистрибутивные квазигруппы и обобщенные симметрические пространства . . . 93

§ 5. Гладкие лупы Бола 95
§ 6. Гладкие локальные лупы со свойством правой моноальтернативности и пространства аффинной связности без кривизны 99
§ 7. Гладкие локальные лупы общего вида 103
Литература 104

А.А. Аграчев. Квадратичные отображения в геометрической теории управления 111
§ 1. Введение 111
§ 2, Вариации управляемой системы 118
§ 3. Вторая вариация и симплектическая геометрия 126
Добавление к § 3. Лагранжев грассманиан 162
§ 4. Гомологические инварианты второй вариации 167
§ 5. Приложение к управляемым системам на группах Ли 182
Литература 204

В.В. Лычагин. Геометрическая теория особенностей решений нелинейных дифференциальных уравнений 207
§ 1. Расслоения струй 207
§ 2. Распределение Картана 210
§ 3. Интегральные многообразия 215
§ 4. Геометризация обобщенных функций 220
§ 5. Особенности, операторы переноса и ударные волны 224
§ 6. Интегральные грассманианы 231
§ 7. Йордановы структуры, ассоциированные с регулярными интегральными плоскостями 234
§ 8. Примитивные особенности и клиффордовы структуры 238
§ 9. Топология интегральных грассманианов 240
§ 10. Характеристические классы решений дифференциальных уравнений 244
Литература 246

Хроника геометрической жизни 248

Год издания 1988

Том 21

СОДЕРЖАНИЕ

М.А. Акивис, В.А. Тихонов. Обзор научных исследований Вячеслава Тимофеевича Базылева 3
§ 1. Квазилапласовы преобразования p-мерных многообразий n-мерного проективного пространства . 7
§ 2. Проективная теория многомерных сетей 9
§ 3. Сети на многомерных многообразиях евклидова пространства 11
§ 4. Дифференцируемые отображения многомерных пространств 15
§ 5. Сети на многообразиях. V-сопряженные сети в пространстве аффинной связности 18
§ 6. Конструктивно определяемые сети 22
Список печатных работ В.Т. Базылева 23

В.И. Близникас, А.П. Норден, Б.Н. Шапуков, А.П. Широков. Научное наследие Бориса Лукича Лаптева (23.04.1905-15.01.1989) 27
§ 1. Финслерова геометрия 29
§ 2. Пространства опорных элементов 30
§ 3. Дифференцирование Ли 32
§ 4. Дифференциальные инварианты 33
§ 5. Историко-математическая работа 35
Список научных работ Б.Л. Лаптева 37

И.Г. Николаев. О замыкании множества классических римановых пространств 43
Введение 43
§ 1. Пространства с ограниченной кривизной 46
§ 2. Геометрический смысл тензора кривизны пространства с ограниченной кривизной 48
§ 3. Теорема об аппроксимации и ее следствия 55
§ 4. Теорема о замыкании 62
Литература 64

В.Б. Маренич, В.А. Топоногов. Открытые многообразия неотрицательной кривизны 67
Введение 67
§ 1. Основные понятия 68
§ 2. Абсолютная выпуклость эквидистант и выпуклость функции Буземана 69

§ 3. Soul-конструкция . . . 74
§ 4. Теоремы конечности . . . 78
§ 5 Группа голономии расслоения νS . . . 80
§ 6. Гипотеза Чигера – Громола и теоремы об условиях диффеоморфности V_p^n и $\mathbb{R}^n$ . . . 83
§ 7. Построение примеров многообразий класса V_p^n . . . 87
§ 8. Келеровы открытые многообразия отрицательной кривизны . . . 88
Литература . . . 88

А.В. Чакмазян. Нормальная связность в геометрии оснащенных подмногообразий аффинного пространства . . . 93
Введение . . . 93
§ 1. Об оснащениях с плоской нормальной центроаффинной связностью . . . 93
§ 2. Оснащенное подмногообразие с параллельным полем p-мерных нормальных направлений . . . 100
§ 3. Геометрия оснащенного подмногообразия с плоской нормальной связностью . . . 104
Литература . . . 105

А.М. Шелехов. Классификация многомерных три-тканей по условиям замыкания . . . 109
§ 1. Введение (основные идеи) . . . 109
§ 2. Три-ткани, определяемые тождествами типа B . . . 117
§ 3. О классификации луп с тождествами от одной переменной . . . 120
§ 4. О диффеоморфизмах, близких к тождественному в аналитической лупе . . . 123
§ 5. Некоторые свойства функций $l_{x,y}$ и $r_{x,y}$ в локальной аналитической лупе . . . 126
§ 6. Основные тензоры локальной аналитической лупы . . . 130
§ 7. Новые тождества и фигуры замыкания . . . 136
§ 8. Условия замыкания и замкнутые g_ν-структуры . . . 143
§ 9. Автоморфизмы локальных аналитических луп и замкнутые g_ν-структуоы . . . 145
Литература . . . 152

В.Ф. Игнатенко. О геометрической теории инвариантов групп, порожденных отражениями . . . 155
§ 1. Инварианты групп симметрии правильных многогранников и многогранников Госсета . . . 155
§ 2. Инварианты унитарных групп, порожденных отражениями . . . 158
§ 3. Алгебраические поверхности с бесконечным множеством плоскостей косой симметрии . . . 188
Литература . . . 199

Хроника геометрической жизни (1988)

Год издания 1989

Том 22

СОДЕРЖАНИЕ

Э.Р. Розендорн. Сети линий, зависящие от параметра, и достаточные условия их сходимости . . . 3
Введение . . . 3
§ 1. Достаточные условия глобальной правильности сети . . . 3
§ 2. Лемма о квадратном неравенстве . . . 8
§ 3. Априорные оценки . . . 8
§ 4. Задача Дарбу для вспомогательной системы уравнений. Существование и гладкость решения . . . 16
§ 5. Обобщенные решения. Теорема существования и единственности и сходимость последовательности решений 20
§ 6. О сходимости сетей по параметру . . . 26
§ 7. Приложения к теории поверхностей отрицательной кривизны . . . 28
§ 8. Приложения к теории гиперболических уравнений с частными производными . . . 29
Литература . . . 35

С.Х. Арутюнян. Геометрия кратных интегралов, зависящих от параметров 37
§ 1. Двойные расслоения и полубазовые формы . . . 38
§ 2. Геометрия n-кратного интеграла, зависящего от n параметров . . . 40
§ 3. Канонические интегралы некоторых симметрических пространств . . . 45
§ 4. Геометрия n-кратного интеграла, зависящего от $n+s$ параметров ($s=\frac{1}{2}n(n+1)$) . . . 49
§ 5. Геометрия n-кратного интеграла, зависящего от $n+1$ параметров . . . 51
§ 6. Заключение . . . 55
Литература . . . 56

Е.В. Ферапонтов. Гамильтоновы системы гидродинамического типа и их реализация на гиперповерхностях псевдоевклидова пространства . . . 59
Введение . . . 59
§ 1. Системы гидродинамического типа, возникающие из локального гамильтонова формализма . . . 63

§ 2. Системы гидродинамического типа, возникающие из нелокального гамильтонова формализма, и их реализация на гиперповерхностях псевдоевклидова пространства . . . 66
§ 3. Связь локального и нелокального гамильтонова формализма . . . 72
§ 4. Интерпретация коммутирующих потоков и мультигамильтоновых структур на языке теории поверхностей 74
§ 5. Описание три-гамильтоновых систем из двух уравнений . . . 80
§ 6. Описание поверхностей в E^3, допускающих трехпараметрическое семейство деформаций с сохранением главных направлений и главных кривизн . . . 85
§ 7. Список нерешенных задач . . . 93
Литература . . . 95

А.В. Аманова. Группы преобразований римановых многообразий . . . 97
Введение . . . 97
§ 1. Группы изометрий . . . 97
§ 2. Группы конформных преобразований. Гомотетии . . . 105
§ 3. Группы аффинных преобразований . . . 118
§ 4. Группы проективных преобразований . . . 120
§ 5. Группы голономий . . . 134
§ 6. Приложения . . . 137
§ 7. Компьютерные методы . . . 145
Литература . . . 146

О.В. Мантуров. Мультипликативный интеграл . . . 167
§ 0. Введение . . . 167
§ 1. Мультипликативный интеграл и его приложения . . . 168
§ 2. О полиномиальных мультипликативных интегралах . . . 186
§ 3. Классификация орбит в пространстве полиномиальных матриц . . . 197
§ 4. Римановы пространства и функциональные абелевы связности . . . 205
§ 5. О некоторых задачах, связанных с мультипликативным интегралом . . . 210
Литература . . . 214

Год издания 1990

Том 23

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.Г. Лумисте. Полусимметрические подмногообразия . . . 3
§ 1. Введение. Объект исследования . . . 3
§ 2. Общие свойства полусимметрических подмногообразий . . . 6
§ 3. О классификации полусимметрических подмногообразий . . . 10
§ 4. О строении нормально плоских полусимметрических подмногообразий . . . 13
§ 5. Подмногообразия с параллельной третьей фундаментальной формой . . . 19
§ 6. Подмногообразия с параллельной фундаментальной формой высшего порядка . . . 22
Литература . . . 24

В.А. Мирзоян. Ric-полусимметрические подмногообразия . . . 29
§ 1. Введение . . . 29
§ 2. Основные формулы и определения . . . 30
§ 3. Римановы пространства с эндоморфизмом A, удовлетворяющим условию $R(X,Y)\cdot A=0$ . . . 32
§ 4. О приводимости риччи-полусимметрических пространств . . . 38
§ 5. Ric-полусимметрические подмногообразия . . . 41
§ 6. Подмногообразия с параллельным тензором Риччи . . . 48
§ 7. Подмногообразия с параллельными фундаментальными формами a_s $(s\geq 2)$ . . . 50
Литература . . . 58

Иван Коларж. Естественные расслоения и операторы . . . 67
§ 1. Классические естественные расслоения и операторы . . . 68
§ 2. Методы для нахождения естественных операторов . . . 71
§ 3, Некоторые приложения . . . 74
§ 4. Расслояющие функторы на других категориях . . . 79
§ 5. Функторы, сохраняющие произведения . . . 84
§ 6. Естественные операторы на векторных полях . . . 87
§ 7. Калибровочно-естественные расслоения и операторы . . . 90
Литература . . . 93

Э.Г. Позняк, А.Г. Попов. Геометрия уравнения sin-Гордона . . . 99
Введение . . . 99
§ 1. Различные способы интегрирования уравнения sin-Гордона . . . 99
§ 2. О геометрической интерпретации уравнения sin-Гордона с помощью нерегулярных поверхностей . 110
§ 3. Псевдосферические поверхности как двумерные фазовые пространства . . . 123
Литература . . . 129

И. Иванова-Каратопраклиева, И.Х. Сабитов. Изгибание поверхностей. I 133

§ 1. Основные сведения по теории изгибаний и бесконечно малых изгибаний поверхностей, результаты общего характера 133
§ 2. Изгибания и б. м. изгибания поверхностей в малом 143
§ 3. Изгибания и б. м изгибания общих выпуклых поверхностей 147
§ 4. Изгибания и б. м. изгибания регулярных и кусочно-регулярных поверхностей неотрицательной кривизны 154
§ 5. Изгибания и б. м. изгибания поверхностей неположительной кривизны 161
§ 6. Изгибания и б. м. изгибания поверхностей знакопроизвольной кривизны 165
Литература 171

Год издания 1991

Серия
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЗА ПЕРИОД 1963-1991 ГГ.

Научный редактор член-корреспондент АН СССР Р.В. Гамкрелидзе

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
1963

СОДЕРЖАНИЕ

1. С.Я. Хавинсон. Аналитические функции ограниченного вида (граничные и экстремальные свойства) 5
§ 1. Граничные свойства функций в круге 6
§ 2. Классы функций в произвольных областях. Обобщения 16
§ 3. Интеграл Коши и другие направления. Интегральные средние 22
§ 4. Экстремальные задачи 32
§ 5. Множества устранимых особенностей (Проблема Пенлеве) 43
2. С.Г. Гиндикин. Алгебраические вопросы теории функций нескольких комплексных переменных 81
§ 1. Комплексные однородные ограниченные области 82
§ 2. Автоморфные функции от нескольких переменных 101
3. В.В. Иванов. Методы приближенного решения сингулярных интегральных уравнений 125
§ 1. Некоторые свойства и приближенное вычисление сингулярных интегралов 126
§ 2. Приближенное решение с. и. у. в случае замкнутых контуров интегрирования 134
§ 3. Приближенное решение с. и. у. в случае разомкнутых контуров интегрирования 147
§ 4. Приближенное решение систем с. и. у. 151
§ 5. Приближенное решение с. н, у. типа свертки 153
§ 6. Приложения в теории автоматического управления 158
§ 7. Некоторые обобщения и дополнения 166

Год издания 1965

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
1964

СОДЕРЖАНИЕ

В.А. Диткин. А.П. Прудников, Операционное исчисление 7
§ 1. Введение 7
§ 2. Операторная интерпретация операционного исчисления 9
§ 3. Теорема Титчмарша о свертке 17
§ 4. Обобщенное преобразование Лапласа и изучение структуры поля операторов Микусинского . . 18
§ 5. Операционное исчисление и обобщенные функции 21
§ 6. Операционное исчисление функций целочисленного аргумента 28
§ 7. Операционное исчисление в конечном интервале 32
§ 8. Операционное исчисление для функций, определенных на всей оси 33
§ 9. Предельные соотношения 34
§ 10. Преобразование Эфроса 37
§ 11. Операционные методы в теории асимптотических разложений 38
§ 12. Операционное исчисление нескольких переменных 40
§ 13. Операционное исчисление операторов Бесселя 42
§ 14, Аналитические функционалы Фантаппье 45
§ 15. Численные методы 49
§ 16. Приложения операционного исчисления 52
Библиография 53
В.П. Хавин. Пространства аналитических функций 76
1. Общие сведения о пространствах аналитических и локально аналитических функций 77
2. Описание сопряженных пространств 82

3. Связи пространств аналитических функций с пространствами обобщенных функций Шварца. Использование двойственности пространств аналитических функций . . . 87
4. Ядерность пространств аналитических функций; строение компактных множеств . . . 91
5. Базисы и полные системы в пространстве $H(G)$ . . . 93
6. Проблема изоморфизма пространств аналитических функций . . . 96
7. Пространства аналитических функций и пространства числовых последовательностей . . . 98
8. Гильбертовы пространства аналитических функций . . . 100
9. Пространства H^p . . . 111
10. Другие банаховы пространства аналитических функций . . . 121
11. Линейное программирование в теории аналитических функций . . . 126
12. Проблемы интерполяции аналитических функций . . . 130
13. Инвариантные подпространства изометрических операторов и пространства аналитических функций 135
14. “Абстрактная теория функций” . . . 139
15. Пространства аналитических вектор-функций . . . 146
Библиография . . . 149

В.В. Немыцкий, М.М. Вайнберг, Р.С. Гусарова. Операторные дифференциальные уравнения . . . 165
Глава I. Операторные дифференциальные уравнения с ограниченными операторами . . . 166
§ 1. Теоремы существования и непрерывной зависимости . . . 166
§ 2. Асимптотическое поведение решений при $t \to \infty$ и устойчивость по Ляпунову . . . 174
§ 3. Периодические и почти периодические решения . . . 182
§ 4. Краевые задачи . . . 185
Глава II. Дифференциальные уравнения с неограниченными операторами . . . 185
§ 5. Эволюционные уравнения . . . 185
§ 6. Линейные уравнения с неограниченными переменными операторами . . . 189
§ 7. Другие методы исследования . . . 201
§ 8. О поведении решений при $t \to \infty$. Устойчивость решений . . . 208
§ 9. Приложения к уравнениям с частными производными . . . 213
Библиография . . . 218

Год издания 1966

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
1965

СОДЕРЖАНИЕ

М.М. Вайнберг, П.Г. Айзенгендлер. Методы исследования в теории разветвления решений . . . 7
§ 1. Постановка задачи и метод построения решений в виде рядов . . . 7
§ 2. Метод Ляпунова и Шмидта . . . 9
§ 3. Построение решений в виде рядов . . . 12
§ 4. Одномерный случай ветвления и диаграмма Ньютона . . . 17
§ 5. Методы Ляпунова и Шмидта в банаховых пространствах . . . 22
§ 6. Многомерный случай . . . 34
§ 7. Об особых решениях . . . 49
§ 8. Другие методы исследования . . . 57
Библиография . . . 61

В.И. Буренков. Теоремы вложения и продолжения для классов дифференцируемых функций многих переменных, заданных во всем пространстве . 71
§ 1. Теоремы вложения (введение) . . . 72
§ 2. Эквивалентные способы определения пространств типа B . . . 86
§ 3. Теоремы вложения для “логарифмических” пространств типа $\vec{H}_p^{rs}$ . . . 86
§ 4. Пространства функций со смешанное нормой . . . 94
§ 5. Пространства бесселевых потенциалов и пространства функций, имеющих лиувиллевские производные 95
§ 6. $\vec{S}_p^r$-пространства функций с доминирующей смешанной производной . . . 109
§ 7. Функционалы типа максимизации и общие дробные пространства . . . 116
§ 8. Другие типы дробных пространств . . . 120
§ 9. Плотность финитных функций в пространствах $\overset{\circ}{W}{}_p^r$ и $\overset{to}{B}{}_{p^r,\theta}$ . . . 123
§ 10. Неравенства типа теорем вложения для целых функций, тригонометрических, алгебраических и гармонических полиномов . . . 124
§ 11. Нулевые пространства $P^0_{p,\theta}$. Пространства $B^r_{p,\theta}$ при отрицательном r . . . 128
§ 12. Пространства $W_p^{\mu(lambda}$ . . . 133
§ 13. Пространства V_p^r . . . 136
§ 14. Библиографические дополнения . . . 138
Библиография . . . 139

Год издания 1966

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
1966

СОДЕРЖАНИЕ

А. Диткин, А. П. Прудников. Интегральные преобразования 7
§ 1. Введение 7
§ 2. Преобразование Фурье 8
§ 3. Преобразование Лапласа 9
§ 4. Преобразование Меллина 10
§ 5. Преобразование Ханкеля 11
§ 6. Преобразование Бохнера 14
§ 7. Преобразование Вебера 15
§ 8. Преобразование Мейера 16
§ 9. Преобразование Ватсона 22
§ 10. Преобразование Канторовича – Лебедева 24
§ 11. Преобразование Лебедева 25
§ 12. Преобразование Мелера – Фока 26
§ 13. Преобразование Гаусса 28
§ 14. Преобразование Ламберта 30
§ 15. Преобразование Лагерра 32
§ 16. Преобразование Лежандра 33
§ 17. Преобразование Якоби 35
§ 18. Преобразование Гегенбауера 37
§ 19. Преобразование Пуассона 38
§ 20. Преобразование Стилтьеса 39
§ 21. Преобразование Гильберта 41
§ 22. Преобразование Гольдберга 43
§ 23. Преобразование Эйлера 44
§ 24. Дробные интегралы 44
§ 25. Преобразование типа свертки 45
Библиография 47
Ю.Л. Далецкий. Интегрирование в функциональных пространствах . 83
Глава I. Счетно-аддитивные меры в линейных пространствах 84
§ 1. Общие вопросы 84
§ 2. Проблема продолжения меры 89
Глава II. Преобразование мер. Абсолютная непрерывность 95
§ 1. Марковские меры 96
§ 2. Преобразование мер при сдвиге. Квазиинвариантность 101
§ 3. Преобразование гауссовских мер 105
Глава III. Интегрирование по неположительным распределениям 108
§ 1. Квазимеры 108
§ 2. Интеграл Фейнмана 112
Библиография 114

Год издания 1967

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
1967

ОГЛАВЛЕНИЕ

В.Ф. Бутузов, А.Б. Васильева, М.В. Федорюк. Асимптотические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений 5
Введение 5
Глава I. Линейные дифференциальные уравнения 7
§ 1. Введение 7
§2. Сингулярные задачи без параметра 8
§ 3. Регулярные по x задачи с параметром 11
§ 4. Сингулярные по x задачи с параметром 15
Глава II. Нелинейные дифференциальные уравнения 17
§ 1. Введение 17
§ 2. Задача Коши 19
§ 3. Асимптотическое разложение решения задачи Коши 24

§ 4. Задачи с другими дополнительными условиями . . . 31
§ 5. Явление срыва . . . 39
§ 6. Нерегулярность, обусловленная бесконечно большим промежутком изменения независимого переменного. Метод осреднения . . . 40
§ 7. Интегро-дифференциальные уравнения . . . 43
§ 8. Системы с малым запаздыванием . . . 46
Библиография . . . 49

А.Л. Гаркави. Теория наилучшего приближения в линейных нормированных пространствах . . . 75
Введение . . . 75
Глава I. Наилучшее приближение полиномами и их обобщениями в классических функциональных пространствах . . . 77
§ 1. Пространство непрерывных функций . . . 77
§ 2. Пространства с интегральными метриками . . . 84
Глава II. Задача наилучшего приближения в банаховых пространствах . . . 87
§ 1. Приближение непрерывных абстрактных функций . . . 87
§ 2, Произвольные нормированные пространства . . . 90
§ 3. Некоторые специальные задачи наилучшего приближения . . . 104
Глава III. Геометрические задачи теории наилучшего приближения . . . 105
§ 1. Проблема выпуклости чебышевского множества . . . 105
§ 2. Другие аппроксимативно-геометрические задачи . . . 108
Глава IV. О приближении множеств . . . 109
§ 1. Уклонение множеств . . . 109
§ 2. Наилучшее аппроксимирующее множество . . . 110
Глава V. О сходимости линейных положительных операторов . . . 115
Библиография . . . 118

А.М. Вершик, С.А. Юзвинский. Динамические системы с инвариантной мерой . . . 133
§ 1. Введение . . . 134
§ 2. Энтропийная теория . . . 136
§ 3. Спектральная теория и кольца операторов . . . 142
§ 4. Эргодические теоремы . . . 148
§ 5. Классические системы . . . 151
§ 6. Системы алгебраического и теоретико-числового происхождения . . . 158
§ 7. Преобразования с бесконечной и квазиинвариантной мерой, существование инвариантной меры . . . 161
§ 8. Другие вопросы . . . 164
Библиография . . . 169

Год издания 1969

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
1968

СОДЕРЖАНИЕ

В.П. Паламодов. Системы линейных дифференциальных уравнений . . . 5
§ 1. Квадратные системы уравнений . . . 5
§ 2. Системы с постоянными коэффициентами . . . 9
§ 3. Конструкции Спенсера и локальная разрешимость систем с переменными коэффициентами . . . 17
§ 4. Глобальная проблема разрешимости. Обобщенная задача Неймана . . . 23
Библиография . . . 30

С.Н. Крачковский, А.С. Диканский. Фредгольмовы операторы и их обобщения . . . 39
§ 1. Введение . . . 39
§ 2. Ф-операторы и их обобщения в банаховых пространствах . . . 43
§ 3. Phi-операторы и их обобщения в топологических векторных пространствах . . . 53
§ 4. Абстрактное развитие детерминантной теории Фредгольма . . . 57
Библиография . . . 62
Дополнительная литература . . . 71

М.А. Наймарк, Р.С. Исмагилов. Представления групп и алгебр в пространствах с индефинитной метрикой . . . 73
Введение . . . 73
§ 1. Теорема об инвариантных подпространствах . . . 75
§ 2. Описание коммутативных симметричных алгебр операторов в пространствах типа Π_k . . . 76
§ 3. Представления групп, унитарные в индефинитной метрике . . . 88
§ 4. Диссипативные операторы и задача расширения дуальных подпространств (см. [41], [42]) . . . 99

§ 5. Некоторые нерешенные задачи 101
Библиография 103

Год издания 1969

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
1969

СОДЕРЖАНИЕ

О.А. Олейник, Е.В. Радкевич. Уравнения второго порядка с неотрицательной характеристической формой 7
Введение 7
Глава I. Первая краевая задача 21
§ 1. Обозначения. Вспомогательные утверждения. Постановка первой краевой задачи 21
§ 2. Априорные оценки в пространствах $\mathcal{L}_p(\Omega)$ 28
§ 3. Существование решения первой краевом задачи в пространствах $\mathcal{L}_p(\Omega)$ 31
§ 4. Существование слабого решения первой краевой задачи в гильбертовом пространстве 33
§ 5. Решение первой краевой задачи методом эллиптической регуляризации 36
§ 6. Теоремы единственности для обобщенных решений первой краевой задачи 47
§ 7. Об одной лемме для неотрицательных квадратичных форм 71
§ 8. О гладкости обобщенных решений первой краевой задачи. Условия существования решений с ограниченными производными 74
§ 9. Об условиях существования решения первой краевой задачи в пространствах С.Л. Соболева . . . 112
Глава II. О локальной гладкости обобщенных решений и гипоэллиптичности дифференциальных уравнений второго порядка 124
§ 1. О пространства $\mathcal{H}_s$ 125
§ 2. Некоторые свойства псевдодифференциальных операторов 136
§ 3. Необходимое условие гипоэллиптичности 150
§ 4. Достаточные условия локальной гладкости обобщенных решений и гипоэллиптичности дифференциальных операторов 153
§ 5. Априорные оценки и теоремы о гипоэллиптичности для операторов Хёрмандера 169
§ 6. Априорные оценки и теоремы о гипоэллиптичности для общих дифференциальных операторов второго порядка 190
§ 7. О решении первой краевой задачи в негладких областях. Метод М.В. Келдыша 209
Глава III. Некоторые дополнения 215
§ 1. Качественные свойства решений уравнений второго порядка с неотрицательной характеристической формой 215
§ 2. О задаче Коши для вырождающихся гиперболических уравнений второго порядка 226
Библиография 244

Год издания 1971

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
1970

СОДЕРЖАНИЕ

А.А. Талалян. Вопросы представления и единственности в теории ортогональных рядов 5
Введение 5
§ 1. Постановка проблемы представления измеримых функций рядами 6
§ 2. Вспомогательные утверждения 9
§ 3. Основные леммы 12
§ 4. Доказательство теоремы 1.3 27
§ 5. Представление функций ортогональными рядами, сходящимися почти всюду или в метрике $L_p[0,1]$ $(0 < p < 1)$ 31
§ 6. О некоторых свойствах систем $\{f_n(x)\}$, являющихся системами представления всех измеримых функции сходящимися в том или ином смысле рядами 37
§ 7. Проблема сходимости ортогональных рядов к бесконечности 49
§ 8. Проблема представления измеримых функций рядами и вопросы сходимости ортогональных разложений 52
§ 9. Вопросы единственности ортогональных рядов 55
Библиография 60
И.А. Виноградова, В.А. Скворцов. Обобщенные интегралы и ряды Фурье 65
Введение 65
§ 1. Обобщенные интегралы, вычисляющие коэффициенты всюду сходящихся тригонометрических рядов 67

§ 2. Обобщенные интегралы и тригонометрические ряды, суммируемые различными методами . . . 73
§ 3. Обобщенные интегралы и ряды, сопряженные рядами Лебега – Фурье . . . 78
§ 4. Обобщенные интегралы в теории рядов Хаара и Уолша . . . 87
§ 5. Другие обобщенные интегралы в теории функций одного переменного . . . 92
Библиография . . . 100

Б.И. Голубов. Ряды по системе Хаара . . . 109
Введение . . . 109
§ 1. Ряды Фурье – Хаара . . . 112
§ 2. Коэффициенты Фурье – Хаара . . . 124
§ 3. Представление функций рядами Хаара . . . 130
§ 4. Приближение функций полиномами Хаара . . . 134
Библиография . . . 139

Л.А. Балашов, А.И. Рубинштейн. Ряды по системе Уолша и их обобщения 147
Введение . . . 147
§ 1. Определение системы Уолша . . . 148
§ 2. Определение системы Уолша на группе . . . 150
§ 3. Равномерная сходимость . . . 155
§ 4. Сходимость в точке . . . 157
§ 5. Сходимость в пространствах $L_p(0,1)$ . . . 158
§ 6. Сходимость почти всюду . . . 160
§ 7. Суммируемость и приближения . . . 167
§ 8. Ряды с монотонными коэффициентами . . . 172
§ 9. Система Радемахера и лакунарные подсистемы системы Уолша . . . 177
§ 10. Коэффициенты Фурье – Уолша . . . 180
§ 11. Классы функций и преобразования рядов по системе Уолша . . . 188
§ 12. Единственность и представление функций рядами по системе Уолша . . . 193
Библиография . . . 196

В.А. Андриенко. Теоремы вложения для функций одного переменного 203
§ 1. Введение . . . 203
§ 2. Классы H_p^∞ . . . 206
2.1. Теорема Харди – Литтлвуда и ее непосредственные обобщения . . . 206
2.2. Исследования П.Л. Ульянова . . . 208
2.3. Связь с теорией рядов по системе Хаара и по тригонометрической системе . . . 217
§ 3. Теоремы вложения и наилучшие приближения . . . 220
§ 4. Классы W_p^r, H_p^r, $B_{p\theta}^r$ и некоторые их обобщения . . . 226
§ 5. Классы функций ограниченной p-вариации . . . 233
§6. Банаховы пространства измеримых функций . . . 241
6.1. Классы и пространства Орлича . . . 241
6.2. Симметричные пространства . . . 244
§7. Мультипликативные неравенства . . . 250
§ 8. Замечании и дополнения . . . 252
Библиография . . . 254

Год издания 1971

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
Том 10

СОДЕРЖАНИЕ

1. А.А. Гольдберг. Мероморфные функции . . . 5
Библиография . . . 60

2. А. Ловатер. Граничное поведение аналитических функций[9] . . . 99
Введение . . . 99
Глава 1. Общие свойства функций, определенных в круге . . . 109
1.1. Введение . . . 109
1.2. Категория по Бэру и аналитические функции . . . 112
Глава 2. Нормальные функции и асимптотические значения. I . . . 122
2.1. Введение . . . 122
2.2. Оценки нормальных функций . . . 127
2.3. Элементарные следствия теории Лехто – Виртанена . . . 130
2.4. Класс Маклейна в A . . . 132
2.5. Применения и другие классы . . . 139
Глава 3. Нормальные функции и асимптотические значения. II . . . 142
3.1. Введение . . . 142

[9]Перевод с английского — Е.Д. Соломенцев

3 2. Круги наполнения 144
3.3. Предельные значения на границе 145
3.4. Алгебраические операции в основных классах 146
3.5. Функции ограниченной сферической длины147
3.6. Продолжение: порядок роста 151
3.7. Обобщения 154
Глава 4. Внутренние функции 155
4.1. Введение 155
4.2. Элементарные свойства внутренних функций 159
4.3. Принцип локализации 162
4.4. Другие свойства произведений Бляшке 167
4.5. Интерполяционные последовательности 171
4.6. Характеризация и специальные свойства внутренних функций 172
4.7. Области Смирнова 176
4.8. Обобщения внутренних функций 178
Глава 5. Банаховы алгебры ограниченных аналитических функций 179
5.1. Введение 179
5.2. Определения и обозначения 180
5.3. Поведение на слоях 184
5.4. Доли Глисона 188
Глава 6. Применения и обобщения 190
6.1. Введение 190
6.2. Распределение значений 191
6.3. Вероятностная теория функций 197
6.4. Простые концы 201
Библиография 204

Год издания 1973

Том 11

СОДЕРЖАНИЕ

1. Ю.А. Шашкин. Выпуклые множества, экстремальные точки, симплексы 5
§ 1. Теоремы типа Крейна – Мильмана 6
§ 2. Теоремы об интегральном представлении 9
§ 3. Симплексы 13
§ 4. Грани и граневые топологии 21
§ 5. Разное 27
Библиография 30
2. Д.П. Желобенко. Представления полупростых комплексных групп Ли 51
§ 1. Введение 51
§ 2. Элементарные G-модули 55
§ 3. Введение в теорию характеров 60
§ 4. Элементарные G-модулн (продолжение) 64
§ 5. Аналог формулы Планшереля 68
§ 6. Аналоги теорем Пэли – Винера 71
§ 7. Классификация неприводимых представлений 73
§ 8. Некоторые проблемы 77
Библиография 79
3. В.К. Саульев, И.И. Самойлова. Приближенные методы безусловной оптимизации функций многих переменных 91
Часть I 91
Часть II 96
Метод скорейшего спуска 96
Метод сопряженных градиентов 96
Обобщенный метод Ньютона 99
Метод переменной метрики 100
Прямые методы 103
Методы случайного поиска 110
Библиография 113
В.А. Морозов. Линейные и нелинейные некорректные задачи 129
§ 1. Корректность математических задач 129
§ 2. Методы М.М. Лаврентьева приближенного решения задач, корректных по Тихонову 132
§ 3. Метод квазирешений В.К. Иванова 134
§ 4. Метод регуляризации А.Н. Тихонова 137
§ 5. Метод невязки 143
§ 6. Устойчивое вычисление значений неограниченного оператора и суммирование рядов 151

§ 7. Связь вариационных методов решения неустойчивых задач 154
§ 8. Методы решения неустойчивых экстремальных задач 155
§ 9. Теория точности приближенных решений и оптимизация методов регуляризации некорректных задач 158
§ 10. Статистические методы решении некорректных задач 160
§ 11. Метод квазиобращения 164
Заключение 166
Библиография 167

Год издания 1973

Том 12

СОДЕРЖАНИЕ

Г.Ф. Кангро. Теория суммируемости последовательностей и рядов . . 5
Введение 5
§ 1. Методы суммирования 6
§ 2. Общая структура полей суммируемости 11
§ 3. Прямые теоремы 17
§ 4. Обратные теоремы 25
Библиография 33

Н.А. Изобов. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений 71
§ 1. Определение и основные свойства различных показателей 71
§ 2. Приводимые и почти приводимые системы 74
§ 3. Правильные системы 77
§ 4, Абсолютно регулярные системы 79
§ 5. Коэффициенты неправильности 80
§ 6. Линейные системы с почти периодическими коэффициентами 82
§ 7. Устойчивость показателей и интегральная разделенность решений 86
§ 8. Равномерно грубые последовательности периодических систем 89
§ 9. Центральные показатели и их достижимость 89
§ 10. Оценки показателей линейных систем 92
§ 11. Метрическая теория линейных систем 93
§ 12. Асимптотически эквивалентные системы 95
§ 13. Об устойчивости по линейному приближению 96
§ 14. Обобщенные характеристические числа Ляпунова 98
§ 15. Другие вопросы 99
Библиография 100

Б.Т. Поляк. Методы минимизации при наличии ограничений 147
§ 1. Введение 147
§ 2. Элементарные задачи минимизации 150
§ 3. Минимизация на простых множествах 153
§ 4. Задачи с ограничениями типа равенств 155
§ 5. Задачи с линейными ограничениями 160
§ 6. Задачи выпуклого программирования 163
§ 7. Общие задачи математического программирования 168
§ 8. Общие схемы доказательства сходимости 172
§ 9. Преобразования задач и способы аппроксимации 172
§ 10, Специальные задачи математического программирования 174
§ 11. Примыкающие задачи 178
§ 12. Приложения, программы, вычислительный опыт 181
Библиография 183

Н.К. Никольский. Инвариантные подпространства в теории операторов и теории функций 199
§ 1. Проблема существования инвариантных подпространств 202
§ 2. Решетки инвариантных подпространств и операторные алгебры 218
§ 3. Триангуляция и квазитриангуляция по цепочкам инвариантных подпространств 223
§ 4. Клеточные операторы 230
§ 5. Спектральные операторы, разложимые операторы, и связанные с ними вопросы 240
§ 6. Проблема спектрального синтеза: абстрактные операторы 257
§ 7. Изометрический сдвиг и внутренние функции 267
§ 8. Универсальность сдвига: функциональная модель и характеристическая функция 273
§ 9. Обобщения теоремы Бёрлинга. Алгебры Дирихле. Трансляционно-инвариантные подпространства . 294
§ 10. Аппроксимационный смысл теорем об инвариантных подпространствах 312
§ 11. Проблема спектрального синтеза; группы сдвигов, приближение экспонентами, спектральная теория функций 323
§ 12. Проблема спектрального синтеза; полугруппы сдвигов, приближение полиномами,

теоремы о короне . . . 341
§ 13. Идеалы в пространствах и алгебрах аналитических функций, гладких вплоть до границы . . 354
Библиография . . . 360

М.А. Наймарк. А.И. Логинов, В.С. Шульман. Несамосопряженные алгебры операторов в гильбертовом пространстве . . . 413
§ 1. Введение . . . 413
§ 2. Инвариантные подпространства . . . 414
§ 3. Рефлексивные алгебры . . . 423
§ 4. Рефлексивные и транзитивные решетки . . . 429
§ 5. Треугольные и гнездовые алгебры . . . 432
§ 6. Субдиагональные алгебры и аналитические функции . . . 437
§ 7. Подалгебры C^*-алгебр . . . 441
§ 8. J-симметричные алгебры . . . 452
§ 9. Некоторые нерешенные задачи . . . 452
Библиография . . . 456

Год издания 1974

Том 13

СОДЕРЖАНИЕ

А.Ф. Леонтьев. Ряды Дирихле, последовательности полиномов Дирихле и связанные с ним функциональные уравнения . . . 5
1. Введение . . . 5
2. Целые функции, представимые рядами Дирихле с вещественными показателями . . . 5
3. Ряды Дирихле с комплексными показателями . . . 8
4. Разложение произвольных функций в ряды Дирихле . . . 9
5. Представление аналитических функций многих переменных кратными рядами Дирихле . . . 15
6. Последовательности полиномов Дирихле . . . 18
7. Уравнения бесконечного порядка . . . 25
8. Инвариантные подпространства функций . . . 35
9. Уравнение свертки на оси . . . 38
Библиография . . . 41

В.В. Русанов, В.В. Поспелов. Исследования течений жидкости и газа . . . 57
Введение . . . 57
Обтекание тела сверхзвуковым потоком невязкого газа . . . 59
Некоторые вопросы течений вязкой несжимаемой жидкости . . . 80
Библиография . . . 93

М.И. Кадец. Геометрия нормированных пространств . . . 99
§ 1. Конечномерные нормированные пространства . . . 99
§ 2. Финитная представимость . . . 109
§ 3. Базисы в пространствах Банаха . . . 114
Библиография . . . 121

А.Б. Каток, Я.Г. Синай, А.М. Степин. Теория динамических систем и общих групп преобразований с инвариантной мерой . . . 129
Введение . . . 129
Глава 1. Энтропия и проблема изоморфизма . . . 131
§ 1. Образующие разбиения и абстрактная энтропийная теория . . . 131
§ 2. Энтропия и сдвиги Бернулли . . . 133
§ 3. K-автоморфизмы и K-потоки . . . 139
§ 4. Эндоморфизмы и убывающие последовательности разбиений . . . 140
Глава 2. Эргодическая теория динамических систем гиперболического типа . . . 143
§ 1. Топологическая энтропия и вариационный принцип для динамических систем . . . 144
§ 2. Гиперболические множества . . . 147
§ 3. Топологические цепи Маркова и гиббсовские меры . . . 152
§ 4. Марковские разбиения и символические представления гиперболических множеств . . . 158
§ 5. Общий подход к построению гиббсовских мер . . . 160
§ 6. Меры, связанные с гладкостью, и гомологические уравнения . . . 162
§ 7. $\mathcal{Y}$-потоки . . . 166
§ 8. Биллиардные и некоторые другие системы . . . 168
§ 9. Частично гиперболические динамические системы . . . 172
Глава 3. Динамические системы на однородных пространствах . . . 176
§ 1. Потоки на однородных пространствах групп Ли . . . 176
§ 2. Групповые автоморфизмы и аффинные преобразования . . . 180
§ 3. Преобразования с квазидискретным спектром . . . 181
§ 4. G-расширения . . . 182

Глава 4. Динамические системы на компактных метрических пространствах . . . 184
§ 1. Строго эргодические реализации динамических систем . . . 184
§ 2. Некоторые символические системы . . . 187
§ 3. Перекладывания отрезков, потоки на поверхностях, биллиарды в многоугольниках . . . 188
Глава 5. Аппроксимационные методы в теории динамических систем с инвариантной мерой . . . 192
§ 1. Гладкие реализации эргодических динамических систем . . . 192
§ 2 Различные типы аппроксимаций . . . 196
§ 3, Некоторые приложения аппроксимационных методов . . . 202
§ 4. Типичные свойства динамических систем . . . 204
Глава 6. Замена времени в динамических системах . . . 206
§ 1. Общие вопросы . . . 206
§ 2. Стандартные динамические системы . . . 209
§ 3. Гладкая и непрерывная замена времени . . . 210
§ 4. Специальные потоки над поворотом окружности и некоторые другие потоки . . . 212
Глава 7. Преобразования с квазиинвариантной мерой . . . 215
Глава 8. Некоторые приложения эргодической теории . . . 221
Глава 9. Эргодические теоремы . . . 226
§ 1. Статистические эргодические теоремы . . . 226
§ 2. Индивидуальные эргодические теоремы . . . 227
§ 3. Действия общих групп . . . 232
Библиография . . . 232

Год издания 1975

Том 14

СОДЕРЖАНИЕ

М.Ш. Бирман, М.З. Соломяк. Асимптотика спектра дифференциальных уравнений . . . 5
Введение . . . 5
§ 1. Предварительные сведения . . . 7
§ 2. Регулярные эллиптические задачи и их обобщения . . . 11
§ 3. Оператор Шрёдингера и его обобщения . . . 14
§ 4. Негладкие задачи . . . 18
§ 5. Задачи с малым параметром . . . 21
§ 6. Вырождающиеся эллиптические операторы . . . 23
§ 7. Задачи со спектральным параметром в граничном условии . . . 28
§ 3. Оценки остатка в формулах спектральной асимптотики для регулярных задач . . . 29
§ 9. Уточненная асимптотика для функции распределения . . . 33
§ 10. Некоторые специальные вопросы . . . 38
Библиография . . . 40

Э.Р. Цекановский. Ю.Л. Шмульян. Вопросы теории расширения неограниченных операторов в оснащенных гильбертовых пространствах . . . 59
Глава I. Операторы в оснащенных гильбертовых пространствах . . . 60
§ 1. Геометрия оснащенных гильбертовых пространств . . . 60
§ 2. Аналог формулы Неймана для неплотно заданного эрмитова оператора. Регулярные и сингулярные эрмитовы операторы . . . 62
Глава II. Самосопряженные бирасширения замкнутых эрмитовых операторов . . . 65
§ 1. Замкнутые эрмитовы расширения эрмитовых операторов . . . 65
§ 2. Бирасширения з. э. операторов. Описание самосопряженных бирасширений . . . 67
§ 3. Классификация самосопряженных бирасширений з. э. оператора . . . 69
Глава III. Самосопряженные бирасширения полуограниченных операторов . . . 71
§ 1. Теорема существования самосопряженных бирасширений со сколь угодно близкой нижней гранью . . . 71
§ 2. Теоремы существования самосопряженных бирасширений с сохранением нижней грани . . . 72
Глава IV. Квазиэрмитовы бирасширения замкнутых эрмитовых операторов . . . 74
§ 1. Квазиэрмитовы расширения з. э. операторов . . . 74
§ 2. Теорема существования и описание квазиэрмитовых бирасширений . . . 77
§ 3. Теоремы единственности квазиэрмитовых бирасширений . . . 77
Глава V. Расширенные резольвенты и расширенные спектральные функции эрмитовых и квазиэрмитовых операторов . . . 77
§ 1. Расширение резольвент на пространство с негативной нормой . . . 77
§ 2. Расширенные обобщенные резольвенты и расширенные спектральные функции з. э. оператора . . . 81
§ 3. Описание множества расширенных обобщенных резольвент . . . 85
Глава VI. Представление эрмитовых операторов с несобственным масштабным подпространством. Резольвентная матрица . . . 87
Глава VII. Отдельные вопросы теории расширений . . . 93
§ 1. Гильбертово пространство с инволюцией . . . 93

§ 2. Пространства с индефинитной метрикой . . . 95
§ 3. Аналитическое продолжение резольвенты самосопряженного оператора через непрерывный спектр . 96
Библиография . . . 98

Ф.Л. Черноусько, В.Б. Колмановский. Вычислительные и приближенные методы оптимального управления . . . 101

§ 1. Введение . . . 101
§ 2. О вычислительных методах оптимального управления . . . 105
§ 3. Методы, основанные на решении краевой задачи . . . 107
§ 4. Градиентные методы в пространстве управлений . . . 111
§ 5. Методы последовательных приближений, основанные на принципе максимума . . . 115
§ 6. Методы, связанные с варьированием и перебором траекторий в пространстве фазовых координат . 119
§ 7. Вычислительные методы в линейных задачах оптимального управления . . . 123
§ 8. Другие вычислительные методы решения задач оптимального управления . . . 127
§ 9. Приближенные аналитические методы решения задач оптимального управления детерминированными системами . . . 130
§ 10. Приближенные и численные методы в задачах оптимизации траекторий . . . 136
§ 11. Приближенные и численные методы оптимального управления стохастическими системами . . 137
Библиография . . . 143

М.Б. Прохоров. Метод оптимальной фильтрации Кальмана – Бьюси и его обобщения . . . 167

Введение . . . 167
§ 1. Алгоритм фильтрации Кальмана – Бьюси . . . 168
§ 2. Решение уравнения Риккати . . . 172
§ 3. Нелинейные системы . . . 176
§ 4. Алгоритм сглаживания . . . 179
§ 5. Системы с распределенными параметрами . . . 184
§ 6. Алгоритмы фильтрации в системах с окрашенными шумами и некоторые другие обобщения . . 190
Библиография . . . 204

Год издания 1977

Том 15

СОДЕРЖАНИЕ

П.К. Суетин. Проблема В.А. Стеклова в теории ортогональных многочленов 5

Введение . . . 5
§ 1. О работах В.А. Стеклова по теории ортогональных многочленов . . . 7
§ 2. Классификация результатов и задач по проблеме В.А. Стеклова . . . 10
§ 3. Условия ограниченности . . . 13
§ 4. Асимптотические формулы . . . 18
§ 5. Свойства сумм квадратов ортогональных многочленов . . . 21
§ 6. Глобальные оценки при различных нулях весовой функции . . . 26
§ 7. Асимптотические свойства при гладких особенностях . . . 30
§ 8. Оценки ортогональных многочленов почти всюду . . . 36
§ 9. Теоремы сравнения . . . 38
§ 10. Некоторая оценка сумм квадратов через модуль нуля . . . 44
§ 11. Метод дифференциально-возвратных уравнений . . . 48
§ 12. Многочлены, ортогональные по контуру . . . 54
§ 13. Метод нормальных моментов . . . 61
§ 14. Асимптотические свойства вне линии ортогональности . . . 64
§ 15. Разные дополнительные вопросы . . . 68
Библиография . . . 72

Л.В. Жижиашвили, С.Б. Топурия. Ряды Фурье – Лапласа на сфере . 83

Введение . . . 83
§ 1. Основные определения и обозначения . . . 87
§ 2. Представление функций, определенных на сингулярным интегралом . . . 91
§ 3. Сходимость и суммируемость рядов Фурье – Лапласа и Фурье – Лапласа – Стилтьеса . . . 96
§ 4. Суммирование продифференцированного ряда Фурье – Лапласа . . . 99
§ 5. Приближение функций полиномами сферической гармоники . . . 101
§ 6. Сходимость и расходимость рядов Фурье – Лапласа в смысле метрики $L_p(S^1)$ . . . 104
§ 7. Проблема единственности разложения функции, определенных на S^k $(k > 3)$, в ряды Лапласа . . 105
§ 8. Представление функций, определенных на S^k рядами Лапласа . . . 107
§ 9. Ультрасферические ряды Фурье – Лапласа и ряды Фурье по обобщенным сферическим функциям . 108
Библиография . . . 109

З.Б. Цалюк. Интегральные уравнения Вольтерра . . . 131

Глава 1. Общая теория интегральных уравнений Вольтерра . . . 132
§ 1. Линейные уравнения . . . 132
§ 2. Локальные теоремы существования . . . 134
§ 3. Интегральные неравенства . . . 140
§ 4. Единственность решений . . . 144
§ 5. Зависимость решений от параметров . . . 146
§ 6. Гладкость решений . . . 148
§ 7. Уравнения Вольтерра 1 рода . . . 149
Глава 2. Качественная теория уравнений Вольтерра . . . 149
§ 1. Устойчивость . . . 149
§ 2. Допустимость . . . 157
§ 3. Асимптотическое поведение решений . . . 163
§ 4. Уравнения с разностным ядром. Асимптотическое поведение решений. Допустимость . . . 164
§ 5. Другие вопросы . . . 169
Глава 3. Приближенные методы решения уравнений Вольтерра . . . 170
§ 1. Аналитические методы . . . 170
§ 2. Численные методы . . . 171
§ 3. Методы решения уравнений 1 рода . . . 172
Библиография . . . 173

Н.Т. Тынянский, В.И. Жуковский. Дифференциальные игры с ненулевой суммой (Бескоалиционный вариант) . . . 199
Введение . . . 199
§ 1. Определение игры . . . 200
§ 2. Максиминное и равновесное решения . . . 204
§ 3. Необходимые условия равновесности . . . 209
§ 4. Достаточные условия равновесия . . . 213
§ 5. Теоремы существования . . . 217
§ 6. Устойчивость и “улучшаемость” равновесного решения . . . 226
§ 7. Линейно квадратичные игры . . . 229
§ 8. Разные задачи . . . 233
§ 9. Численные методы отыскания равновесного решения . . . 247
§ 10. Приложения . . . 253
§ 11. Возможные направления дальнейших исследований . . . 255
Библиография . . . 257

Год издания 1977

Том 16

СОДЕРЖАНИЕ

Г.М. Вайникко. Регулярная сходимость операторов и приближенное решение уравнений . . . 5
Введение . . . 5
§ 1. Дискретная сходимость элементов и функционалов . . . 6
§ 2. Дискретная сходимость операторов . . . 10
§ 3. Регулярная, устойчивая и компактная сходимость операторов . . . 11
§ 4, Сходимость обратных операторов. Теорема сходимости для линейных операторных уравнений . . . 13
§ 5. Теоремы сходимости для нелинейных уравнений . . . 14
§ 6. Проблема собственных значений . . . 17
§ 7. Метод механических квадратур . . . 24
§ 8. Метод коллокации . . . 28
§ 9. Разностный метод для обыкновенных дифференциальных уравнений . . . 30
§ 10. Разностный метод для эллиптических уравнений . . . 34
§ 11. Дополнения и библиографические комментарии . . . 37
Библиография . . . 44

Р. Габасов, Ф.М. Кириллова. Математическая теория оптимального управления . . . 55
Введение . . . 55
Глава I. Принцип максимума (необходимые условия оптимальности первого порядка) . . . 55
§ 1. Гладкие задачи . . . 56
§ 2. Негладкие задачи . . . 58
§ 3. Оптимизация систем с последействием . . . 59
Глава II. Необходимые условия оптимальности высокого порядка . . . 61
§ 1. Задачи оптимизации без ограничений на особое управление . . . 61
§ 2. Сопряжение экстремалей . . . 63
§ 3. Неособые управления . . . 63
§ 4. Особые управления в системах с запаздыванием . . . 64

Глава III. Достаточные условия оптимальности . . . 64
§ 1. Аналитические свойства функции Беллмана . . . 65
§ 2. Глобальные условия . . . 66
§ 3. Синтез оптимальных управлений . . . 66
§ 4. Локальные условия . . . 67
Глава IV. Управляемость динамических систем . . . 67
§ 1. Обыкновенные системы . . . 67
§ 2. Относительная управляемость систем с последействием . . . 69
§ 3. Полная управляемость систем с последействием . . . 69
§ 4. Системы в банаховом пространстве . . . 71
§ 5. Дискретные системы . . . 71
§ 6. Реконструкция динамических систем . . . 71
Глава V. Наблюдаемость . . . 78
§ 1. Обыкновенные системы . . . 78
§ 2. Нелинейные системы . . . 79
§ 3. Системы с последействием . . . 79
Заключение . . . 79
Библиография . . . 80

Ю.А. Брычков, А.П. Прудников. В.С. Шишов. Операционное исчисление 99
§ 1. Введение . . . 99
§ 2. Операционное исчисление Микусинского и его обобщения . . . 100
§ 3. Операторные дифференциальные уравнения и ряды . . . 107
§ 4. Операционное исчисление и обобщенные функции . . . 109
§ 5. Операционное исчисление операторов типа Бесселя . . . 116
§ 6. Операционное исчисление в конечном интервале. Операционное исчисление функций, определенных на всей числовой оси . . . 120
§ 7. Многомерное операционное исчисление . . . 123
§ 8. Операционное исчисление функций целочисленного аргумента. Z-преобразоваяя . . . 125
Библиография . . . 130

Год издания 1979

Том 17

СОДЕРЖАНИЕ

Н.Т. Тынянский, В.И. Жуковский. Дифференциальные игры с ненулевой суммой (Кооперативный вариант) . . . 3
Введение . . . 3
§ 1. Оптимальность по Парето . . . 15
§ 2. Среднеквадратичное решение . . . 44
§ 3. Решение Нэша для арбитражной схемы . . . 47
§ 4. Лексикографически оптимальное решение . . . 53
§ 5. Абсолютное кооперативное решение . . . 57
§ 6. Слабо эффективное решение . . . 59
§ 7. Оптимальность и минимакс по Слейтеру . . . 61
§ 8. Λ- и φ-оптимальность . . . 65
§ 9. Подход Л.А. Петросяна . . . 68
§ 10. Использование формализации дифференциальной игры, предложенной Н.Н. Красовским . . . 71
§ 11. Антагонистические дифференциальные игры с векторными функциями . . . 84
§ 12. Разные задачи . . . 88
§ 13. Приложения . . . 91
§ 14. Возможные направления дальнейших исследований . . . 93
Библиография . . . 96

Т.Я. Азизов, И.С. Иохвидов. Линейные операторы в пространствах с индефинитной метрикой и их приложения . . . 113
Введение . . . 113
Глава 1. Геометрия пространств с индефинитной метрикой . . . 116
§ 1. Пространство Крейна ($\mathcal{J}$-пространство) . . . 116
§ 2. Пространство Понтрягина . . . 126
§ 3. Гильбертовы пространства с G-метрикой ($(\mathcal{H}, G)$-пространства) . . . 120
§ 4. Дальнейшие обобщения $\mathcal{J}$-пространства . . . 131
Глава II. Линейные операторы в пространствах с индефинитной метрикой . . . 134
§ 1. Основные классы операторов и их свойства . . . 134
§ 2. Дробно-линейные операторные преобразования . . . 143
§ 3. Инвариантные подпространства . . . 146
§ 4. Спектральная теория операторов . . . 153
§ 5. Расширения операторов. Обобщенные резольвенты. Q-функции. Характеристические функции . . . 159

Глава III. Приложения . . . 166
§ 1. Задачи механики и общей теории колебаний . . . 167
§ 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Нагруженные интегральные уравнения . . . 170
§ 3. Дифференциальные уравнения в частных производных . . . 176
§ 4. Индефинитная проблема моментов и другие аналитические проблемы . . . 179
Библиография . . . 187

Д.П. Желобенко. Гармонический анализ на редуктивных группах Ли . 207
§ 1. Введение . . . 207
§ 2. Редуктивные группы Ли . . . 211
§ 3. Основы теории представлений . . . 215
§ 4. Представления основной серии . . . 220
§ 5. Элементарные представления . . . 224
§ 6. Теория характеров . . . 229
§ 7. Представления дискретной серии . . . 233
§ 8. Пространство Шварца . . . 237
§ 9. Сферические функции . . . 240
§ 10. Описание меры Планшереля . . . 243
§ 11. Описание образов Фурье . . . 246
§ 12. Анализ на однородных многообразиях . . . 248
§ 13. Классификация неприводимых представлений . . . 253
§ 14. Алгебраические методы . . . 255
Библиография . . . 256

Год издания 1979

Том 18

СОДЕРЖАНИЕ

Л.И. Чибрикова. Граничные задачи теории аналитических функций на римановых поверхностях . . . 3
Введение . . . 3
§ 1. Граничная задача Римана на компактной римановой поверхности . . . 7
§ 2. Задача Римана в классе автоморфных функций . . . 24
§ 3. Сингулярные интегральные уравнения на римановых поверхностях . . . 34
§ 4, Задачи на поверхностях с краем. Метод симметрии . . . 41
§ 5. Граничные задачи на открытых римановых поверхностях и в классах обобщенных функций . . . 50
Библиография . . . 52

Л.А. Аксентьев. Н.Б. Ильинский, М.Т. Нужин, Р.Б. Салимов, Г.Г. Тумашев. Теория обратных краевых задач для аналитических функций и ее приложения 67
§ 1. Основные обратные краевые задачи . . . 69
§ 2. Дополнительные вопросы теории . . . 75
§ 3. Вопросы однолистности . . . 82
§ 4. Построение изолированного профиля по заданному распределению скорости . . . 86
§ 5. Построение гидродинамических решеток . . . 89
§ 6. Обратные задачи теории напорной фильтрации . . . 91
§ 7. Обратные задачи теории безнапорной фильтрации . . . 94
§ 8. Обратные и смешанные обратные задачи об изменении контуров . . . 95
§ 9. Другие приложения ОКЗ . . . 100
Библиография . . . 103

А.В. Бухвалов, А.И. Векслер, В.А. Гейлер. Нормированные решетки . 125
§ 1. Общая теория нормированных решеток . . . 127
§ 2. Сопряженные пространства к нормированным решеткам . . . 143
§ 3. Классические банаховы решетки . . . 151
§ 4. Банаховы идеальные пространства . . . 155
§ 5. Разные вопросы теории нормированных решеток . . . 165
Библиография . . . 168

Р.Р. Ахмеров, М.И. Каменский, А.С. Потапов, Б.С. Садовский. Уплотняющие операторы . . . 185
Введение . . . 185
Глава I. Обзор теории . . . 186
§ 1.1. Меры некомпактности . . . 186
§ 1.2. Уплотняющие операторы . . . 190
§ 3. Индекс неподвижных точек уплотняющего оператора . . . 192
§ 1.4. Линейные уплотняющие операторы . . . 193

§ 1.5. Приложения . . . 202
Глава II. Обзор литературы . . . 207
§ 2.1. Меры некомпактности . . . 207
§ 2.2. Уплотняющие операторы . . . 209
§ 2.3. Теория вращения . . . 211
§ 2.4. Приложения к теории операторных уравнений . . . 217
§ 2.5. Приложения к дифференциальным уравнениям . . . 224
Библиография . . . 230

Б.Г. Габдулхаев. Конечномерные аппроксимации сингулярных интегралов и прямые методы решения особых интегральных и интегро-дифференциальных уравнений . . . 251
Введение . . . 251
Глава I. Конечномерные аппроксимации сингулярных интегралов . . . 253
§ 1. Квадратурные формулы для интегралов с ядром Гильберта . . . 253
§ 2. Квадратурные формулы для интегралов с ядрами Коши . . . 260
§ 3. Квадратурные формулы для интегралов типа Коши и Шварца . . . 269
§ 4. Кубатурные формулы для сингулярных интегралов . . . 270
§ 5. Оптимизация квадратурных и кубатурных формул для сингулярных интегралов . . . 273
§ 6. Некоторые замечания и дополнения . . . 276
Глава II. Прямые методы решения сингулярных уравнений . . . 277
§ 1. Полные уравнения II рода с ядрами Гильберта и Коши . . . 277
§ 2. Уравнения II рода с ядрами Коши. Продолжение . . . 280
§ 3. Сингулярные уравнения I рода . . . 281
§ 4. Сингулярные интегро-дифференциальные уравнения . . . 282
§ 5. Многомерные сингулярные интегральные уравнения . . . 286
§ 6. Оптимизация прямых методов решения сингулярных уравнений . . . 288
§ 7. Некоторые замечания и дополнения . . . 290
Библиография . . . 290

Год издания 1980

Том 19

СОДЕРЖАНИЕ

Б.И. Голубов. Кратные ряды и интегралы Фурье . . . 3
Введение . . . 3
§ 1. Основные определения и обозначения . . . 4
§ 2. Принцип локализации . . . 6
§ 3. Равномерная сходимость и суммируемость . . . 8
§ 4. Сходимость и суммируемость в метрике L_p . . . 9
§ 5. Сходимость и суммируемость почти всюду . . . 12
§ 6. Абсолютная сходимость . . . 16
§ 7. Сходимость и суммируемость в точке . . . 19
§ 8. Вопросы единственности . . . 21
§ 9. Сопряженные ряды и интегралы . . . 23
§ 10. Равносходимость и равносуммируемость рядов и интегралов Фурье . . . 28
§ 11. Свойства ядер и константы Лебега . . . 29
§ 12. Другие результаты . . . 32
Литература . . . 34

Р.Р. Ахмеров, М.И. Каменский, А.С. Потапов, А.Е. Родкина, Б.Н. Садовский. Теория уравнений нейтрального типа . . . 55
Введение . . . 55
§ 1. О локальной разрешимости задачи Коши . . . 56
§ 2. О продолжимости, единственности и дифференциальных неравенствах . . . 63
§ 3. О зависимости решений от параметров . . . 64
§ 4. Обобщенные решения . . . 66
§ 5. Краевые задачи . . . 67
§ 6. Линейные уравнения . . . 74
§ 7. Задачи на оси . . . 83
§ 8. Теория устойчивости . . . 91
§ 9. Принцип усреднения . . . 100
§ 10. Экстремальные задачи . . . 103
§ 11. Уравнения в частных производных . . . 107
Литература . . . 110

Ю.Г. Борисович, Б.Д. Гельман, А.Д. Мышкис, В.В. Обуховский. Многозначные отображения . . . 127

Введение . . . 127
Глава I. Анализ многозначных отображений . . . 128
§ 1.1. Пространство замкнутых подмножеств . . . 128
§ 1.2. Непрерывность многозначных отображений . . . 131
§ 1.3. Операции над многозначными отображениями . . . 134
§ 1.4. Непрерывные сечения многозначных отображений . . . 139
§ 1.5. Непрерывные аппроксимации многозначных отображений . . . 143
§ 1.6. Дифференцируемость многозначных отображений . . . 144
§ 1.7. Измеримые многозначные отображения. Интеграл. Лемма А.Ф. Филиппова. Оператор суперпозиции 148
Глава II. Неподвижные точки многозначных отображений . . . 152
§ 2.1. Неподвижные точки многозначных отображении на континуумах и частично упорядоченных множествах 152
§ 2.2. Неподвижные точки м-ото5ражений метрических пространств . . . 153
§ 2.3. Аппроксимативные методы . . . 155
§ 2,4. Гомологические методы в теории неподвижных точек . . . 167
Дополнение. Литература по приложениям многозначных отображений . . . 174
Литература . . . 175

Год издания 1982

Том 20

СОДЕРЖАНИЕ

А.Б. Васильева, М.Г. Дмитриев. Сингулярные возмущения в задачах оптимального управления . . . 3
Введение . . . 4
§ 1. Сингулярные возмущения . . . 5
§ 2. Нелинейные задача оптимального управления без ограничений из значения управляющих воздействий 14
§ 3. Линейно квадратичные задачи. Уравнение Риккати . . . 20
§ 4. Управляемость, наблюдаемость и стабилизируемость . . . 30
§ 5. Оптимальное управление дифференциально-разностными системами с малым шагом . . . 34
§ 6, Задачи оптимального управления с ограничениям и назначения управляющих воздействий . . . 37
§ 7. Регуляризация и штраф . . . 47
§ 8. Задачи управления с большим коэффициентом усиления. Скользящие режимы . . . 54
§ 9. Численные расчеты, различные задачи и приложения . . . 61
Литература . . . 65

Ю.А. Брычков, А.П. Прудников. Интегральные преобразования обобщенных функций . . . 78
§ 1. Преобразования Фурье, Лапласа и Меллина . . . 78
§ 2. Третья итерация преобразования Лапласа . . . 81
§ 3. Преобразование Ганкеля . . . 82
§ 4. Комплексное преобразование Лапласа – Ганкеля . . . 83
§ 5. Конечное преобразование Ганкеля – Лапласа . . . 85
§ 6. Преобразование Канторовича – Лебедева . . . 87
§ 7. Потенциальное преобразование Ганкеля . . . 88
§ 8. Преобразование Мелера – Фока . . . 90
§ 9. Аппроксимативное преобразование Гильберта . . . 91
§ 10. Преобразование Стилтьеса с показателем p . . . 92
§ 11. Преобразования Лагерра и Эрмита . . . 97
§ 12. Обобщенное преобразование Лапласа, содержащее $D_\nu(z)$ . . . 99
§ 13. Преобразование Мейера . . . 100
§ 14. Обобщенное преобразование Стилтьеса . . . 103
§ 15. ${}_1F_1$-преобразование . . . 104
§ 16. Многомерное ${}_1F_1$-преобразование . . . 106
§ 17. Преобразования, содержащие ${}_2F_1(a,b,c;x)$ . . . 107
§ 18. G-преобразозание . . . 109
§ 19. Другие преобразования . . . 111
Литература . . . 111

О.А. Лисковец. Теория и методы решения некорректных задач . . . 114
§ 1. Некорректные задачи и их регуляризация . . . 117
Глава 1. Вариационные методы решения . . . 122
§ 1.1. Уравнения 1-го рода . . . 122
§ 1.2. Вычисление значений разрывных операторов . . . 132
§ 1.3. Экстремальные задача . . . 134
Глава 2. Невариационные методы решения . . . 137
§ 2.1. Операторные способы регуляризации . . . 138
§ 2.2. Регуляризаторы с естественными параметрами . . . 141
§ 2.3. Другие детерминированные методы . . . 147

§ 2.4. Статистические методы . . . 151
Заключение . . . 154
Литература . . . 156
Х.Д. Икрамов. Разреженные матрицы . . . 179
§ 1. Предисловие . . . 179
§ 2. Метод Ланцоша (предварительная теория) . . . 180
§ 3. Метод Ланцоша (первоначальная практика) . . . 184
§ 4. Алгоритм Ланцоша с точки зрения метода Ритца . . . 186
§ 5. Результаты Каниэля и Саада . . . 189
§ 6. Теорема Пейджа . . . 195
§ 7. Метод выборочной ортогонализации . . . 199
§ 8. Вычисление внутренних точек спектра . . . 206
§ 9. Метод Ланцоша и метод сопряженных градиентов . . . 210
§ 10. Алгоритм Ланцоша как метод вычисления всего спектра . . . 215
§ 11. Алгоритм Парлетта – Рейда . . . 222
§ 12. Алгоритм Ланцоша как метод решения симметричных неопределенных систем уравнений . . . 230
§ 13. Решение нескольких систем с одной матрицей . . . 237
§ 14. Вычисление собственных векторов . . . 240
§ 15. Обобщенная проблема собственных значений . . . 243
§ 16. Блочные методы Ланцоша . . . 246
§ 17. Приложения метода Ланцоша . . . 250
§ 18. Несимметричные спектральные задачи . . . 253
Литература . . . 257

Год издания 1982

Том 21

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.А. Брычков, Х.Ю. Глеске, О.И. Маричев. Факторизация интегральных преобразований типа свертки . . . 3
§ 1. Введение . . . 3
§ 2. Факторизация и представимость ядер через гамма-функции . . . 9
§ 3. Условия существования и действие операторов . . . 11
§ 4. Обратимость операторов . . . 13
§ 5. Интегральное преобразование с функцией Лежандра в ядре . . . 16
§ 6. Простейшие операторы и их факторизация . . . 18
§ 7. Преобразование Меллина . . . 23
§ 8. Интегральные преобразования типа свертки (таблица факторизаций) . . . 25
Литература . . . 39
Е.М. Дынькин, Б.П. Осиленкер. Весовые оценки сингулярных интегралов и их приложения . . . 42
Введение . . . 42
§ 1. Условие (A_p) . . . 44
§ 2. Неравенство Харди и преобразование Стилтьеса . . . 58
§ 3. Максимальная функция . . . 65
§ 4. Дробные интегралы . . . 75
§ 5. Сингулярные интегралы . . . 81
§ 6. Гармонические функции . . . 93
§ 7. Абстрактные пространства и обобщения. Теоремы типа Кусиса . . . 101
§ 8. Весовые оценки операторов, порожденных рядами и интегралами Фурье . . . 107
Литература . . . 116
С.Г. Крейн, М.И. Хазан. Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве . . . 130
Введение . . . 130
§ 1. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка с постоянным операторным коэффициентом и полугруппы операторов . . . 133
§ 2. Нелинейные эволюционные уравнения 1-го порядка . . . 184
Литература . . . 233

Год издания 1983

Том 22

СОДЕРЖАНИЕ

В.В. Ванагас. Представления ортогональных и унитарных групп и ядерные модели . . . 3
§ 1. Введение . . . 3
§ 2. Проблема многих тел в теории ядра . . . 5
§ 3. Точные интегралы движения . . . 8
§ 4. Пространство решений уравнения Шрёдингера . . . 11
§ 5 Традиционные и нетрадиционные Γ_0-модели . . . 14
§ 6. Геометрические особенности структуры атомных ядер . . . 17
§ 7. Микроскопическая коллективная модель ядра . . . 19
§ 8. Представления ортогональных групп и коллективные состояния ядер . . . 25
§ 9. Унитарные группы и модели с сильно ограниченной динамикой . . . 28
§ 10. Заключительные замечания . . . 31
Литература . . . 34

В.А. Гинзбург. Квантование и метод орбит . . . 37
§ 0. Введение . . . 37
§ 1. Симплектическая геометрия . . . 39
§ 2. Деформации пуассоновых алгебр . . . 46
§ 3. Предквантование . . . 51
§ 4. Построение представлений . . . 54
Литература . . . 57

В.И. Манько. Симплектическая группа и инварианты квантовых систем 59
§ 1. Интегралы движения в квантовой механике . . . 60
§ 2. Сингулярный осциллятор . . . 70
§ 3. Симплектическая группа и квантовые квадратичные системы . . . 81
§ 4. Матричные элементы для некоторых одномерных квадратичных систем . . . 91
§ 5. Динамическая симметрия квантовой системы . . . 94
Заключение . . . 96
Литература . . . 99

А.Н. Лезнов, М.В. Савельев. Нелинейные уравнения и градуированные алгебры Ли . . . 101
Введение . . . 101
§ 1. Точно интегрируемые системы . . . 104
§ 2. Вполне интегрируемые системы . . . 121
Литература . . . 131

В.И. Огиевецкий, Е.С. Сокачев. Суперсимметрия и суперпространство 137
§ 1. Введение . . . 137
§ 2. О группах Лоренца и Пуанкаре и о принятых обозначениях . . . 140
§ 3. Супералгебры Пуанкаре . . . 146
§ 4, Суперпространство и суперполя . . . 154
§ 5. Суперсимметричные калибровочные теории . . . 164
Литература . . . 172

Л.Г. Арабаджян. Н.Б. Енгибарян. Уравнения в свертках и нелинейные функциональные уравнения . . . 175
§ 0. Введение . . . 175
§ 1. Каноническое решение уравнения факторизации . . . 180
§ 2. Уравнение Амбарцумяна . . . 184
§ 3. Уравнения восстановления . . . 187
§ 4. Моменты функции V_n . . . 194
§ 5. Однородное консервативное уравнение Винера – Хопфа . . . 199
§ 6. Неоднородное уравнение Винера – Хопфа . . . 204
§ 7. Дальнейшее изучение уравнения факторизации . . . 208
§ 8. Редукционный метод . . . 211
§ 9. Интегральные уравнения с разностными ядрами на конечном промежутке . . . 213
§ 10. Одно однородное уравнение . . . 216
§ 11. Парные интегральные уравнения в свертках . . . 218
§ 12. Факторизация бесконечных тёплицевых матриц . . . 222
§ 13. Факторизация матричных интегральных операторов Винера – Хопфа . . . 228
§ 14. Системы интегральных уравнений Винера – Хопфа . . . 232
§ 15. Операторные интегральные уравнения Винера – Хопфа . . . 237
Литература . . . 240

Год издания 1984

СОДЕРЖАНИЕ

С.В. Шведенко. Классы Харди и связанные с ними пространства аналитических функций в единичном круге, поликруге и шаре 3
§ 0. Введение 3
§ 1. Определения, обозначения и общие свойства пространства 5
§ 2. Граничные свойства функций 16
§ 3. Операторы аналитической проекции 28
§ 4. Гармонические мажоранты и интеграл Пуассона 38
§ 5. Максимальные функции и атомические разложения 43
§ 6. Характеристика нулевых множеств 48
§ 7. Факторизация функций 58
§ 8. Отображающие свойства и геометрические характеристики функций 64
§ 9. Коэффициенты Тейлора 68
§ 10. Характеристика некоторых операторов и описание сопряженных пространств 78
§ 11. Различные дополнения 92
Литература 103

В.П. Глушко, Ю.Б. Савченко. Вырождающиеся эллиптические уравнения высокого порядка: пространства, операторы, граничные задачи 125
Введение 125
§ 1. Весовые пространства функций на $\mathbb{R}_n^+$ 131
§ 2. Весовые псевдодифференциальные операторы (ВПДО) 148
§ 3. Общая граничная задача для вырождающегося эллиптического уравнения высокого порядка. Редукция к задаче Дирихле 156
§ 4. Метод Гривара – да Прато 170
§ 5. Коэрцитивная априорная оценка решения задачи Дирихле в $L_2(\mathbb{R}_n^+)$ 173
§ 6. Коэрцитивная разрешимость задачи Дирихле в $L_2(\mathbb{R}_n^+)$ 181
Литература 195

Х.Д. Икрамов. Разреженные линейные задачи метода наименьших квадратов 219
§ 1. Введение 219
§ 2. Общие сведения о линейной задаче наименьших квадратов 221
§ 3. Основные численные методы для ЗНК 224
§ 4. Первые экспериментальные результаты для разреженных ЗНК 235
§ 5. От нормальных уравнений к методу вращений 252
§ 6. Блочные ортогональные методы 261
§ 7. Снова о порядке вращений 274
§ 8. Новое в неортогональных методах 277
§ 9. Добавление плотных строк 280
§ 10. Вычисление элементов ковариационной матрицы 281
Литература 283

Год издания 1985

Том 24

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.А. Брудный, С.Г. Крейн, Е.М. Семенов. Интерполяция линейных операторов 3
Введение 3
§ 1. Основные понятия 4
§ 2. Вещественный метод интерполяции 17
§ 3. Функторы комплексной интерполяции 46
§ 4. Метод орбит 57
§ 5. Метод шкал банаховых пространств 65
§ 6. Интерполяция в пространствах гладких функций 67
§ 7. Интерполяция операторов в пространствах суммируемых функций 79
§ 8. Интерполяционные пространства, связанные с неотрицательными операторами и полугруппами . 98
§ 9. Интерполяционные теоремы для симметрично нормированных идеалов компактных операторов . 109
§ 10. Приложения к пространствам дифференцируемых функций и теории аппроксимации 115
§ 11. Геометрия банаховых пространств 119
§ 12. Спектральные свойства операторов и интерполяция 121
§ 13. Интерполяция операторов в топологических пространствах 130
Литература 131

Л.И. Вайнерман. Двойственность алгебр с инволюцией и операторы обобщенного сдвига 165

§ 0. Введение . . . 165
§ 1. Двойственность для алгебр Каца . . . 167
§ 2. Операторы обобщенного сдвига с условием положительности . . . 176
§ 3. Вещественные гиперкомплексные системы . . . 187
§ 4. Литература . . . 198

С.А. Габов, А.Г. Свешников. Уравнение установившихся капиллярных гравитационно-гироскопических волн на мелкой воде и волны Кельвина . . . 207

Введение . . . 207
§ 1. Постановка задачи . . . 210
§ 2. Вспомогательная спектральная задача . . . 214
§ 3. Вывод основного уравнения и его свойства . . . 217
§ 4. Капиллярные волны Кельвина . . . 224
§ 5. Дифракция капиллярных волн Кельвина на полубесконечной стенке . . . 235
§ 6. Специальные функции, связанные с задачей дифракции из полубесконечной стенке . . . 247
§ 7. Приложение: Асимптотическая оценка некоторых интегралов . . . 260
Литература . . . 267

Год издания 1986

Том 25

СОДЕРЖАНИЕ

Ф.Г. Авхадиев, Л.А. Аксентьев, А.М. Елизаров. Достаточные условия конечнолистности аналитических функций и их приложения . . . 3

Введение . . . 3
I. Достаточные условия конечнолистности аналитических функций . . . 6
Глава 1. Методы и принципы построения достаточных условий однолистности и p-листности . . . 6
§ 1. Развитие принципа соответствия границ . . . 6
§ 2. Классы функций, определяемые геометрическими свойствами . . . 8
§ 3. Методы интегральных соотношений . . . 18
§ 4. Методы продолжений . . . 24
Глава 2. Наиболее употребительные функционалы и подчиненность . . . 33
§ 1. Шварциан . . . 34
§ 2. Инварианта f''/f' . . . 40
§ 3. Логарифм производной . . . 45
§ 4. Классы областей и виды функционалов в достаточных условиях конечнолистности . . . 48
Глава 3. Сопутствующие проблемы . . . 51
§ 1. Операции и операторы на классе однолистных функций . . . 51
§ 2. Интеграл типа Коши и оператор Шварца . . . 53
§ 3. Отображения с положительным якобианом — многомерный случай . . . 57
§ 4. Построение римановой поверхности с заданной границей . . . 59
II. Признаки однолистности решений прикладных обратных краевых задач . . . 60
Глава 4. Модельные задачи и обратные краевые задачи аэрогидродинамики . . . 61
§ 1. Постановки модельных задач и интегральные представления решений . . . 61
§ 2. Подходы к построению признаков однолистности в модельных задачах . . . 65
§ 3. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики . . . 68
§ 4. Задачи по годографу и решетки профилей . . . 78
Глава 5. Другие физические модели; корректность и квазирешения . . . 81
§ 1. Обратные краевые задачи теории фильтрации . . . 81
§ 2. Задачи теории взрыва и магнитостатики . . . 90
§ 3. Вопросы корректности и оптимизации решений . . . 93
§ 4. Квазирешения и роль условий однолистности . . . 97
Литература . . . 99

Ю.Г. Борисович, Б.Д. Гельман, А.Д. Мышкис, В.В. Обуховский. О новых результатах теории многозначных отображений. I. Топологические характеристики и разрешимость операторных соотношений . . . 123

Введение . . . 123
§ 0. Основные понятия . . . 123
§ 1. Неподвижные точки и совпадения многозначных отображений сжимающего и нерастягивающего типа 125
§ 2 Неподвижные точки и совпадения многозначных отображений других классов . . . 129
§ 3. Многозначные операторные соотношения . . . 134
§ 4. Топологическая степень и другие характеристики м-отображений . . . 136
Литература . . . 140

Год издания 1987

Том 26

СОДЕРЖАНИЕ

А.В. Бухвалов. Порядково ограниченные операторы в векторных решетках и пространствах измеримых функций . . . 3
Введение . . . 3
§ 1. Основные направления развития теории положительных операторов . . . 8
§ 2. Основные сведения о порядково ограниченных операторах . . . 13
§ 3. Классы операторов, связанные с нормой и порядком . . . 26
§ 4. Строение пространства порядково ограниченных функционалов; его приложения . . . 36
Литература . . . 46

А.И. Логинов, В.С. Шульман. Инвариантные подпространства операторных алгебр . . . 65
§ 1. Введение . . . 65
§ 2. Компактные операторы и техника В.И. Ломоносова . . . 69
§ 3. Спектральные подпространства, разложимость, функциональное исчисление . . . 77
§ 4. Векторные функционалы и техника С. Брауна . . . 86
§ 5. Квазитреугольность, аппроксимативная инвариантность и гнездовые алгебры . . . 90
§ 6. Решетки подпространств, коммутативные решетки и CSL-алгебры . . . 96
§ 7. Инвариантные подпространства семейств операторов, принадлежащих некоторым специальным классам 102
§ 8. Топология и сходимость в решетках ИП, инвариантные линейные многообразия . . . 110
§ 9. Дополнительные результаты . . . 113
Литература . . . 119

Год издания 1988

Том 27

СОДЕРЖАНИЕ

А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. Вычисление интегралов и преобразование Меллина . . . 3
§ 1. Введение . . . 3
§ 2. Преобразование Меллина . . . 6
§ 3. Алгоритм вычисления интегралов от произведений функций гипергеометрического типа . . . 11
§ 4. Определения, обозначения и некоторые вспомогательные функции . . . 13
§ 5. Интегралы Меллина – Барнса . . . 25
§ 6. Приложения преобразования Меллина к вычислению интегралов . . . 28
§ 7. Интегралы общего вида . . . 59
§ 8. Примеры . . . 69
Литература . . . 75

А.В. Арутюнов. Возмущения экстремальных задач с ограничениями к необходимые условия оптимальности . . . 147
Введение . . . 147
§ 1. Обозначения и вспомогательный аппарат . . . 150
§ 2. Условие нормальности в теории экстремальных задач . . . 155
§ 3. Верхний предел последовательности конусов и его оценки . . . 160
§ 4. Задача оптимального управления . . . 168
§ 5. Аппроксимирующее семейство и его свойства . . . 172
§ 6. Необходимые условия первого и второго порядка . . . 182
§ 7. Принцип максимума и необходимые условия второго порядка в задаче с фазовыми ограничениями . 192
§ 8. Задачи с запаздываниями. Метод конечномерной аппроксимации . . . 205
§ 9. Задача математического программирования . . . 215
Литература . . . 230

Год издания 1989

Том 28

СОДЕРЖАНИЕ

С.А. Габов, А.Г. Свешников. Математические задачи динамики флотирующей жидкости . . . 3
Введение . . . 3

Глава 1. Основы линейной теории поля . . . 6
§ 1. Уравнения движения и их линеаризация . . . 6
§ 2. Задача Коши – Пуассона . . . 10
§ 3. Существование предельной амплитуды в задаче Коши – Пуассона. Корабельные волны . . . 18
§ 4. Основная начально-краевая задача. Вопросы разрешимости . . . 27
§ 5. Внутренние волны и флотация . . . 36
§ 6. Установившиеся волны, дифракция и нормальные колебания . . . 41
Глава 2. Избранные задачи нелинейной теории . . . 52
§ 1. Существование установившихся волн конечной амплитуды . . . 52
§ 2. Методы теории ветвления и построение приближенного решения . . . 65
§ 3. Случай жидкости конечной глубины . . . 74
§ 4. Приближение мелкой воды и уравнение Кортевега – де Фриза . . . 78
Литература . . . 84

В.В. Васильев, С.Г. Крейн, С.И. Пискарев. Полугруппы операторов, косинус оператор-функции и линейные дифференциальные уравнения . . . 87

Введение . . . 87
§ 1. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве . . . 88
§ 2. Полугруппы операторов класса C_0 (ПО) . . . 93
§ 3. Косинус и синус оператор-функции (КОФ и СОФ) . . . 128
§ 4. ПО и КОФ, непрерывные в равномерной операторной топологии . . . 140
§ 5. Почти периодические и периодические ПО и КОФ . . . 143
§ 6. Компактность в теории ПО и КОФ . . . 150
§ 7. Равномерно ограниченные ПО и КОФ . . . 153
§ 8. Теория возмущений ПО и КОФ . . . 162
§ 9. Сопряженные ПО и КОФ . . . 172
Указатель обозначений . . . 180
Литература . . . 182

Год издания 1990

Том 29

СОДЕРЖАНИЕ

Х.Д. Икрамов. Матричные пучки — теория, приложения, численные методы 3

§ 1. Введение . . . 3
§ 2. Некоторые сведения о матричных пучках . . . 4
§ 3. Канонические формы симметричных и эрмитовых пучков. Приведение к диагональному виду . . . 18
§ 4. О возмущениях собственных значений и понижающих подпространств . . . 44
§ 5. Численные методы . . . 76
Литература . . . 103

Б.Д. Гельман, В.В. Обуховский. О новых результатах в теории многозначных отображений. II. Анализ и приложения . . . 107

Введение . . . 107
Глава I. Анализ многозначных отображений . . . 107
§ 1.1. Пространство замкнутых подмножеств . . . 107
§ 1.2. Непрерывность многозначных отображений. Некоторые операции над многозначными отображениями 110
§ 1.3. Различные свойства многозначных отображений . . . 115
§ 1.4. Непрерывные сечения многозначных отображений . . . 117
§ 1.5. Непрерывные аппроксимации многозначных отображений . . . 120
§ 1.6. Дифференцирование многозначных, отображений . . . 121
§ 1.7. Измеримые многозначные отображения. Измеримые сечения. Многозначный интеграл . . . 122
Глава 2. О некоторых приложениях теории многозначных отображений . . . 128
§ 2.1. О приложениях в общей топологии . . . 128
§ 2.2. Метрическая проекция . . . 130
§ 2.3. О некоторых результатах в теория дифференциальных включении . . . 131
§ 2.4. Принцип максимума Понтрягина для дифференциальных включений и задачи оптимизации . . . 136
§ 2.5. Интегральные включения . . . 138
§ 2.6. Приложения в теории дифференциальных уравнений . . . 139
§ 2.7. Монотонные и аккретивные операторы . . . 140
§ 2.8. Вариационные задачи . . . 143
§ 2.9. О приложениях в теории игр и математической экономике . . . 144
§ 2.10. Обобщенные динамические системы . . . 146
§ 2.11. О других приложениях . . . 146
Дополнение. Некоторые результаты последних лет . . . 147
Литература к дополнению . . . 155

Год издания 1991

Серия
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА ЗА ПЕРИОД 1963-1992 ГГ.

Научный редактор член-корреспондент АН СССР Р.В. Гамкрелидзе

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
1963

СОДЕРЖАНИЕ

А.М. Каган, Ю.В. Линник. Вопросы теории оценивания и проверки гипотез 5
Введение . . . 5
§ 1. Достаточные статистики и несмещенные оценки . . . 6
§ 2. Теория информационного количества Фишера . . . 8
§ 3. Оценки максимального правдоподобия . . . 10
§ 4. Другие методы получения оценок . . . 13
§ 5. Допустимость некоторых оценок . . . 14
§ 6. Другие вопросы теории оценивания . . . 16
§ 7. Байесовский подход и эмпирический байесовский подход . . . 17
§ 8. Критерии для проверки гипотез . . . 21
§ 9. Ранжирование . . . 23
§ 10. “Крепкие” (robust) тесты и преобразование случайных величин . . . 27
§ 11. Общая теория подобия зон . . . 29
§ 12. Задачи о двух нормальных выборках . . . 31
§ 13. Непараметрические задачи . . . 35
§ 14. Задача характеризации распределений и тестов . . . 38
Библиография . . . 40
2. Ю.В. Прохоров, Некоторые вопросы теории вероятностей . . . 49
Глава I. Основания теории вероятностей. Смежные вопросы теории меры . . . 49
Глава II. Некоторые факты элементарной теории вероятностей . . . 54
Глава III, Характеристические функции . . . 56
Глава IV. Предельные теоремы . . . 57
Библиография . . . 68
3. И.Н. Коваленко. Теория массового обслуживания . . . 73
Исследование марковских моделей обслуживания . . . 75
Теория потоков однородных событий . . . 88
Теория восстановления . . . 94
Метод вложения цепей Маркова . . . 102
Метод случайного блуждания . . . 104
Метод виртуального времени ожидания . . . 106
Метод дополнительных переменных . . . 107
Другие методы . . . 110
Монографии, обзоры, таблицы . . . 112
Библиография . . . 113

Год издания 1965

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
1964

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.К. Беляев, Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. Математические вопросы теории надежности . . . 7
Введение . . . 7
§ 1. Значение вопросов надежности устройств в современной технике, необходимость привлечения статистических методов для решения проблем теории и практики надежности . . . 7

§ 2. Количественная оценка надежности. Надежность элемента и надежность систем. Функция эффективности систем . . . 11
§ 3. Потоки отказов, внезапные отказы. Возможности использования предельных теорем. Старение элементов. Сбои . . . 15
§ 4. Статистические проблемы оценки характеристик отказов . . . 17
§ 5. Проверка гипотез и проверочный контроль . . . 23
§ 6. Вопросы расчета надежности сложных систем . . . 24
§ 7. Профилактика и тесты . . . 28
Заключение . . . 41
Библиография . . . 45

3. В.П. Сочивко. Распознавание образов при помощи вычислительных машин . . . 55
Введение . . . 55
1. О постановке задачи автоматического распознавания образов . . . 56
2. Некоторые особенности использования вычислительных машин при распознавании образов . . . 63
3. Методы автоматического опознания, основанные на предварительном программировании структуры пространства образов . . . 70
4. Методы обучения машины распознаванию образов . . . 75
5. Статистические модели распознавания образов . . . 85
Заключение . . . 90
Библиография . . . 91

Год издания 1966

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
1966

СОДЕРЖАНИЕ

М.И. Фрейдлин. Марковские процессы и дифференциальные уравнения 7
Введение . . . 7
§ 1. Построение марковских процессов. Вероятностное представление решений дифференциальных уравнений 9
§ 2. Малый параметр в эллиптических и параболических дифференциальных уравнениях . . . 20
§ 3. Вырождающиеся эллиптические и параболические уравнения . . . 30
§ 4. Краевые задачи в неорганических областях и стабилизация решений параболических уравнений . 43
§ 5. Задача с косой производной. Граница Мартина . . . 48
Библиография . . . 51

А.А. Корбут, Ю.Ю. Финкельштейн. Дискретные задачи математического программирования . . . 59
§ 1. Введение . . . 59
§ 2. Модели задач дискретного программирования . . . 62
§ 3. Подходы к задачам дискретного программирования . . . 67
§ 4. Методы отсечения . . . 73
§ 5. Комбинаторные методы . . . 81
§ 6. Методы случайного поиска и другие приближенные методы . . . 90
§ 7. Вычислительный опыт и реализация алгорифмов на ЭВМ . . . 94
§ 8. Обзорные статьи и монографии . . . 97
Библиография . . . 97

Год издания 1967

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
1967

СОДЕРЖАНИЕ

Б.А. Севастьянов. Теория ветвящихся процессов . . . 5
Глава I. Ветвящиеся процессы с конечным числом типов частиц . . . 5
§ 1. Описание модели . . . 5
§ 2. Классификация типов частиц . . . 8
§ 3. Моменты. Вероятности вырождения и финальные вероятности . . . 10
§ 4. Процессы с одним типом частиц. Их классификация на докритические, критические и надкритические 11
§ 5. Докритические процессы . . . 12

§ 6. Критические процессы . . . 13
§ 7. Надкритические процессы . . . 14
§ 8. Переходные явления . . . 14
§ 9. Сходимость ветвящихся процессов к случайным процессам . . . 16
§ 10. Ветвящиеся процессы с иммиграцией . . . 18
§ 11. Процессы рождения и гибели . . . 19
§ 12. Неоднородные ветвящиеся процессы . . . 20
§ 13. Другие задачи для ветвящихся процессов с одним типом частиц . . . 21
§ 14. Предельные теоремы для ветвящихся процессов с несколькими типами частиц . . . 22
Глава II. Ветвящиеся процессы с превращениями, зависящими от возраста частиц . . . 25
§ 1. Описание модели . . . 25
§ 2. Моменты. Условия существования и единственности решения уравнения. Условия вырождения . . . 26
§ 3. Предельные теоремы . . . 29
§ 4. Некоторые другие задачи . . . 30
Глава III. Общие ветвящиеся процессы . . . 31
§ 1. Ветвящиеся процессы для частиц, расположенных в некотором пространстве . . . 31
§ 2. Общие ветвящиеся процессы . . . 34
Библиография . . . 38

Б.Я. Коган, А.И. Казьмин, В.П. Назарова, А.Г. Спиро. Гибридные вычислительные системы и основные области их применения . . . 47
Введение . . . 47
Глава I. Общие сведения о гибридных вычислительных системах . . . 50
§ 1. Классификация гибридных вычислительных систем . . . 50
§ 2. Краткая характеристика задач, выдвигаемых для решения на гибридной вычислительной системе (ГВС) 52
§ 3. Основные структуры гибридных вычислительных систем . . . 54
Глава II. Описание и анализ некоторых классов задач . . . 56
§ 1. Задачи управления движением объектов . . . 56
§ 2. Задачи моделирования возбудимых биологических сетей . . . 65
§ 3. Задачи, решаемые методом Монте-Карло . . . 68
§ 4. Задачи оптимизации . . . 70
Глава III. Структуры вычислительных машин, работающих в гибридной вычислительной системе . . . 77
§ 1. Требования к структуре вычислительных машин, работающих в гибридной системе . . . 77
§ 2. Принципы построения АВМ в ГВС . . . 78
§ 3. Принципы построения ЦВМ в ГВС . . . 80
§ 4. Устройство связи в гибридных системах . . . 83
§ 5. Управление гибридной вычислительной системой (взаимодействие частей комплекса) . . . 85
Основные данные зарубежных и отечественных аналого-цифровых комплексов (таблица) . . . 86
Глава IV. Методы анализа погрешностей гибридной вычислительной системы . . . 91
§ 1. Первичные источники погрешностей ГВС и некоторые способы их компенсации . . . 92
§ 2. Применение методов теории чувствительности к оценке погрешности гибридного комплекса . . . 99
Глава V. Вопросы математического обеспечения гибридных вычислительных систем . . . 105
Языки для моделирования непрерывных систем на ЦВМ . . . 110
Заключение . . . 115
Библиография . . . 118

Год издания 1968

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
1968

СОДЕРЖАНИЕ

В.В. Колбин. Стохастическое программирование . . . 5
Введение . . . 5
§ 1. Геометрия задач стохастического линейного программирования . . . 8
§ 2. Задачи с вероятностными ограничениями . . . 11
§ 3. Жесткая постановка задач стохастического линейного программирования . . . 17
§ 4. Игровая постановка задач стохастического линейного программирования . . . 19
§ 5. Нежесткая постановка задач СЛП . . . 20
§ 6. Существование областей устойчивости решения задач СЛП . . . 28
§ 7. ε-устойчивость решения по средним . . . 30
§ 8. Двойственные задачи стохастического линейного программирования . . . 36
§ 9. О некоторых алгоритмах решения задач стохастического линейного программирования . . . 38
§ 10. Стохастическое нелинейное программирование. Некоторые предварительные результаты . . . 40
§ 11. Двухэтапная задача СНЛП . . . 45

§ 12. Оптимальность и существование плана в задачах стохастического линейного программирования . 54
Библиография 57

Н.П. Бусленко, А.П. Черенков. Применение методов теории массового обслуживания при исследовании операций 69

I. Использование аналитических методов теории массового обслуживания при исследовании операций . 69
§ 1. Применение методов теории массового обслуживания для расчета систем связи и управления . . 70
§ 2. Транспортные задачи 74
§ 3. Использование массового обслуживания при организации промышленного производства . . . 81
§ 4. Организация торговли и общественного питания 84
§ 5. Планирование медицинского обслуживания населения 85
§ 6. Другие приложения. Монографии и обзоры 86
II. Применение метода статистического моделирования (Мокте – Карло) для решения прикладных задач теории массового обслуживания 87
§ 1. Общие вопросы 87
§ 2. Технология и организация производства 92
§ 3. Транспорт 94
§ 4. Другие применения 96
§ 5. Монографии 98
Библиография 99

Год издания 1970

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
1969

СОДЕРЖАНИЕ

М.А. Гаврилов, В.М. Остиану, А.И. Потехин. Надежность дискретных систем 7

Введение 7
Глава 1. Обеспечение безотказности дискретных систем 8
§ 1. Характеристика состояния проблемы 8
§ 2. Основные определения, понятия и постановки задач 10
§ 3. Модели введения избыточности 13
§ 4. Методы резервирования 20
§ 5. Мажоритарные методы 29
§ 6. Методы, использующие модель с переплетением 37
§ 7. Методы, использующие модели эффективного кодирования 40
Глава 2. Обеспечение устойчивости дискретных систем 62
§ 1. Основные понятия и определения 62
§ 2. Устранение недопустимых состязаний типа В 67
§ 3. Устранение недопустимых состязаний типа С 69
§ 4. Устранение недопустимых состязаний типа П 71
§ 5. Устранение недопустимых состязаний типа Л 83
§ 6. Анализ устойчивости дискретной системы 84
Глава 3. Обеспечение комплексной надежности 85
Библиография 89

Год издания 1970

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
1970

СОДЕРЖАНИЕ

И.Н. Коваленко. Теория массового обслуживания 5

Введение 5
Системы с ожиданием 6
Системы с потерями 14
Системы с ограниченной очередью и с уходом требований из очереди 18
Системы с временными ограничениями 21
Системы с приоритетами 22
Системы с двумя приоритетными классами 22

Системы с несколькими приоритетными классами . . . 23
Динамические приоритеты . . . 25
Системы с разделением времени . . . 25
Системы с групповым обслуживанием и групповым поступлением требований . . . 28
Теория резервирования . . . 31
Системы с приборами конечной надежности . . . 33
Теория потоков однородных событий . . . 34
Исследование сумм потоков однородных событий . . . 37
Выходящие потоки . . . 42
Системы с потоком или обслуживанием, зависимым от состояния системы . . . 44
Многофазовое обслуживание . . . 46
Замкнутые системы массового обслуживания. Обслуживание станков . . . 48
Асимптотические методы в теории массового обслуживания . . . 49
Системы с неограниченно возрастающей загрузкой . . . 52
Системы с малыми отклонениями от классических систем . . . 52
Рассмотрение классов систем . . . 54
Статистика систем массового обслуживания . . . 55
Библиография . . . 58

Год издания 1971

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

Том 10

СОДЕРЖАНИЕ

Ю.В. Прохоров. Многомерные распределения: неравенства и предельные теоремы . . . 5
§ 1. Нормальные распределения . . . 5
§ 2. Неравенства для характеристических функций . . . 9
§ 3. Многомерные аналоги неравенства Чебышова . . . 12
§ 4. Расстояния между распределениями: оценки по характеристическим функциям . . . 15
§ 5. Центральная предельная теорема $\mathbb{R}^s$ . . . 16
§ 6. Устойчивые распределения $\mathbb{R}^s$ . . . 18
Библиография . . . 19

В.П. Козырев. Теория графов . . . 25
1. Изучение характеристик графов . . . 27
2. Построение графов с заданными свойствами . . . 33
3. Изучение ориентированных графов . . . 37
4. Обходы графов . . . 40
5. Изучение связности графов . . . 45
6. Раскраски графов . . . 49
7. Топологические задачи . . . 54
8. Представления графов . . . 58
Библиография . . . 63

Е.Б. Яновская. Бесконечные антагонистические игры . . . 75
§ 1. Общие теоремы существования . . . 78
§ 2. Теоремы существования для условно компактных множеств стратегий в естественной топология . . . 81
§ 3 Теоремы существования для игр на единичном квадрате . . . 85
§ 4. О единственности решений бесконечных антагонистических игр . . . 88
§ 5. Приближенные методы решения . . . 90
§ 6. Игры с выбором момента времени . . . 92
§ 7. Игры, имеющие решения с конечным спектром . . . 94
§ 8. Игры на функциональных пространствах . . . 97
§ 9. Другие классы игр . . . 100
Библиография . . . 102

Д.В. Гладкий, А.Я. Диковский. Теория формальных грамматик . . . 107
1. Классификации грамматик и языков. Свойства грамматик и языков различных классов . . . 108
2. Управление выводом . . . 111
3. Оценки сложности распознавания языков и сложности вывода в грамматиках . . . 116
4. Алгоритмические проблемы . . . 119
5. Многообразия языков. Операции над языками . . . 120
6. Автоматные характеристики языков . . . 123
7. Другие способы задания и характеризации множеств цепочек . . . 125
8. Грамматики, работающие с деревьями . . . 128
Библиография . . . 133

Год издания 1972

Том 11

СОДЕРЖАНИЕ

В.Ф. Колчин, В.П. Чистяков. Комбинаторные задачи теории вероятностей 5
Введение . . . 5
Глава I. Классическая задача о размещении . . . 7
§ 1 Производящие функции и моменты . . . 7
§ 2. Предельные теоремы для числа пустых ячеек в равновероятной схеме . . . 9
§ 3, Предельные теоремы для μ_r в равновероятной схеме . . . 11
§ 4. Задачи последовательного заполнения в равновероятной схеме . . . 14
§ 5. Порядковой статистики в равновероятной схеме . . . 15
§ 6. Предельные теоремы в полиномиальной схеме . . . 17
§ 7. Линейные функции от μ_r, статистические критерии и некоторые приложения . . . 19
§ 8. Некоторые другие задачи . . . 21
Глава II. Обобщение схем размещения . . . 22
§ 1. Схема размещения частиц комплектами . . . 22
§ 2. Случайные матрицы . . . 22
§ 3. Равновероятное размещение со случайным числом частиц . . . 24
§ 4. Марковские размещения . . . 24
Глава III. Случайные отображения конечных множеств . . . 25
§ 1. Класс всех отображений . . . 26
§ 2. Классы отображений с ограничениями . . . 28
§ 3. Случайные подстановки . . . 29
§ 4. Еще одно обобщение задачи о размещении частиц и случайные отображения . . . 32
§ 5. Случайные отображения и разбиения конечных множеств . . . 35
Библиография . . . 38

В.С. Королюк, С.М. Броди, А.Ф. Турбин. Полумарковские процессы и их применение . . . 47
Глава I. Полумарковские процессы . . . 47
Введение . . . 47
§ 1. Определение полумарковского процесса . . . 48
§ 2. Уравнения марковского восстановления . . . 55
§ 3. Полумарковские матрицы и функции марковского восстановления . . . 58
§ 4. Предельное поведение ПМП . . . 61
§ 3. Предельные теоремы для ПМП в схеме серий . . . 66
Глава II. Применение полумарковских процессов . . . 69
§ 6. Применение полумарковских процессов в теории массового обслуживания . . . 70
§ 7. Применение полумарковских процессов в теории надежности . . . 80
§ 8. Управляемые полумарковские процессы . . . 84
Библиография . . . 85

Б.А. Севастьянов. Теория восстановления . . . 99
Введение . . . 99
Глава I. Классические процессы восстановления . . . 100
§ 1. Основные понятия классической теории восстановления . . . 100
§ 2. Уравнение восстановления . . . 102
§ 3. Пуассоновский процесс восстановления . . . 105
§ 4. Асимптотические свойства процессов восстановления . . . 106
§ 5. Предельные теоремы . . . 109
§ 6. Другие задачи . . . 110
Глава II. Некоторые обобщения классической теории восстановления . . . 112
§ 1. Процессы восстановления с бесконечным математическим ожиданием . . . 112
§ 2. Процессы восстановления с необязательно положительными ξ_i . . . 114
§ 3 Процессы восстановления с неодинаково распределенными ξ_i . . . 115
§ 4 Процессы восстановления с зависимыми ξ_i . . . 116
§ 5. Другие задачи . . . 117
Глава III. Многомерные обобщения теория восстановления . . . 118
§ 1. Многомерные уравнения восстановления . . . 118
§ 2. Восстановление в многомерном пространстве . . . 119
§ 3. Другие задачи . . . 121
Библиография . . . 122

Год издания 1974

Том 12

СОДЕРЖАНИЕ

Л.З. Лившиц, И.В. Островский, Г.П. Чистяков. Арифметика вероятностных законов 5
Библиография 33
В.В. Рыков. Управляемые системы массового обслуживания 43
Введение 44
Глава I. Теория управляемых случайных процессов и задачи управления системами массового обслуживания 48
§ 1. Основные понятия и обозначения 48
§ 2. Управляемые марковские и полумарковские процессы. Теория, методы 54
§ 3. Связь теории УСМО с задачами математического программирования 76
§ 4. Приложение методов теории управляемых процессов при определении оптимальных стратегий управления УСМО 83
Глава II. Задачи оптимального назначения приоритетов и смежные вопросы 102
§ 1. Приоритетные системы с ожиданием 103
§ 2. Приоритетные системы с потерями. Замкнутые системы 109
§ 3. Обобщения понятия приоритетов 115
§ 4. Приоритеты при занятии приборов и другие задачи 126
§ 5. Приложения управляемых систем с приоритетами 132
Библиография 135
А.Н. Маслов, Э.Д. Стоцкий. О некоторых классах формальных грамматик 155
§ 1. Исходные понятия 156
§ 2. Общие вопросы теории грамматик 157
§ 3. Расширения класса бесконтекстных языков 162
§ 4. Системы Линденмайера 167
§ 5. Сложностные вопросы теории языков 169
§ 6. Аксиоматический подход к определению классов языков 172
§ 7. Вероятностные автоматы и грамматики 173
§ 8. Другие вопросы 175
Библиография 175

Год издания 1975

Том 13

СОДЕРЖАНИЕ

В.А. Малышев. Уравнения Винера – Хопфа и их применения в теории вероятностей 5
§ 1. Введение 5
§ 2. Нётеровость и теория индекса. Подход, основанный на анализе некоммутативной операторной алгебры 7
§ 3. Идея факторизации 9
§ 4. Проблема существования и единственности 10
§ 5. Разработка вероятностных аспектов и вероятностные применения идеи факторизации 13
§ 6. Проблема явного решения 15
§ 7. Применение к теория массового обслуживания и некоторые асимптотические задачи 22
§ 8. Новые и старые идеи в статистической физике 24
Библиография 28
О.К. Исаенко, В.Ю. Урбат. Разделение смесей распределений вероятностей на их составляющие 37
Библиография 54
В.Л. Грановский, С.М. Ермаков. Метод Монте-Карло 59
§ 1. Монографии и тематические сборники, посвященные методу Монте-Карло 60
§ 2. Моделирование случайных величин и процессов 62
§ 3. Метод Монте-Карло в вычислительной математике 68
§ 4. Приложения метода Монте-Карло 80
Библиография 85
В.О. Васюкевич, А.Ю Гобземис, Н.Е. Зазнова, А.А. Курмит, А.А. Лоренц, А.Ф. Петренко, В.П. Чапенко, Э.А. Якубайтис. Теория автоматов . . . 109
Предисловие 109
Библиография 111
Глава I. Общие вопросы теории автоматов 112
§ 1. Введение 112
§ 2. Автоматные языки 112
§ 3. Минимизация автоматов 116
§ 4. Декомпозиция автоматов 117

§ 5. Автоматные базисы . . . 119
§ 6. Отдельные классы автоматов . . . 120
Библиография . . . 124
Глава 2. Кодирование внутренних состояний конечных автоматов . . . 131
Библиография . . . 135
Глава 3. Техническая диагностика дискретных устройств . . . 139
Библиография . . . 144
Глава 4. Многофункциональные логические модули . . . 150
§ 1. Основные понятия и постановки задач . . . 150
§ 2. Краткая историческая справка . . . 153
§ 3. Синтез УЛМ для малых n . . . 154
§ 4. Синтез УЛМ для произвольных n . . . 155
§ 5. Синтез МЛМ . . . 157
§ 6. Анализ МЛМ . . . 159
§ 7. Синтез дискретных устройств из МЛМ . . . 160
Библиография . . . 161
Глава 5. Однородные среды . . . 163
§ 1. Общие вопросы теории однородных сред . . . 165
§ 2. Синтез автоматов в однородных средах . . . 166
§ 3. Анализ автоматов, реализованных в однородных средах . . . 170
§ 4. Надежность автоматов, реализованных в однородных средах . . . 171
Библиография . . . 172
Глава 6. Теория вероятностных автоматов . . . 177
§ 1. Введение . . . 177
§ 2. Языки . . . 178
§ 3. Минимизация числа состояний . . . 179
§ 4. Структурный синтез . . . 182
Библиография . . . 183

В.А. Зиновьев. Алгебраическая теория блочных кодов, исправляющих независимые ошибки . . . 189
§ 1. Блочные коды: определения и основные понятия . . . 189
§ 2. Верхние и нижние границы мощности кода с заданным расстоянием . . . 191
§ 3. Совершенные и равномерно упакованные коды . . . 195
§ 4. Ограничения на весовые спектры в произвольных кодах . . . 200
§ 5. Циклические коды и коды БЧХ . . . 203
§ 6. Коды Гоппы . . . 211
§ 7. Абелевы групповые коды, коды Рида – Маллера и полиномиальные коды . . . 213
§ 8. Каскадные коды и простые способы кодирования . . . 216
Библиография . . . 219

И.А. Мельчук. Исследования по автоматическому переводу . . . 235
§ 1. Рамки обзора (хронологические и предметные) . . . 235
§ 2. АП в прошлом и в настоящем . . . 236
§ 3. Условные сокращения . . . 241
§ 4. Системы собственно АП “классических” типов . . . 241
§ 5. Системы АП третьего поколения и языковые процессы типа “Смысл $\Leftarrow\Rightarrow$ Текст” . . . 245
§ 6. Системы АОТ, включающие значительные АП-компоненты . . . 250
§ 7. Частные вопросы АП (конкретные этапы переходов “Текст $\Rightarrow$ Смысл” и “Смысл $\Rightarrow$ Текст” . . . 255
А. Анализ . . . 255
Б. Представление текста . . . 268
В. Собственно перевод . . . 273
Г. Синтез . . . 278
Д. Автоматические словари . . . 281
Библиография . . . 284

Год издания 1976

Том 14

СОДЕРЖАНИЕ

Б.М. Гуревич, В.И. Оселедец. Некоторые математические задачи, связанные с неравновесной статистической механикой бесконечного числа матриц . 5
§ 1. Динамика в фазовом пространстве в пространстве состояний бесконечной системы частиц . . 6
§ 2. Вероятностные модели, связанные с уравнением Больцмана . . . 14
§ 3. Вероятностная динамика решетчатых систем . . . 24
§ 4. Другие вероятностные модели временной эволюции . . . 25
Библиография . . . 26

В.А. Малышев. Вероятностные аспекты квантовой теории поля . . . 41

§ 1. Введение 41
§ 2. Аксиоматика и структура евклидовых полей 44
§ 3. Свободные (гауссовы) поля 46
§ 4. $P(\varphi)_2$ в конечном объеме 48
§ 5. $P(\varphi)_2$ с малой константой связи 49
§ 6. $P(\varphi)_2$ с произвольной константой взаимодействия 52
§ 7, Фейнмановские интегралы и формальные перенормировки в евклидовой области 55
§ 8. Модель φ_3^4 57
§ 9. Модель Y (Yukawa) 59
§ 10. Sine-Gordon$_2$ и другие модели 62
§ 11. Фазовые переходы и солитоны 65
§ 12. Скейлинг и подход у $varphi_4^4$ 66
Библиография 68

А.И. Потехин, В.Н. Рогинский. Динамика дискретных автоматов . . 81
Предисловие 81
1. Основные понятия и определения 83
2. Обеспечение устойчивости дискретных автоматов 89
Библиография 105
3. Развитие теории динамических автоматов 112
Библиография 120

Э.И. Вилкас. Теория полезности 123
1. Введение 123
2. Монотонные отображения упорядоченных множеств 125
3. Упорядоченные топологические пространства 127
4. Средняя и линейная полезность 129
5. Аксиоматика Сэвиджа 132
6. Многокомпонентные альтернативы 134
7. Небинарные отношения 138
8. Выявленное предпочтение 140
9. Приложения к экономике 142
10. Полезность и принятие решений 145
Библиография 148

Год издания 1977

Том 15

СОДЕРЖАНИЕ

В.П. Маслов, А.М. Чеботарев. Скачкообразные процессы и их применения в квантовой механике 5
Введение 5
§ 1. Математические методы в теории континуального интеграла Фейнмана 9
§ 2. Представление решения уравнения Шрёдингера в виде математического ожидания функционала скачкообразного процесса 27
§ 3. Уравнение типа Хартри и ветвящиеся процессы 47
§ 4. Аксиоматика комплексной вероятности и комплексные марковские цепи 64
Библиография 73

Р.Г. Бухараев. Вероятностные автоматы 79
Введение 79
§ 1. Математическая модель вероятностного автомата и ее обобщения 80
§ 2. Представимость языков и словарных функций в конечных вероятностных автоматах 82
§ 3. Автоматные свойства многотактных каналов 88
§ 4. Гомоморфизм, эквивалентность, приведение и минимизация вероятностных автоматов 90
§ 5. Структурная теория вероятностных автоматов 95
§ 6. Вероятностные грамматики и алгоритмы 99
§ 7. Другие вопросы 102
Библиография 104

С.И. Гельфанд, В.В. Прелов. Связь с многими пользователями . . . 123
§ 1. Введение 123
§ 2. Кодирование зависимых источников 125
§ 3. Односторонние многокомпонентные каналы 135
§ 4. Многосторонние каналы 151
§ 5. Заключительные замечания 155
Библиография 158

В.В. Броль, А.А. Красилов, А.Н. Маслов. Язык программирования АЛГОЛ-68 163

Введение . . . 163
Часть 1. Основные понятия АЛГОЛа 68 . . . 164
§ 1. Предварительные определения . . . 164
§ 2. Виды значений . . . 166
§ 3. Приведения . . . 170
§ 4. Элементарные действия ИВМ . . . 172
§ 5. Синтаксис программы . . . 176
§ 6. Структура предложений . . . 182
§ 7. Прерывания . . . 185
Часть 2. Окружение программы . . . 186
§ 8. Стандартное вступление . . . 186
§ 9. Обмен . . . 190
Часть 3. Стандартизация . . . 199
§ 10. Статус публикации . . . 199
§ 11. Основные понятия стандарта SHR . . . 200
§ 12. Отдельные представления . . . 201
§ 13. Стандарт на русский вариант АЛГОЛа 68 . . . 203
§ 14. Переносимое программирование . . . 204
Часть 4. Описание языка . . . 205
§ 15. Грамматики Ван Вейнгаардена . . . 205
§ 16. Русский вариант АЛГОЛа 68 . . . 209
Часть 5. Проблемы реализации . . . 209
§ 17. Перечень известных реализаций . . . 209
§ 18. Контроль видов . . . 212
§ 19. Контроль области действия . . . 217
§ 20. Развитие алголоподобных языков . . . 217
Библиография . . . 223

Год издания 1977

Том 16

СОДЕРЖАНИЕ

С.Б. Шлосман. Корреляционные неравенства и их приложения . . . 5
Введение . . . 5
§ 1. Определения и обозначения . . . 5
§ 2. Неравенства Пайерлса . . . 7
§ 3. Неравенства типа Гриффитса . . . 8
§ 4. Примеры применения приведенных неравенств . . . 23
§ 5. Неравенство ФКЖ . . . 27
§ 6. Дополнение . . . 29
Библиография . . . 31
В.К. Леонтьев. Дискретные экстремальные задачи . . . 39
§ 1. Введение . . . 39
§ 2. Методы решения дискретных экстремальных задач . . . 40
§ 3. Дискретные экстремальные задачи и линейное программирование . . . 49
§ 4. Задачи на матроидах . . . 61
§ 5. Обратные задачи оптимизации . . . 66
§ 6. Линейные разделяющие алгоритмы . . . 73
§ 7. Дискретные экстремальные задачи и полиномиальная полнота . . . 79
§ 8. Задачи на узкие места . . . 86
§ 9. Устойчивость в дискретных экстремальных задачах . . . 91
Библиография . . . 93
С.С. Марченко, В.Л. Матросов, Сложность алгоритмов и вычислений . 103
§ 1. Аналитические классификации рекурсивных функций . . . 104
§ 2. Верхние и нижние оценки сложности вычисления индивидуальных функций и предикатов . . . 108
§ 3. Вычисления в реальное время . . . 113
§ 4. Моделирование . . . 115
§ 5. Иерархии классов сложности. Предельные теоремы . . . 116
§ 6. Недетерминированные вычисления . . . 120
§ 7. Аксиоматический подход в теории сложности вычислений . . . 122
§ 8. Сложность задания частично рекурсивных функций. Свойства минимальных программ . . . 127
§ 9. Сложность конечных объектов. Основные свойства . . . 130
§ 10. Сложность задания булевых функций . . . 132
§ 11. Сложность бесконечных двоичных последовательностей . . . 133
§ 12. Сложность, случайность и количество информации . . . 136
§ 13. Минимальные универсальные алгоритмы . . . 137
Библиография . . . 139

Год издания 1979

Том 17

СОДЕРЖАНИЕ

А.В. Бернштейн. Асимптотически подобные критерии 3
Введение 3
§ 1. Подобные критерии 6
§ 2. Критерии отношения правдоподобия 10
§ 3. Асимптотически подобные критерии согласия и основанные на них критерии для проверки сложных гипотез 22
§ 4. Асимптотически подобные $C\alpha$-критерии 33
Библиография 45
Г.В. Мартынов. Вычисление функции нормального распределения . . 57
Введение 57
§ 1. Многомерное нормальное распределение общего вида 58
§ 2. Двумерное нормальное распределение 62
§ 3. Трехмерное нормальное распределение 64
§ 4. Многомерное нормальное распределение с корреляционными матрицами частного вида . . . 66
§ 5. Стандартная вероятность первого квадранта 67
§ 6. Одномерное нормальное распределение 73
§ 7. Квантиль нормального распределения 76
Библиография 78
Е.А. Головкин. Методы и средства параллельной обработки информации 85
Введение 85
Глава 1 Монографии, сборники, обзоры 88
§ 1. Монографии, сборники статей и трудов конференций, выпуски журналов 88
§ 2. Комплексные обзоры и библиографические указатели 96
Глава II. Параллельное программирование 101
§ 3. Общие вопросы 101
§ 4. Схемы и модели параллельных программ и вычислительных процессов 104
§ 5. Языки, методы и системы параллельного программирования 115
§ 6. Операционные системы для выполнения параллельных программ 123
§ 7. Контроль, оценка и эффективность параллельных программ 132
Глава III. Параллельные вычислительные методы 135
§ 8. Сложность параллельных алгоритмов 135
§ 9. Параллельные методы численного анализа 136
§ 10. Параллельные методы математического программирования, комбинаторной и дискретной математики и другие методы 137
Глава IV. Параллельные вычислительные системы 137
§ 11. Общие вопросы. Высокопроизводительные системы 137
§ 12. Структуры и классификация вычислительных систем 141
§ 13. Вычислительные системы с одиночными потоками команд и данных 154
§ 14. Вычислительное системы с множественными потоками команд и данных 157
§ 15. Вычислительные системы с множественным потоком команд и одиночным потоком данных. Магистральные системы 166
§ 16. Вычислительные системы с одиночным потоком команд и множественным потоком данных . . 166
§ 17. Вычислительные системы с комбинированными и переменными потоками команд и данных . . 168
Заключение 169
Библиография 171

Год издания 1979

Том 18

СОДЕРЖАНИЕ

В.А. Малышев, Е.Н. Петрова. Преобразования двойственности гиббсовских случайных полей 3
§ 1. Введение 3
§ 2. Нейтральный газ и преобразование sine-Gordon 8
§ 3. Гармонический анализ на абелевых группах 11
§ 4. Некоторые сведения из алгебраической топологии 13
§ 5. Преобразование двойственности 16
§ 6. Решетчатый квазигаз 21

§ 7. Электродинамическое представление двойственности . . . 26
§ 8. Низкотемпературные разложения в Z-модели . . . 29
§ 9. Низкотемпературные разложения в калибровочных Z_{2-} и Z-моделях . . . 33
§ 10, Разложения в абелевых моделях Хиггса . . . 37
§ 11. Основные состояния и стационарные точки . . . 38
§ 12. Гамильтонова двойственность . . . 40
§ 13. Нелокальные параметры порядка и двойственность . . . 42
§ 14. Другие результаты . . . 46
Библиография . . . 47

В.А. Носов, В.Н. Сачков, В.Е. Тараканов. Комбинаторный анализ (Матричные проблемы, теория выбора) . . . 53
§ 1. Перманенты . . . 54
§ 2. Неотрицательные матрицы . . . 63
§ 3. Латинские прямоугольники и квадраты. Построение и перечисление. Перестановочные таблицы . . . 65
§ 4. Матроиды . . . 69
§ 5. Трансверсали . . . 78
§ 6. Задачи о покрытии. Экстремальные задачи о $(0,1)$-матрицах . . . 80
§ 7. Шпернеровы семейства. Теоремы о пересечении множеств, Δ-системы . . . 82
Библиография . . . 84

Д. Кёниг, В.В. Рыков, Ф. Шмидт. Стационарные системы массового обслуживания с зависимостями . . . 95
§ 1. Введение . . . 95
§ 2. Основные понятия и предварительные сведения . . . 97
§ 3. Теоремы существования стационарных по времени и по вложенным моментам процессов обслуживания. Устойчивость СМО . . . 106
§ 4. Соотношения между стационарными по времени и по вложенным моментам характеристиками процессов обслуживания . . . 128
§ 5. Инвариантность стационарных вероятностей состояний . . . 140
Библиография . . . 169

Год издания 1981

Том 19

СОДЕРЖАНИЕ

В.А. Малышев, Р.А. Минлос, Е.Н. Петрова, Ю.А. Терлецкий. Обобщенные контурные модели . . . 3
§ 1. Введение . . . 3
§ 2. Маркированные контуры . . . 6
§ 3. Маркированные контуры с разметкой . . . 13
§ 4. Системы с группой симметрии . . . 20
§ 5. Общий случай . . . 34
§ 6. Одно основное состояние: кластерные разложения . . . 40
§ 7. Одно основное состояние: единственность для произвольных граничных условий . . . 47
Литература . . . 52

В.П. Маслов. Уравнение Колмогорова – Феллера и вероятностная модель квантовой механики . . . 55
§ 1. Введение . . . 55
§ 2. Оценивание ошибок в теории измерений . . . 62
§ 3. Скрытый параметр . . . 69
Литература . . . 84

В.П. Маслов, С.Э. Таривердиев. Асимптотика уравнения Колмогорова – Феллера для системы большого числа частиц . . . 85
Введение . . . 86
§ 1. Метод операторов рождения и уничтожения в классической статистической механике . . . 94
§ 2. Операторный метод построения цепочек уравнений типа цепочек уравнений ББГКИ . . . 101
§ 3. Асимптотическая динамика системы большого числа частиц, описываемой уравнениями Колмогорова – Феллера . . . 119
Литература . . . 124

В.П. Маслов, А.М. Чеботарев. О втором члене логарифмической асимптотики функциональных интегралов . . . 127
§ 1. Введение . . . 127
§ 2. Асимптотические разложения в малом . . . 130
§ 3. Инвариант вырождения экстремали действия . . . 138

§ 4. Второй член логарифмической асимптотики и вторая вариация действий . . . 145
Литература . . . 153
В.И. Питербарг. Гауссовские случайные процессы . . . 155
Введение . . . 155
§ 1. Метод сравнения для гауссовских распределений . . . 155
§ 2. Свойства регулярности траекторий . . . 165
§ 3. Оценки и асимптотика распределения супремума . . . 169
§ 4. Пуассоновская предельная теорема для больших выбросов гауссовского процесса . . . 177
§ 5. Моменты числа пересечений, их применение . . . 190
§ 6. Оценки вероятности выхода за фиксированный уровень. Задача о протекании . . . 192
Литература . . . 193

Год издания 1982

Том 20

СОДЕРЖАНИЕ

П.М. Блехер, Д. Сургайлис. Автомодельные случайные поля . . . 3
Введение . . . 3
Глава 1. Автомодельные поля в теории вероятностей . . . 4
§ 1.1. Общие факты теории автомодельных процессов . . . 4
§ 1.2. Примеры автомодельных полей . . . 6
§ 1.3. Предельные теоремы о сходимости к автомодельным полям . . . 11
Глава 2. Автомодельные случайные поля в статистической физике и квантовой теории поля . . . 16
§ 2.1. Метод ренормализационной группы в проблеме критических явлений . . . 16
§ 2.2. Ренормализационные преобразование полей с непрерывным аргументом. Скейлинговый предел модели Изинга . . . 23
§ 2.3. Теория критической точки иерархических моделей . . . 29
§ 2.4. Дискретная ренормализационная группа . . . 36
§ 2.5. Ренормализационное преобразование Вильсона и ε-разложение . . . 40
Литература . . . 42
В.И. Оселедец. Вполне положительные линейные отображения, негамильтонова эволюция и квантовые стохастические процессы . . . 52
§ 1. Вполне положительные линейные отображения . . . 53
§ 2. Однопараметрические полугруппы вполне положительных линейных отображений . . . 60
§ 3. Квантовые стохастические процессы . . . 75
Литература . . . 87
Н.Н. Непейвода. Семантика алгоритмических языков . . . 95
§ 1. Что такое семантика и зачем она нужна? . . . 95
§ 2. Логический подход: основные тезисы . . . 100
§ 3. Элементы логики и теории категорий . . . 102
§ 4. Программы как рекурсивные функции . . . 106
§ 5. Рекурсивность и абстрактные тины данных . . . 109
§ 6. Теория категорий как инструмент семантических определений . . . 112
§ 7. Функциональное программирование по Бэкусу . . . 117
§ 8. Модельный логический язык А-78-0 и его категорная семантика . . . 120
§ 9. Денотационная семантика по Скотту . . . 122
§ 10. Нетрадиционная денотационная семантика . . . 126
§ 11. Семантика Дейкстра . . . 128
§ 12. Интерпретационная семантика . . . 129
§ 13. “Исторический” подход . . . 131
§ 14. Трансформационный подход . . . 132
§ 15. Подход Флойда – Хоара . . . 135
§ 16. Конструктивная логическая семантика . . . 140
Заключение . . . 146
Литература . . . 147

Год издания 1983

Том 21

СОДЕРЖАНИЕ

Г.П. Башарин, А.Л. Толмачев. Теория сетей массового обслуживания к ее приложения к анализу информационно-вычислительных систем . . . 3

§ 1. Введение 3
§ 2. Открытые однородные экспоненциальные сети 12
§ 3. Замкнутые однородные экспоненциальные сети 33
§ 4. Аналитические результаты общей теории СеМо 53
§ 5. О приближенных методах в теории сетей массового обслуживания 83
§ 6. Применение сетей массового обслуживания для аналитического моделирования вычислительных систем 95
§ 7. Применение сетей массового обслуживания для аналитического моделирования сетей передачи данных и их компонент 104
Литература 110

В.А. Носов, В.Н. Сачков, В.Е. Тараканов. Комбинаторный анализ (Неотрицательные матрицы, алгоритмические проблемы) 120
§ 1. Теоремы существования для $(0,1)$-матриц 120
§ 2. Экстремальные задачи для $(0,1)$-матриц 127
§ 3. Вопросы классификации $(0,3)$-матриц и графов 134
§ 4. Матрицы с неотрицательными элементами 136
§ 5. Алгоритмы в алгебраических задачах 143
§ 6. Проблемы выбора 150
§ 7. Характеризация классов P и NP 152
§ 8. Алгоритмы на графах 155
Литература 167

Год издания 1983

Том 22

СОДЕРЖАНИЕ

В.А. Иванов, Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев. Дискретные задачи в теории вероятностей 3
Введение 3
§ 1. Разделимые статистики 4
§ 2. Статистические выводы, основанные на разделимых статистиках 15
§ 3. Схема размещения частиц комплектами 21
§ 4. Другие задачи о размещении частиц 28
§ 5. Время ожидания в схемах размещения частиц по ячейкам 36
§ 6. Оценивание параметров для конечных совокупностей 46
Литература 52

Ю.А. Давыдов, М.А. Лившиц. Метод расслоений в некоторых вероятностных задачах 61
Введение 61
Глава 1. Некоторые сведения из теории случайных процессов 62
§ 1. Случайные процессы 62
§ 2. Сходимость вероятностных мер 64
§ 3. Формула полной вероятности 65
§ 4. .Метод расслоений 67
Глава 2. Функционалы от гауссовских процессов 74
§ 5. Допустимые сдвиги и условные меры 74
§ 6. Абсолютная непрерывность распределений гладких функционалов 83
§ 7. Распределение выпуклых функционалов 87
§ 8. Ограниченность плотности распределения функционалов интегрального типа 96
Глава 3. Функционалы от процессов с независимыми приращениями 104
§ 9. Допустимые полугруппы для процессов с независимыми приращениями 104
§ 10. Абсолютная непрерывность распределений функционалов 109
§ 11. Интегральные функционалы от устойчивых процессов 111
§ 12. Функционалы типа супремума 113
Глава 4. Локальные предельные теоремы 115
§ 13. Теоремы о сильной сходимости 115
§ 14. Функционалы от гауссовских процессов 124
§ 15. Локальный принцип инвариантности 130
§ 16. Функционалы типа супремума 138
Глава 5. Функционалы от диффузионных процессов 145
§ 17. Допустимые группы преобразований для мер, отвечающих диффузионным процессам. Результаты об абсолютной непрерывности 145
§ 18. Сильная сходимость распределений функционалов от диффузионных процессов 149
Литература 154

Год издания 1984

Том 23

СОДЕРЖАНИЕ

В.А. Ватутин, А.М. Зубков. Ветвящиеся процессы I 3
Введение 3
§ 1. Предварительные сведения 3
§ 2. Общие свойства ветвящихся процессов 7
§ 3. Предельное поведение Z_t 11
§ 4. Другие характерные свойства ветвящихся процессов 28
§ 5. Предельные теоремы для ветвящихся процессов с иммиграцией 31
§ 6. Предельные теоремы в схемах серий 37
§ 7. Статистика ветвящихся процессов 40
Литература 45
В.П. Козырев, С.В. Юшманов. Теория графов (Алгоритмические, алгебраические и метрические проблемы) 68
§ 1. Алгоритмические проблемы теории графов 71
§ 2. Изоморфизм графов 78
§ 3. Восстановление графов 81
§ 4. Метрики в графах 83
§ 5. Раскраски 89
§ 6. Обходы графов 94
§ 7. Покрытия и разбиения 99
Литература 104
А.Н. Маслов. Язык программирования С и операционная система UNIX 118
§ 1. Общее описание системы UNIX. Файловая система 120
§ 2. Язык заданий shell. Команда make 124
§ 3. Язык программирования С 132
Заключение 146
Литература 147

Год издания 1985

Том 24

СОДЕРЖАНИЕ

В.Л. Гирко. Случайные детерминанты 3
§ 1. Полярное разложение случайных матриц 3
§ 2. Моменты случайных детерминантов Вандермонда 6
§ 3. Интегральные представления для детерминантов 7
§ 4. Интегрирование на алгебрах Грассмана и Клиффорда 8
§ 5. Распределение корней характеристического уравнения 9
§ 6. Стохастическое условие Калмана 11
§ 7. Методы вычисления моментов случайных детерминантов 11
§ 8. Гипотеза Фреше 15
§ 9. Проблема Ляпунова для систем линейных стационарных уравнений со случайными коэффициентами 17
§ 10. Стохастический метод наименьших квадратов 18
§ 11. Случайные детерминанты Фредгольма и управление спектром случайных линейных операторов в гильбертовом пространстве 20
§ 12. Центральная предельная теорема для случайных детерминантов 22
§ 13. О связи между сходимостью случайных детерминантов и сходимостью спектральных функций случайных матриц 24
§ 14. Полукруговой закон Вигнера 25
§ 15. V-преобразование спектральных функций 27
§ 16. Круговой закон 28
§ 17. Эллиптический закон 29
§ 18. Осцилляционная теория Штурма 30
§ 19. Закон арктангенса 30
§ 20. Случайные детерминанты Фредгольма 31
§ 21. Элементы G-анализа 35
§ 22. Уравнение Дайсона 40
§ 23, Предельные теоремы для нормированных спектральных функций пучка самосопряженных случайных матриц 41
Литература 47
М.В. Меньшиков, С.А. Молчанов, А.Ф. Сидоренко. Теория перколяции и некоторые приложения 53
Введение 53

§ 1. Постановка дискретных задач теории перколяции . . . 61
§ 2. О точных значениях критических вероятностей . . . 65
§ 3. Метод поколений . . . 67
§ 4. Метод проектирования . . . 70
§ 5. Возрастающие события. Базовые неравенства. Формула Руссо . . . 72
§ 6. Совпадение критических точек . . . 75
§ 7. Другие перколяционные характеристики . . . 83
§ 8. Непрерывные модели перколяции . . . 84
§ 9. Просачивание случайных полей . . . 96
§ 10. Многомасштабные схемы перколяции . . . 103
Литература . . . 108

В.А. Малышев. Ультрафиолетовые проблемы в теории поля и многомасштабные разложения . . . 111

Глава 1. Перенормировки и многомасштабные разложения . . . 113
§ 1. Основные определения . . . 113
§ 2, Элементы диаграмматики . . . 120
§ 3. Формальные перенормировки в ультрафиолетовой области . . . 129
§ 4. Оценки перенормированных диаграмм . . . 135
§ 5. Упрощенные модели . . . 142
Глава 2. Ренормгруппа и многомасштабные разложения . . . 151
§ 1. Ренормгруппа Вильсона . . . 151
§ 2. Одномасштабные кластерные оценки для ферми-полей . . . 156
§ 3. Итерация ренормгруппы Вильсона в окрестности гауссовой неподвижной точки . . . 159
§ 4. Саерхперенормируемая ИАС фермионная модель . . . 164
§ 5 Сверхперенормируемая УАС фермионная модель . . . 168
§ 6 Большие значения поля в бозонных моделях . . . 170
Глава 3. Дополнения . . . 171
§ 1. Возмущение гауссова поля на $\mathbb{R}^7$ . . . 171
§ 2. Решетчатые поля с дальнодействующим неограниченным потенциалом . . . 173
§ 3. Моды Федербуша и разложение Бэттла . . . 175
§ 4. Другие работы . . . 178
Литература . . . 181

Год издания 1986

Том 25

СОДЕРЖАНИЕ

Л.А. Пастур. Спектральная теория случайных самосопряженных операторов 3

Введение . . . 3
§ 1. Абстрактные метрические транзитивные операторы . . . 4
§ 2. Общие дифференциальные и матричные метрически транзитивные операторы . . . 11
§ 3. Одномерные дифференциальные и конечно-разностные МТО II порядка . . . 19
§ 4. Одномерные случайные операторы . . . 34
§ 5. Асимптотическое повеление интегрированной плотности состояний на границах спектра в многомерных задачах . . . 45
§ 6. Точечный спектр в многомерных задачах . . . 50
Заключение . . . 58
Литература . . . 60

А.А. Сапоженко, И.П. Чуяров. Минимизация булевых функций в классе дизъюнктивных нормальных форм . . . 68

§ 1. Введение . . . 68
§ 2. Оценки параметров булевых функций . . . 74
§ 3. Алгоритмические трудности синтеза минимальных д. н. ф. Теория локальных алгоритмов . . . 95
§ 4. Алгоритмы минимизации булевых функций . . . 98
Заключение . . . 105
Литература . . . 106

Год издания 1987

Том 26

СОДЕРЖАНИЕ

М.Я Кельберт, Ю.М. Сухов. Математические вопросы теории сетей с очередями . . . 3
§ 1. Введение . . . 3
§ 2. Существование и единственность стационарного режима . . . 20
§ 3. Точно решаемые модели . . . 40
§ 4. Основные аппроксимационные схемы для сетей с очередями . . . 59
Литература . . . 82
Э.М. Кудлаев. Разделимые статистики . . . 97
Введение . . . 97
§ 1. Слабая сходимость распределений m-PC . . . 100
§ 2. Распределение m-PC при контигуальных альтернативах . . . 118
§ 3. Конкретные m-PC и соответствующие им условные распределения . . . 122
§ 4. Предельные распределения статистик, основанных на спейсингах и спейсинг-частотах . . . 126
Литература . . . 142
Г.В. Мартынов. Вероятностно-статистические программы из “Applied Statistics” . . . 151
Введение . . . 151
§ 1. Оценивание параметров распределений . . . 152
§ 2. Доверительные и толерантные интервалы . . . 156
§ 3. Непараметрические оценки . . . 157
§ 4. Проверка гипотез . . . 158
§ 5. Таблицы сопряженности признаков . . . 164
§ 6. Регрессионный анализ . . . 166
§ 7. Многомерный анализ . . . 170
§ 8. Дисперсный анализ . . . 171
§ 9. Планирование экспериментов . . . 173
§ 10. Анализ временных рядов . . . 174
§ 11. Кластерный анализ . . . 175
§ 12. Порядковые статистики . . . 177
§ 13. Распределения . . . 177
§ 14. Быстрое преобразование Фурье . . . 184
§ 15. Матричная алгебра . . . 185
§ 16. Генераторы случайных величин и матриц . . . 187
§ 17. Графики и диаграммы рассеяния . . . 188
§ 18. Различные программы . . . 189
Приложение 1. Расположение программ по разделам обзора . . . 191
Приложение 2. Замечания к программам из “Applied Statistics” . . . 193
Литература . . . 194

Год издания 1988

Том 27

СОДЕРЖАНИЕ

В.В. Айзенштадт, Д.Д. Ботвич, В.А. Малышев. Ограниченные возмущения свободной динамики квантовых систем . . . 3
Введение . . . 3
Глава 0. Основные определения и обозначения . . . 5
§ 0.1. Пространство Фока. Вторичное квантование . . . 5
§ 0.2. Операторы рождения и уничтожения. C^*-алгебра КАС . . . 7
§ 0.3. Свободная динамика и квазисвободное состояние на C^*-алгебре $A(\mathcal{H})$. ГНС-представление . . . 9
§ 0.4. Свободный ферми-газ. КМШ-состояния . . . 12
Глава 1. Спектральные свойства свободной динамики в квазисвободном состоянии . . . 13
§ 1.1. Виковские скобки . . . 13
§ 1.2. Фоковское представление свободной динамики в квазисвободном состоянии . . . 17
§ 1.3. Фоковское представление свободной динамики в КМШ-состоянии . . . 20
§ 1.4. Основное состояние для свободной динамики . . . 21
Глава 2. Ферми-система с ограниченным взаимодействием . . . 22
§ 2.1. Ограниченные возмущения свободной динамики. Морфизмы Меллера. Критерий Кука . . . 22
§ 2.2. Существование прямых морфизмов Меллера при ограниченных возмущениях свободной динамики . . . 25
§ 2.3. Обратимость морфизмов Меллера при малых ограниченных возмущениях свободной динамики . . . 30
§ 2.4. Унитарная эквивалентность гамильтонианов свободного и ограниченно возмущенного ферми-газа в основном состоянии . . . 36
§ 2.5. Унитарная эквивалентность гамильтонианов свободного и ограниченно возмущенного ферми-газа в КМШ-состоянии . . . 39

Глава 3. “Linked cluster theorem”. Асимптотическая полнота для взаимодействий, поляризующих вакуум 41
§ 3.0. Введение 41
§ 3.1. Диаграммы Фридрихса. Алгебра виковских экспонент. Операции Γ_x и Γ 42
§ 3.2. Адиабатические волновые операторы. “Limked cluster theorem” 45
§ 3.3. Доказательство теоремы 3.3. Разбиение на кластеры и разложение по модам 49
§ 3.4. Асимптотическая полнота 53
§ 3.5. Существование возмущенного вакуумного вектора 55
§ 3.6. Унитарная эквивалентность. Общий случай 57
Глава 4. Спиновая частица, взаимодействующая со свободным ферми-газом 59
§ 4.0. Введение 59
§ 4.1. Система “ферми-газ + спиновая частица”. Квадратическое взаимодействие 60
§ 4.2. Модель Фридрихса 61
§ 4.3. Фокальные возмущения в модели “ферми + газ + спин” 62
§ 4.4. Ферми-газ и частица в основном состоянии 64
§ 45, Доказательство теорем 4.1-4.3 70
Литература 74

И.А. Игнатюк, В.А. Малышев, Т.С. Турова. Устойчивость бесконечных систем стохастических уравнений 79
Глава 1. Введение и формулировки основных результатов 79
§ 0. Введение 79
§ 1. Формулировка основных результатов 81
Глава 2. Кластерное разложение 85
§ 1. Диаграммы и кластеры 85
§ 2. Кластерное разложение 86
Глава 3. Экспоненциальная сходимость распределения невозмущенных процессов 91
§ 1. Экспоненциальная сходимость переходных вероятностей цепи Маркова с дискретным временем . 91
§ 2. Экспоненциальная сходимость плотностей одномерного диффузионного процесса 94
Глава 4. Экспоненциальная сходимость конечномерных распределений 107
§ 1. Локально взаимодействующие процессы 107
§ 2. Системы стохастических уравнений 114
Литература 126

В.П. Козырев, С.В. Юшманов. Представления графов и сетей (Кодирование, укладки и вложения) 129
§ 1. Графы пересечений 131
§ 2. Укладки графов на поверхностях 154
§ 3. Нетрадиционные топологические представления графов 161
§ 4. Метрические и алгебраические представления графов в арифметических пространствах . . . 166
§ 5. Представление графов с помощью операций 173
§ 6. Размещение БИС и некоторые приложения в программировании 177
§ 7. Задачи представления графов в химии 180
Литература 182

Год издания 1990

Том 28

ОГЛАВЛЕНИЕ

В.К. Финн. Правдоподобные выводы и правдоподобные рассуждения . 3
§ 1. Основные определения и классификация типов выводов 3
§ 2. Краткая история вопроса 13
§ 3. Исходные понятия теория правдоподобных выводов 21
§ 4. Внешний язык $\mathcal{L}'_c$ и правила правдоподобных выводов 35
§ 5. Процедурные и декларативные аксиомы 51
§ 6. Некоторые примеры индуктивных правдоподобных выводов 58
§ 7. Замечания о фальсификаторах для правдоподобных выводов типа ДСМ 61
§ 8. Примеры правдоподобных рассуждений и их строение 63
§ 9. Анализ строения правил правдоподобного вывода II-го рода 67
§ 10. Некоторые итоги: современное представление об исследуемой проблематике 71
§ 11. О немонотонном варианте ДСМ-метода автоматического порождения гипотез 72
§ 12. Перспективы и прогноз (нерешенные задачи) 76
§ 13. Приложение 81
Литература 82

И.А. Большаков, А.В. Смирнов. Методы сжатия текстовой информации 85
§ 1. Введение 85
§ 2. Сжатие нетекстовой к структурированной информации 88
§ 3. Общие положения о сжатии текстов 90
§ 4. Конкретные алгоритмы сжатия текстов 91

§ 5. Некоторые сопоставления и перспективы . . . 103
Литература . . . 104
И.А. Большаков. Проблемы автоматической коррекции текстов на флективных языках . . . 111
§ 1. Введение . . . 111
§ 2. Методы обнаружения ошибок . . . 113
§ 3. Автоматизация процесса исправления . . . 114
§ 4. Орфография, синтаксис, стилистика . . . 116
§ 5. Влияние класса компьютера. Диалоговый и пакетный режимы . . . 117
§ 6. Комплексирование с текстовыми редакторами и форматизаторами . . . 119
§ 7. Использование морфологического анализа . . . 121
§ 8. Частотная декомпозиция и объем словаря . . . 125
§ 9. Сжатое кодирование словарей . . . 126
§ 10. Внешнее и внутреннее кодирование проверяемых текстов . . . 128
§ 11. Вспомогательные средства . . . 130
§ 12 Выдвижение кандидатов на исправление . . . 131
§ 13. Некоторые перспективы . . . 133
Литература . . . 134

Год издания 1988

Том 29

СОДЕРЖАНИЕ

С.Ф. Яшков. Математические вопросы теории систем обслуживания с разделением процессора . . . 3
§ 1. Введение . . . 3
§ 2. Справедливое разделение процессора в изолированной системе с пуассоновским входящим потоком 15
§ 3. Справедливое разделение процессора в изолированной системе с рекуррентным входящим потоком 38
§ 4. Преимущественное разделение процессора в изолированной системе . . . 41
§ 5. Класс позиционно-сбалансированных дисциплин . . . 52
§ 6. Общие замечания . . . 60
Литература . . . 72
И.Г. Перфильева. Приложения теории нечетких множеств . . . 83
Глава I. Нечеткие подмножества и операции над ними . . . 83
§ 1. Нечеткие подмножества: основные определения и обозначения . . . 83
§ 2. Нечеткие числа . . . 84
§ 3. Нечеткие множества и теория возможностей . . . 85
§ 4. Операции над нечеткими подмножествами . . . 86
§ 5. Нечеткие отношения . . . 87
§ 6. Принцип обобщения . . . 88
§ 7. Нечеткая логика . . . 88
§ 8. Истинностная квалификация . . . 93
§ 9. Обобщенные операции над нечеткими множествами . . . 94
§ 10. Меры нечеткости — энтропия и энергия . . . 95
Глава 2. Построение моделей в задачах управления . . . 97
§ 1. Модель управления паровым двигателем . . . 98
§ 2. Модель регулирования температуры горячей воды . . . 102
§ 3. Модель нечеткого логического управления, основанная на истинностной квалификации . . . 104
§ 4. Модель экспертного логического управления . . . 105
§ 5. Анализ моделей нечеткого логического управления . . . 106
Глава 3. Идентификация в нечетких системах . . . 119
§ 1. Постановка задачи идентификации . . . 120
§ 2. Построение множества решений задачи идентификации . . . 121
§ 3. Построение множества решений обратной задачи . . . 128
Глава 4. Нечеткие экспертные системы . . . 133
§ 1. Представление знаний в нечетких экспертных системах . . . 133
§ 2. Механизмы вывода . . . 137
Литература . . . 142

Год издания 1990

Том 30

СОДЕРЖАНИЕ

Г.В. Мартынов. Статистические критерии, основанные на эмпирических процессах, и связанные с ними вопросы 3
§ 0. Введение. Общие замечания 3
§ 1. Критерии согласия для проверки простых и сложных гипотез 6
§ 2. Критерии типа Колмогорова – Смирнова 13
§ 3. Критерии Смирнова, Андерсона – Дарлинга и Ватсона 19
§ 4. Критерий нормальности типа омега-квадрат 23
§ 5. Другие критерии нормальности 25
§ 6. Критерии равномерности распределения на единичном гиперкубе 29
§ 7. Критерии многомерной нормальности 30
§ 8. Критерии симметрии 36
§ 9 Критерии однородности 37
§ 10. Критерии, использующие преобразование выборки и эмпирического процесса 39
§ 11. Критерии и оценки минимального расстояния 44
§ 12. Критерии независимости 51
§ 13. Критерий Шапиро – Уилка 59
§ 14. Критерии для случайных процессов 64
§ 15. Критерии согласия и однородности, основанные на разделимых статистиках[10] 72
§ 16 Некоторые другие критерии 81
§ 17. Мощность и эффективность критериев согласия 83
§ 18. Вычисления функции распределения квадратичных форм 86
Литература 95

В.С. Шевелев. Некоторые вопросы теории перечисления перестановок с ограниченными позициями 113
Введение 113
§ 1. Определение класса перестановок с ограниченными позициями. Некоторые задачи 114
§ 2. Работы по вычислению перманента $(0,1)$-матриц и его оценкам 116
§ 3. Рекуррентные формулы для перманентов циклических, тёплицевых и близких к ним классов матриц 121
§ 4. Канонические представления детерминанта и перманента k-диагонального z-циркулянта . . . 125
§ 5. Дуальный и палинтропический случаи 132
§ 6. Метод трансфер-матрицы вычисления перманента циркулянта. Вопрос Минка 133
§ 7. Перечисление r-перестановок с ограниченными позициями 139
§ 8. Проблема Тушара и обобщенная проблема Тушара 141
§ 9. Ладейная техника 143
§ 10. Полиладейная техника 145
§ 11. Метод индекса размещений 148
§ 12. Перечисление перестановок с ограниченными позициями и фиксированным числом циклов . . 150
§ 13. Метод коэффициентов вычисления цикломентов тёплицевых и циклических матриц 152
§ 14. Применение метода индекса размещений для вычисления цикломентов $(0,1)$-матриц 156
§ 15. Некоторые примеры 158
§ 16. Об оценках частичных перманентов 161
§ 17. Перечисление перестановок с ограниченными позициями и заданным вычетом декремента по произвольному модулю 162
§ 18. Перечисление комплексов попарно-противоречивых перестановок с ограниченными позициями . 162
§ 19. Спектр чисел перестановок с ограниченными позициями 164
§ 20. Обратная задача перечисления перестановок с ограниченными позициями 168
§ 21. Некоторые арифметические свойства чисел перестановок с циркулянтными множествами допустимых позиций 169
Литература 171

Год издания 1992

[10]Этот параграф написан Э.М. Кудлаевым.

Оглавление

Серия "Современные проблемы математики. Фундаментальные направления" 2
Том 1. Динамические системы – 1 2
Том 2. Динамические системы – 2 6
Том 3. Динамические системы – 3 9
Том 4. Динамические системы – 4 12
Том 5. Динамические системы – 5 15
Том 6. Динамические системы – 6 19
Том 7. Комплексный анализ. Многие переменные – 1 21
Том 8. Комплексный анализ. Многие переменные – 2 25
Том 9. Комплексный анализ. Многие переменные – 3 29
Том 10. Комплексный анализ. Многие переменные – 5 33
Том 11. Алгебра – 1 35
Том 12. Топология – 1 37
Том 13. Анализ – 1 39
Том 14. Анализ – 2 41
Том 15. Коммутативный гармонический анализ – 1 44
Том 16. Динамические системы – 7 49
Том 17. Общая топология – 1 53
Том 18. Алгебра – 2 56
Том 19. Функциональный анализ – 1 59
Том 20. Группы Ли и алгебры Ли – 1 60
Том 21. Группы Ли и алгебры Ли – 2 64
Том 22. Теория представлений и некоммутативный гармонический анализ – 1 . . 67
Том 23. Алгебраическая геометрия – 1 70
Том 24. Топология – 2 75
Том 25. Коммутативный гармонический анализ – 2 78
Том 26. Анализ – 3 81
Том 27. Анализ – 4 83
Том 28. Геометрия – 1 85
Том 29. Геометрия – 2 89
Том 30. Дифференциальные уравнения с частными производными – 1 93
Том 31. Дифференциальные уравнения с частными производными – 2 95
Том 32. Дифференциальные уравнения с частными производными – 3 98
Том 33. Дифференциальные уравнения с частными производными – 4 100
Том 34. Дифференциальные уравнения с частными производными – 5 104
Том 35. Алгебраическая геометрия – 2 108
Том 36. Алгебраическая геометрия – 3 112
Том 37. Алгебра – 4 113
Том 38. Алгебра – 5 116

Том 39. Динамические системы – 8 118
Том 41. Группы Ли и алгебры Ли – 3 120
Том 42. Коммутативный гармонический анализ – 4 123
Том 43. Теория вероятностей – 1 126
Том 45. Теория вероятностей – 3 129
Том 46. Теория вероятностей – 4 130
Том 48. Геометрия – 3 132
Том 49. Теория чисел – 1 135
Том 50. Общая топология – 2 136
Том 51. Общая топология – 3 140
Том 54. Комплексный анализ. Многие переменные – 5 143
Том 55. Алгебраическая геометрия – 4 144
Том 57. Алгебра – 6 147
Том 58. Алгебра – 7 149
Том 59. Некоммутативный гармонический анализ – 2 151
Том 62. Теория чисел – 2 153
Том 63. Дифференциальные уравнения с частными производными – 6 157
Том 64. Дифференциальные уравнения с частными производными – 7 159
Том 65. Дифференциальные уравнения с частными производными – 8 162
Том 66. Динамические системы – 9 164
Том 69. Комплексный анализ. Многие переменные – 6 165
Том 70. Геометрия – 4 167
Том 72. Коммутативный гармонический анализ – 3 169
Том 74. Комплексный анализ. Многие переменные – 7 172
Том 77. Алгебра – 9 172
Том 81. Теория вероятностей – 6 175
Том 82. Теория вероятностей – 7 177
Том 83. Теория вероятностей – 8 178
Том 85. Комплексный анализ. Одна переменная – 1 180

Серия "Современные проблемы математики. Новейшие достижения" 182
Том 1. 182
Том 2. 183
Том 3. 184
Том 4. 185
Том 5. 186
Том 6. 187
Том 7. 188
Том 8. 189
Том 9. 190
Том 10. 191
Том 11. 192
Том 12. 193
Том 13. 193
Том 14. 194
Том 15. 195
Том 16. 196
Том 17. 197
Том 18. 198
Том 19. 198

Том 20. 199
Том 21. 200
Том 22. 201
Том 23. 202
Том 24. 203
Том 25. 204
Том 26. 205
Том 27. 206
Том 28. 207
Том 29. 208
Том 30. 209
Том 31. 209
Том 32. 210
Том 33. 210
Том 34. 211
Том 35. 212
Том 36. 212
Том 37. 213
Том 38. 214
Том 39. 214
Том 40. 215

Серия "Алгебра. Топология. Геометрия" 216
Алгебра. Топология. 1962 216
Геометрия. 1963 216
Алгебра. 1964 217
Алгебра. Топология. Геометрия. 1965 219
Алгебра. Топология. Геометрия. 1966 220
Алгебра. Топология. Геометрия. 1967 222
Алгебра. Топология. Геометрия. 1968 223
Алгебра. Топология. Геометрия. 1969 224
Алгебра. Топология. Геометрия. 1970 224
Том 10 225
Том 11 226
Том 12 227
Том 13 228
Том 14 229
Том 15 229
Том 16 230
Том 17 231
Том 18 232
Том 19 232
Том 20 233
Том 21 234
Том 22 235
Том 23 235
Том 24 236
Том 25 237
Том 26 238
Том 27 239

Том 28 239
Том 29 240

Серия "Проблемы геометрии" 241
Труды геометрического семинара. Том 1. 241
Труды геометрического семинара. Том 2. 241
Труды геометрического семинара. Том 3. 242
Труды геометрического семинара. Том 4. 242
Труды геометрического семинара. Том 5. 243
Труды геометрического семинара. Том 6. 244
Том 7. 244
Том 8. 245
Том 9. 245
Том 10. 246
Том 11. 246
Том 12. 247
Том 13. 248
Том 14. 249
Том 15. 250
Том 16. 250
Том 17. 251
Том 18. 252
Том 19. 253
Том 20. 254
Том 21. 255
Том 22. 256
Том 23. 257

Серия "Математический анализ" 259
Математический анализ 1963 259
Математический анализ 1964 259
Математический анализ 1965 260
Математический анализ 1965 261
Математический анализ 1967 261
Математический анализ 1968 262
Математический анализ 1969 263
Математический анализ 1970 263
Математический анализ. Том 10 264
Математический анализ. Том 11 265
Математический анализ. Том 12 266
Математический анализ. Том 13 267
Математический анализ. Том 14 268
Математический анализ. Том 15 269
Математический анализ. Том 16 270
Математический анализ. Том 17 271
Математический анализ. Том 18 272
Математический анализ. Том 19 273
Математический анализ. Том 20 274
Математический анализ. Том 21 275
Математический анализ. Том 22 276

Математический анализ. Том 23 277
Математический анализ. Том 24 277
Математический анализ. Том 25 278
Математический анализ. Том 26 279
Математический анализ. Том 27 279
Математический анализ. Том 28 279
Математический анализ. Том 29 280

Серия "Теория вероятностей. Математическая статистика. Математическая кибернетика" 282

Теория вероятностей. Мат. статистика. 1963 282
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика 1964 282
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика 1966 283
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика 1967 283
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика 1968 284
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика 1969 285
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика 1970 285
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 10 . . . 286
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 11 . . . 287
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 12 . . . 288
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 13 . . . 288
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 14 . . . 289
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 15 . . . 290
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 16 . . . 291
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 17 . . . 292
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 18 . . . 292
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 19 . . . 293
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 20 . . . 294
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 21 . . . 294
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 22 . . . 295
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 23 . . . 296
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 24 . . . 296
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 25 . . . 297
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 26 . . . 298
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 27 . . . 298
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 28 . . . 299
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 29 . . . 300
Теория вероятностей. Мат. статистика. Теоретическая кибернетика. Том 30 . . . 301